

Schede:

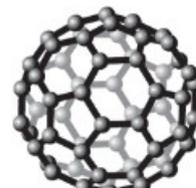
Dai poliedri ai grafi:

1. **L'ombra del poliedro:** disegno dell'ombra e calcolo dei vertici, archi, spigoli e grado dei vertici
2. **Collezione di dati sperimentali** vengono collezionati i dati dei singoli gruppi e riportati in tabella
3. **Costruzione di un grafo:** viene chiesto di disegnare grafi sempre più complessi e di verificare la tenuta della formula di Eulero
4. **Quali poliedri?** La scheda contiene una serie di esercizi in cui viene richiesta la costruibilità di alcuni poliedri.
5. **Quali poliedri?**
6. **Quali poliedri con i pentagoni**
7. **Grafi, formula di Eulero e aree, ovvero il teorema di Pick**

1.

SCHEDA 1 - L'ombra del poliedro

Osserva un poliedro a scelta tra quelli disposti sulla cattedra .
Disegna sul foglio il grafo che costituisce l'ombra del poliedro.



Conta il numero dei vertici del poliedro e il numero dei vertici della sua ombra
Conta il numero degli spigoli del poliedro e il numero degli archi (lati) della sua ombra
Conta infine il numero delle facce del poliedro e in quante regioni (facce) hai diviso il rettangolo in cui hai fatto il tuo disegno – compresa quella del rettangolo

Vertici (v)	Archi (e)	Facce (f)	$V - e + f$

Domanda:

L'ombra del poliedro è determinata dalla luce che lo illumina. Inclinando la luce in modo differente si modificano le caratteristiche che hai contato?

Si modifica la forma dell'ombra?

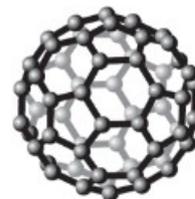
Potrebbe diventare l'ombra di un altro poliedro?

Se si di quale?

Domanda:

Per ogni vertice conta il numero di archi che si diramano (grado del vertice)

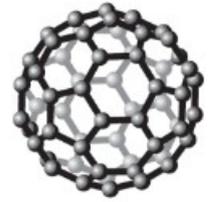
SCHEMA 2 Collezione di dati sperimentali



Raccogli le informazioni dagli altri compagni e inserisci nella tabella seguente i valori che hanno contato per le ombre dei poliedri.

Ombre dei poliedri			
v	e	f	v-e+f
Grafi			
v	e	f	v-e+f

SCHEDA 3 Costruzione di un grafo



Disegna tre vertici nel rettangolo qui sotto e uniscili formando un triangolo.

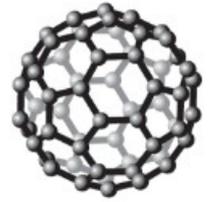
Calcola $v-e+f=.....$

Modifica poi il grafo aggiungendo un vertice e una linea in modo da ottenere un nuovo grafo sempre connesso.

Ripeti il procedimento aggiungendo o soltanto una linea o una linea e un vertice

Conta il numero dei vertici, degli archi e delle facce ad ogni modifica e registralo nella tabella della scheda 2. Ripeti il procedimento quante volte vuoi. .

SCHEDA 4 Quali poliedri?



Una volta dimostrata la formula di Eulero è possibile utilizzarla per capire se un particolare poliedro può essere effettivamente costruito.

ESERCIZIO 1.

E' possibile costruire un poliedro in cui le facce siano solo esagonali?

Se il numero delle facce è F_e e il grado dei vertici è 3, quanti vertici V e quanti spigoli E avrà il poliedro?

.....
.....

Perchè?

.....
.....
.....
.....
.

ESERCIZIO 2.

E' possibile costruire un poliedro in cui le facce siano solo esagonali e/o pentagonali?

F_e sarà il numero delle facce esagonali e F_p il numero delle facce pentagonali.

.....
.....

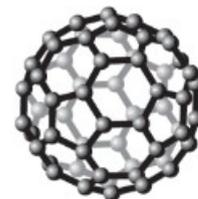
Perchè?

.....
.....
.....

Che caratteristiche dovrà avere il poliedro?

.....
.....
.....
.....
.....

SCHEDA 5 Quali poliedri?



ESERCIZIO 3.

E' possibile costruire un poliedro in cui le facce siano solo triangolari?

Se il numero delle facce è F_t e il grado dei vertici è k , quanti vertici V e quanti spigoli E avrà il poliedro?

.....

.....

.....

.....

Applicando la formula di Eulero scrivi quante facce ha il poliedro in funzione del grado dei suoi vertici¹

k	F_t (facce)	V (vertici)	E (spigoli)	Nome del poliedro
3				
4				
5				
6				

ESERCIZIO 4.

E' possibile costruire un poliedro in cui le facce siano solo quadrangolari?

Se il numero delle facce è F_q e il grado dei vertici è k , quanti vertici V e quanti spigoli E avrà il poliedro?

.....

.....

.....

Applicando la formula di Eulero scrivi quante facce ha il poliedro in funzione del grado dei suoi vertici²

k	F_q (facce)	V (vertici)	E (spigoli)	Nome del poliedro
3				

¹ $F_t = (4k)/(6 - k)$

² $F_q = (2k)/(4 - k)$

SCHEDA 6 Quali poliedri con i pentagoni?



ESERCIZIO 5.

E' possibile costruire un poliedro in cui le facce siano solo pentagonali?

Se il numero delle facce è F_p e il grado dei vertici è k , quanti vertici V e quanti spigoli E avrà il poliedro?

.....

Applicando la formula di Eulero scrivi quante facce ha il poliedro in funzione del grado dei suoi vertici.

k	F_p (facce)	V (vertici)	E (spigoli)	Nome del poliedro
3				

ESERCIZIO 6.

E' possibile costruire un poliedro in cui le facce siano pentagonali o esagonali?

Se il numero delle facce è $F_p + F_e$ e il grado dei vertici è k , quanti vertici V e quanti spigoli E avrà il poliedro?

.....

Fai una ricerca sul numero di pentagoni ed esagoni del pallone da calcio, della pallina da golf, del C_{60} fullerene

k	F_t (facce)	V (vertici)	E (spigoli)	Nome del poliedro
3				

**SCHEDA 7 Grafi, formula di Eulero e aree
ovvero il teorema di Pick**



Disegna un poligono qualsiasi sull'area quadrettata e dividi l'area interna al poligono in triangoli elementari che hanno i vertici in corrispondenza delle intersezioni del reticolo.



Ogni triangolo non deve contenere altri punti di intersezione, altrimenti non è un triangolo elementare. L'area del poligono $A=1/2 T$

Facce= Numero dei triangoli (T) + 1

$$F= T + 1$$

$3T= 2E - B$ da cui $E= (3T + B) / 2$

Vertici= Vertici_interni (I) + archi_Bordo (B)

$$V= I + B$$

Il grafo che si ottiene soddisfa la formula di Eulero

La formula di Eulero stabilisce le relazioni

$$V-E+F= I+B-(3T+B)/2+T+1= 2$$

$$T= 2I + B - 2$$

$$A= I+ B/2 - 1 \quad (\text{teorema di Pick})$$