



Poliedri e ombre

Laura Lamberti (Liceo Scientifico Statale Augusto Righi di Roma)
Francesca Tovenà (Università degli Studi di Roma "Tor Vergata", Roma)

Abstract Il laboratorio studia il problema della costruibilità di poliedri che rispondano a determinate condizioni. A partire da modelli concreti costruiti dai ragazzi, si studiano le ombre prodotte dagli *scheletri* dei poliedri e si associa a ciascuna di esse un grafo planare.

La formula di Eulero relativa ai grafi planari $v - e + f = 2$ (1) viene congetturata e dimostrata.

Nella seconda fase, la formula viene applicata ai poliedri e utilizzata per stabilire l'esistenza di poliedri convessi che soddisfino specifiche condizioni. In particolare, analizzando le configurazioni permesse dalla (1) viene determinato il numero dei poliedri regolari; successive esplorazioni portano ad alcuni risultati rilevanti quali il teorema dei dodici pentagoni, ma anche a una discussione sulla nozione di poliedro.

Nella fase finale, l'attenzione è rivolta a esempi di solidi che non soddisfano la (1). Prende strada l'idea di suddividere i poliedri in funzione del valore di $v - e + f$.

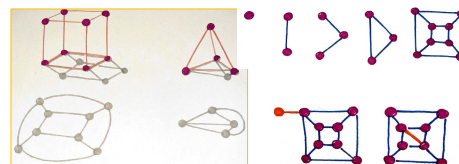
Il contesto

L'attività didattica, ideata per alunni del quarto anno di liceo scientifico, si è svolta durante un periodo di totale didattica a distanza. E' stata realizzata come laboratorio diffuso, distribuito nelle case degli alunni; in questa modalità ciascun alunno ha potuto osservare, sperimentare autonomamente, e condividere le proprie osservazioni con i compagni. Nella seconda parte dell'anno scolastico, la stessa attività è stata proposta, stavolta in presenza, ad una classe di terza media.

Lo scopo dell'attività

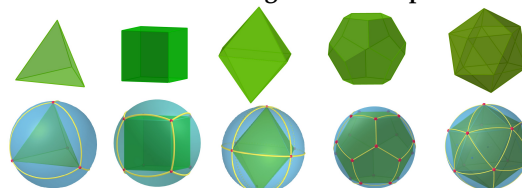
- Sollecitare alla visualizzazione in 3D
- Sviluppare la curiosità, sollecitare il senso critico, stimolare la fantasia
- Educare all'uso di rappresentazioni diverse per gli oggetti di studio
- Abituare al riconoscimento di invarianti nelle figure solide studiate, imparare a utilizzare le competenze maturate in altri ambiti (aritmetica, geometria, relazioni, funzioni); introdurre all'uso del principio di induzione.

La formula di Eulero per grafi planari e poliedri



vertici	archi	facce	Formula
v	e	f	$v-e+f$
1	0	1	2
2	1	1	2
3	3	2	2
4	4	2	2
8	12	6	2

Costruzione dei Poliedri regolari e delle proiezioni



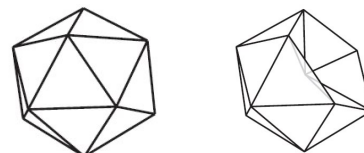
Teorema dei dodici pentagoni

- Non esiste un poliedro convesso formato solo da facce esagonali.
- Esiste un poliedro con facce esagonali e pentagonali. Se i vertici hanno tutti grado 3 il numero delle facce pentagonali è sempre 12.



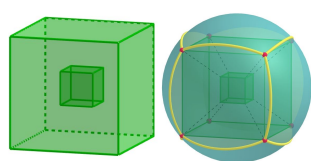
Figure composte da esagoni e da 12 pentagoni: a sinistra, Il fullerene (molecola composta da 60 atomi di carbonio); in centro, un pallone da calcio, a destra una pallina da golf

Concavo o convesso?

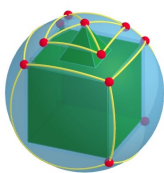


Stesso numero di spigoli, vertici e facce: uno è convesso e l'altro no. Vale la (1)?

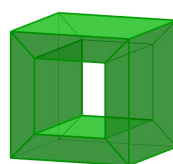
Quanto vale $v - e + f$?



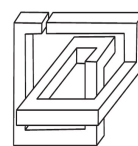
Nel cubo c'è una cavità. Costruisci il grafo della sua proiezione sferica per determinare il valore di $v-e+f$.



Questo solido formato da un cubo e una piramide genera un grafo non connesso. Quanto vale $v-e+f$?



Un cubo con un tunnel che lo attraversa è simile ad una ciambella. Vale la (1)?



Solo per uno dei due poliedri vale la (1). Quale?

