Introduzione ai frattali nel laboratorio di matematica

Liceo Orazio

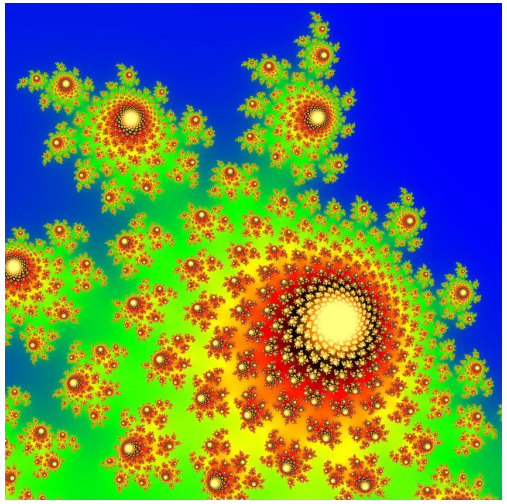
Cassi 1B e 2 B

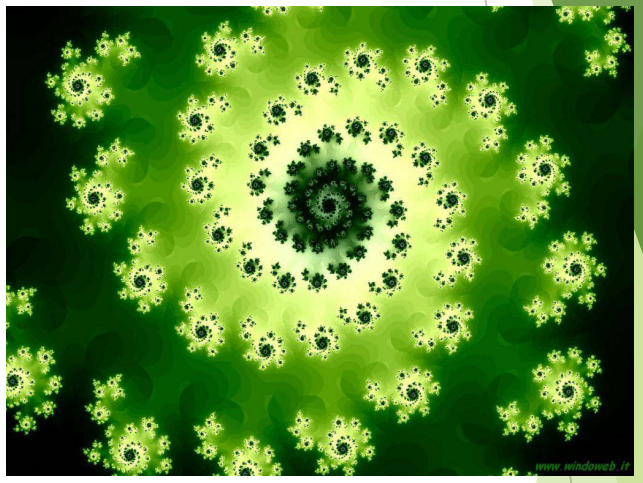
Prof.sa Michela Di Stasio

1 Dicembre 2021

Cosa sono i frattali ?

- Ricerca per immagini dal web





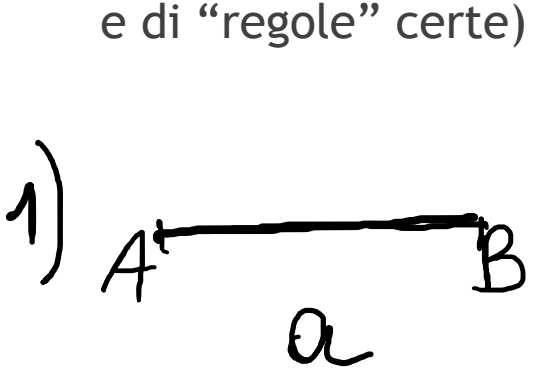
Perché la geometria viene spesso definita fredda e arida? Uno dei motivi è la sua incapacità di descrivere la forma di una nuvola, di una montagna, di una linea costiera, di un albero. Osservando la natura vediamo che le montagne non sono dei coni, le nuvole non solo delle sfere, le coste non sono dei cerchi, ma sono oggetti geometricamente molto complessi.
Benoit Mandelbrot “Gli oggetti frattali”, 1975

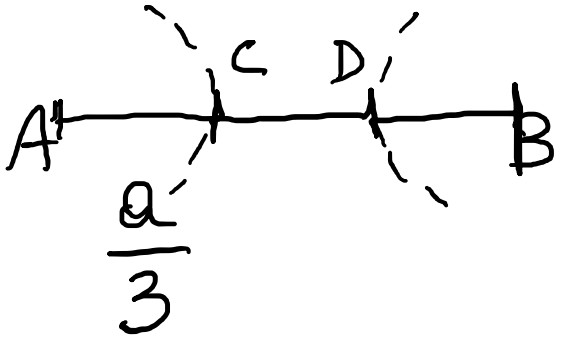
Deduzione delle principali caratteristiche

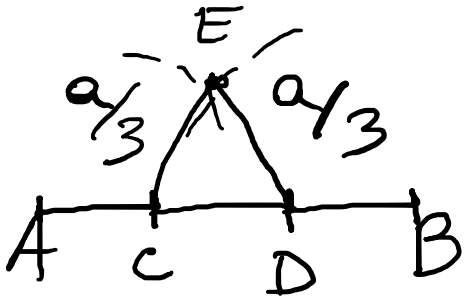
- Unione di copie di se stesso a scale differenti : AUTOSIMILIRITA’
- Si rivelano dettagli ad ogni ingrandimento: STRUTTURA FINE
- Non si può descrivere con semplici condizioni geometriche o analitiche: IRREGOLARITÀ
- Si rappresenta in uno spazio a 2 o 3 dimensioni ma quale sarà la sua dimensione ? (Guidati…)

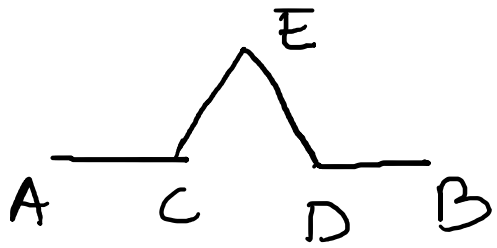
Costruzione di un frattale: la curva di Koch

- Spiegazione alla lavagna 1)
- Riproduzione sul quaderno 2)
- Usando geogebra (importanza della costruzione di uno strumento ricorsivo, e di “regole” certe) 3)







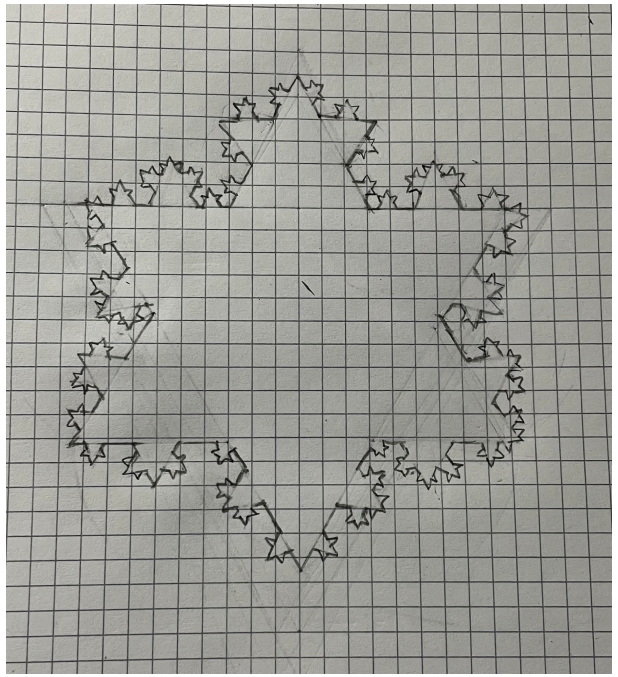


1° passo $\ell = \frac{4}{3}a$

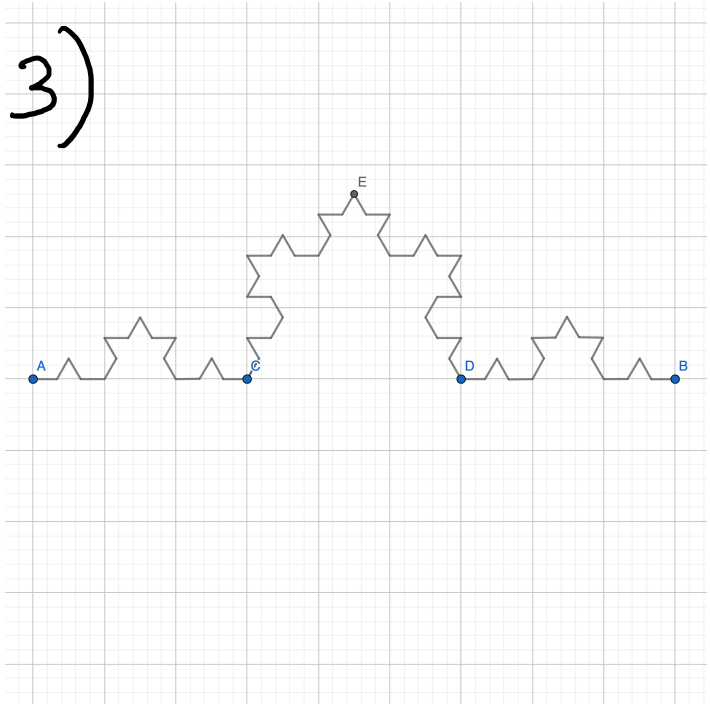
Ripetere su ciascun segmento

Esempi dei lavori degli studenti

2)



3)



" "

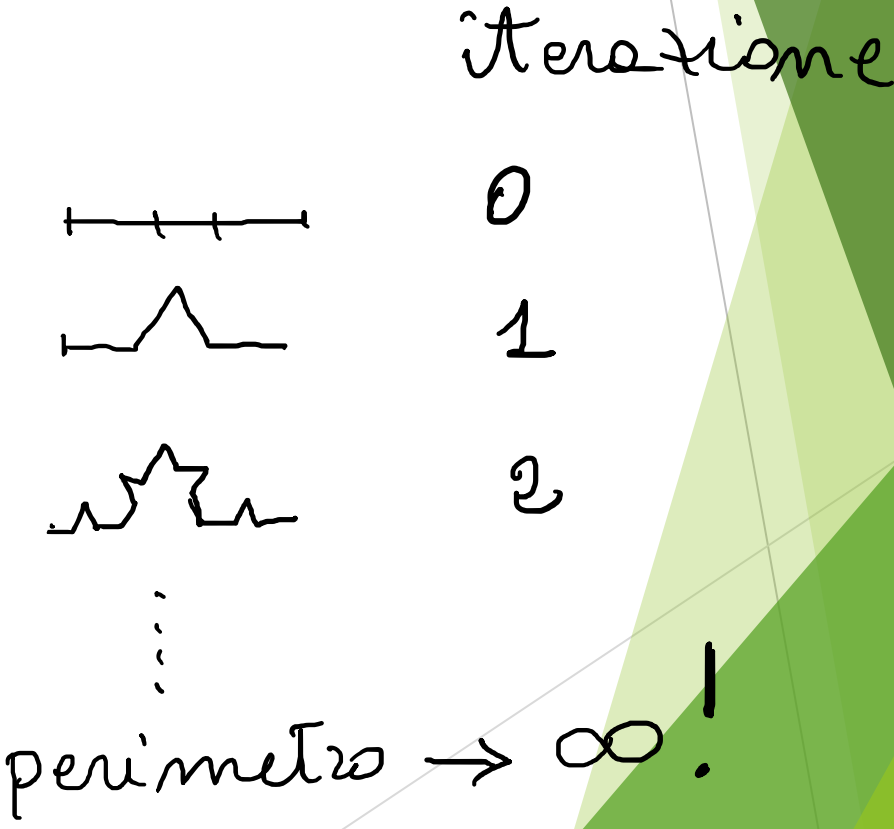
strumento di geogebra

3)* anche un video tutorial di esecuzione passo per passo!

La lunghezza della curva di Koch: introduzione alla dimensione frattale

…calcolo più preciso…

iterazione	num segmenti	lungh segm	perimetro
0	3	1 m	3 m
1	4x3 = 12	1/3 m	12/3 = 4 m
2	4x12 = 48	1/9 m	48/9 ~ 5.3 m
3	4x48=192	1/27 m	192/27 ~ 7.1 m
4	4x192=768	1/81 cm	768/81 ~ 9.5 m



La costa della Gran Bretagna ?

…dipende…

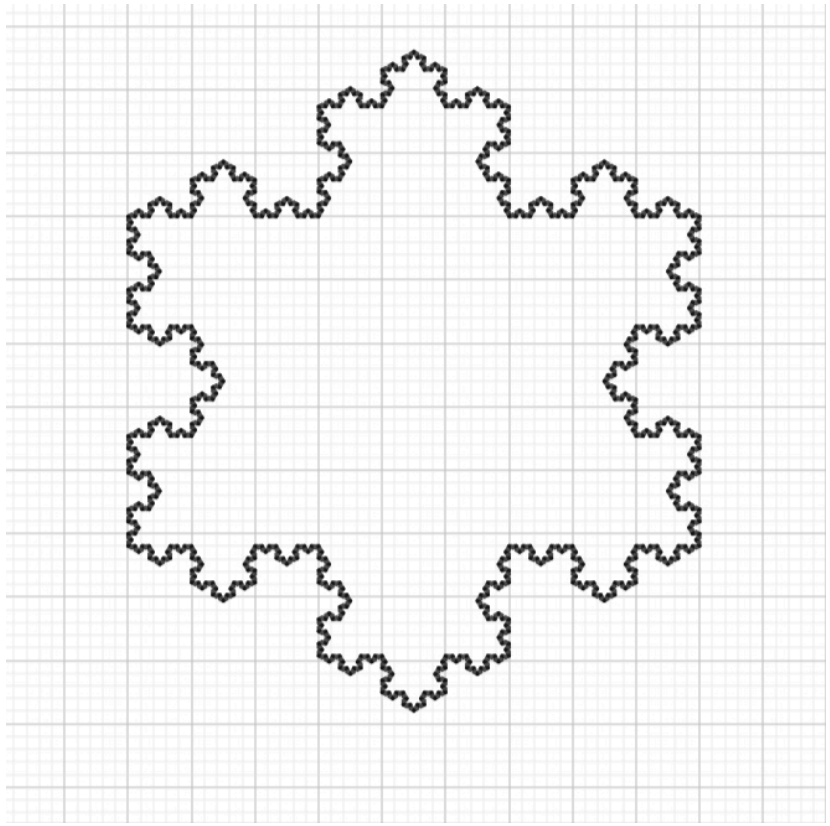
Unità = 200 km
Lunghezza = 2400 km

Unità = 100 km
Lunghezza = 2800 km

Unità = 50 km
Lunghezza = 3400 km

…dal tipo di metro che usiamo per misurare !

Traslazioni e rotazioni per arrivare al fiocco di neve



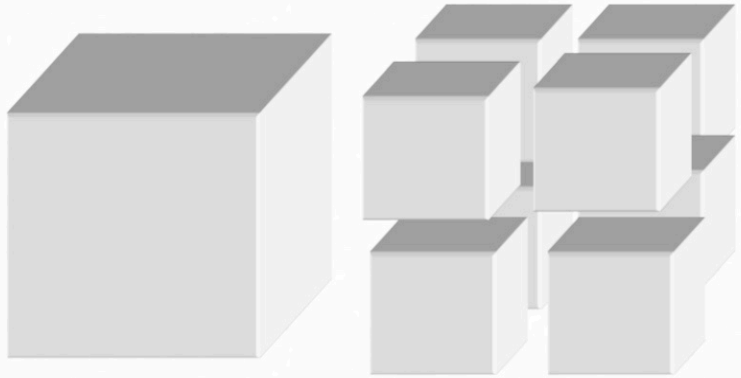
- Torniamo alla dimensione frattale: quanto è lungo il perimetro ?
- Cosa è la dimensione di un oggetto geometrico ?
- Ci serve un passo indietro

- Prendiamo un segmento: DIMENSIONE =1
- Dividiamolo a metà (fattore di divisione F_d=1/2)

Ci vogliono 2 copie dello stesso segmento (2^1) per fare quello grande.

- Prendiamo un quadrato: DIMENSIONE=2
- Dividiamo il lato a metà (fattore di divisione F_d=1/2)

Ci vogliono 4 copie dello stesso quadrato (2^2) per fare quello grande.



- Prendiamo un cubo: DIMENSIONE=3
- Dividiamo il lato a metà (fattore di divisione F_d=1/2)

Ci vogliono 8 copie dello stesso cubo (2^3) per fare quello grande.

$$N_c = (1/F_d)^D$$

N_c=numero di copie; F_d= fattore di divisione; D= dimensione

Come si può stimare l'esponente ?

$$N_c = \left(\frac{1}{F_d}\right)^D$$

applicato alla curva di Koch

$$F_d = \frac{1}{3}$$

$$N_c = 4$$

$$\Rightarrow \quad 4 = 3^D$$

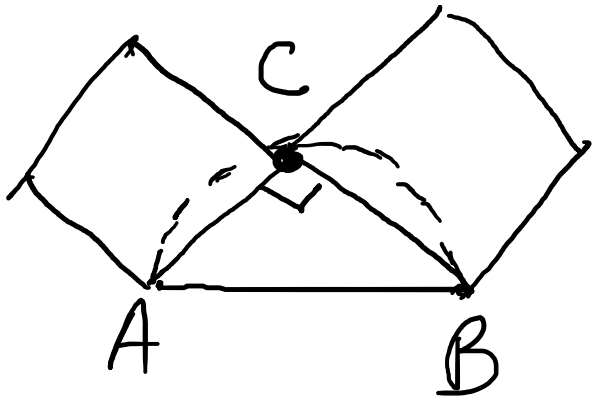
$$4 = 3^x$$

$$x = ?$$

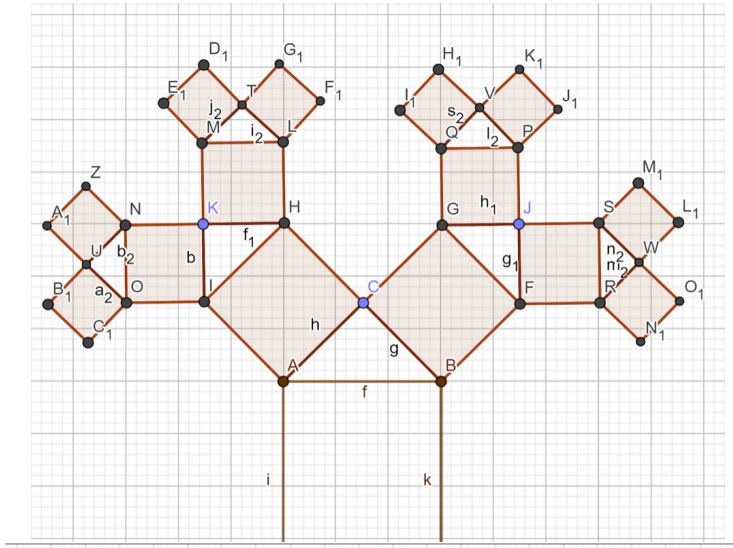
- Equazione esponenziale (da riprendere in terzo o meglio quarto anno
- Per prima e seconda solo per prove ?

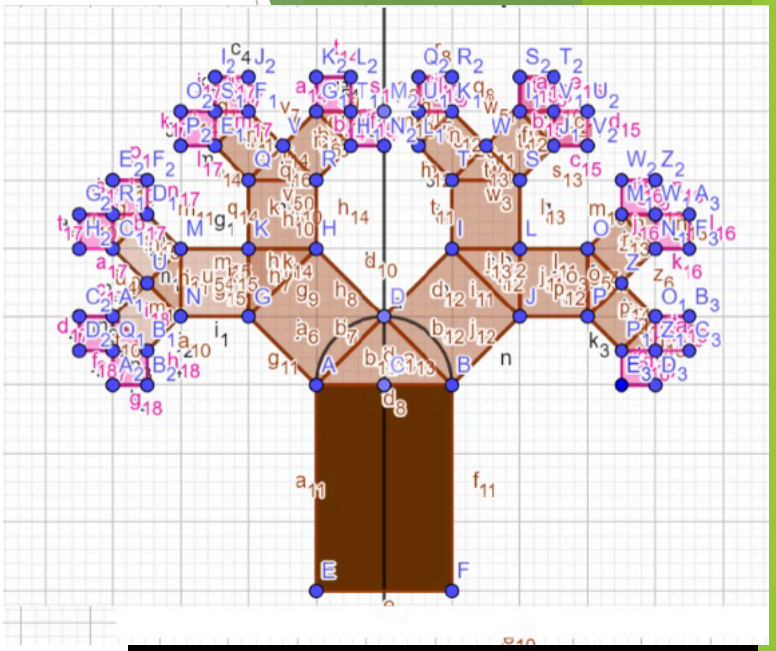
L’albero di Pitagora

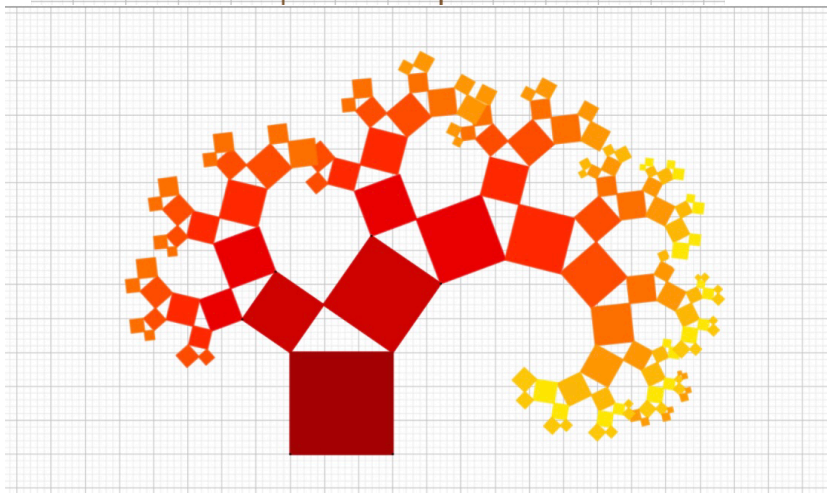
- Costruzione con geogebra

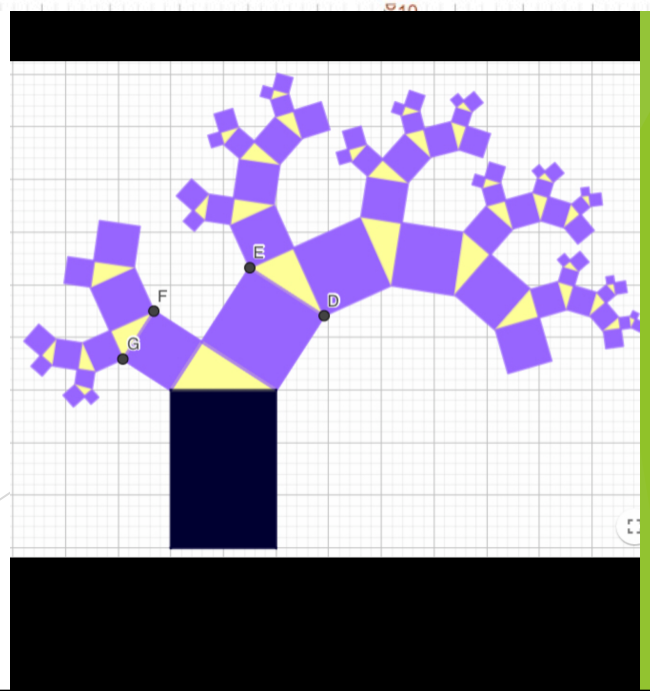


Chioma frattale









Pitagora tra mito e scienza

- Progetto interdisciplinare “Classe colorata”
- La tragedia dell’irrazionale radice di due (video https://www.youtube.com/watch?v=6frQNN_SFxY)
- Dimostrazione algebrica
- Come rappresentare radice di 2 sulla retta
- Costruzione riga e compasso (geogebra)
- La spirale di Teodoro

- Lavori di gruppo