

Il gioco dei Pirati di Bayes

Luca Dragone, Silvia Cerasaro, Marina Furlani,
Antonella Palma, Agnese Pacifico

Numero dei giocatori

- 2 giocatori

Elenco dei materiali

- 1 tabellone (griglia con raffigurazione di vascello e coccodrillo)
- 1 segnaposto (pirata)
- 3 carte di scelta (A, B, C)
- 3 carte di risposta
- 1 tabella segna punti

Il tabellone



<i>INIZIO</i>		



Carte e segnaposto


		
A	B	C
B C	A C	A B
A	B	C

Tabella segna punti

	Nome:		Nome:	
	Successo	Insuccesso	Successo	Insuccesso
Giro 1				
Giro 2				
Giro 3				
Giro 4				
Giro 5				
Giro 6				
Giro 7				
Giro 8				
Giro 9				
Giro 10				
Totale:				

Scopo del gioco

Raggiungere il vascello (successo) senza finire nel fossato con il coccodrillo (insuccesso).

Il vascello viene raggiunto attraversando il confine superiore della griglia (lato lungo in alto).

Il fossato del coccodrillo viene raggiunto attraversando il confine laterale a destra della griglia (lato corto a destra).

Regole del gioco

- 1) In base al tempo a disposizione, si stabilisce, di comune accordo, quanti “giri” costituiscono una partita.
- 2) Si estrae a sorte con una moneta il giocatore 1, che in quel turno impersona il pirata (che può vincere o perdere). L’altro diventa il giocatore 2, che in quel turno conduce il gioco.
- 3) Si pone il segnaposto (pirata) sulla casella “inizio”.
- 4) Il giocatore 1 sceglie una carta A, B, o C e la pone sul tavolo girata verso il basso.
- 5) Il giocatore 2 sceglie una tra le carte di risposta e la pone sul tavolo girata verso il basso.
- 6) I due giocatori girano (e mostrano) le carte contemporaneamente.

Regole del gioco

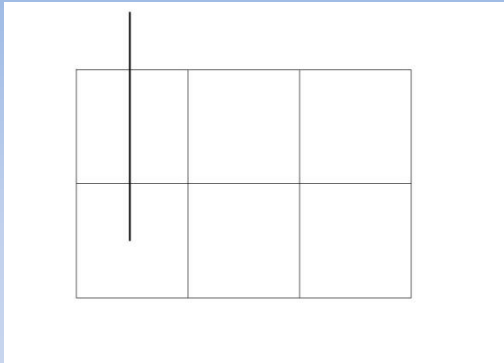
- 7) Il giocatore 2 appone la carta di risposta (scelta al punto 5) sopra la casella con il segnaposto (pirata), orientandola con la lettera singola verso l'alto (verso il vascello) e le lettere accoppiate sul lato destro (verso il cocodrillo). Se la carta A, B, C scelta dal giocatore 1 corrisponde alla lettera che occupa da sola il lato superiore della carta di risposta, allora il pirata avanza di una casella verso il vascello, in caso contrario il pirata si sposta orizzontalmente sulla casella a destra (verso il cocodrillo).
 - 8) Si ripetono i punti da 4 a 7 fino a che il pirata non raggiunge il vascello (successo) oppure il fossato con il cocodrillo (insuccesso).
 - 9) Si ripete il gioco a ruoli scambiati (il giocatore 1 diventa il 2 e viceversa).
 - 10) Vince il giocatore che, completato il numero di giri* stabiliti all'inizio del gioco, ha ottenuto il maggior numero di successi.
- * Ogni giro consiste di due turni, a ruoli scambiati (giocatore 1 ↔ giocatore 2), per dare ad ogni partecipante le stesse possibilità di successo.

Domanda

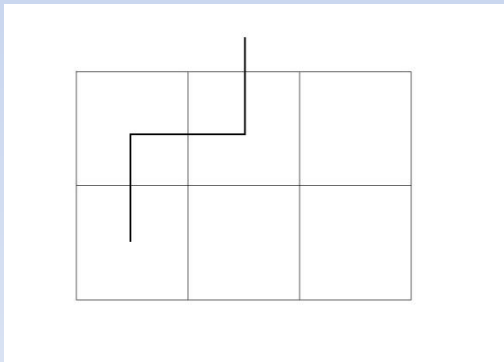
In ogni turno, per ogni singolo giocatore, è più probabile raggiungere il vascello oppure finire nel fossato del coccodrillo?

Considerazioni

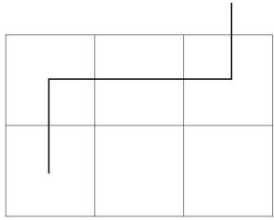
Per calcolare la **probabilità di successo** $P(S)$ bisogna considerare tutti i possibili percorsi che portano alla nave:



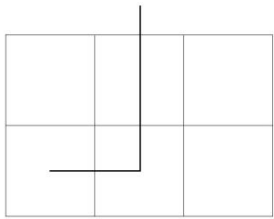
$$P_{aa} = 1/3 \times 1/3 \quad (\text{aa} = \text{avanti avanti})$$



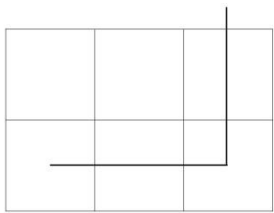
$$P_{ada} = 1/3 \times 2/3 \times 1/3 \quad (\text{ada} = \text{avanti destra avanti})$$



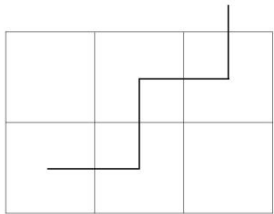
$$P_{\text{adda}} = 1/3 \times 2/3 \times 2/3 \times 1/3$$



$$P_{\text{daa}} = 2/3 \times 1/3 \times 1/3$$



$$P_{\text{ddaa}} = 2/3 \times 2/3 \times 1/3 \times 1/3$$



$$P_{\text{dada}} = 2/3 \times 1/3 \times 2/3 \times 1/3$$

Addizionando ...

Probabilità di successo:

$$P(S) = P_{aa} + P_{ada} + P_{adda} + P_{daa} + P_{dada} + P_{dada}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$$

Raccogliendo a fattor comune $(\frac{1}{3})^2$

$$P(S) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left[1 + 2 \left(\frac{2}{3}\right) + 3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right] = \frac{11}{27}$$

E ovviamente ...

La probabilità di insuccesso è:

$$P(I) = 1 - P(S) = \frac{16}{27}$$

Quindi è più probabile finire nel fossato del coccodrillo che arrivare alla nave!

Le porte di Monty Hall

Nel gioco vengono mostrate ad un concorrente tre porte chiuse; dietro ad una si trova un'automobile, mentre ciascuna delle altre due nasconde una capra. Il giocatore può scegliere una delle tre porte, vincendo il premio corrispondente. Dopo che il giocatore ha selezionato una porta, ma non l'ha ancora aperta, Monty Hall, il conduttore dello show (che conosce ciò che si trova dietro ogni porta), apre una delle altre due, rivelando una delle due capre, e offre al giocatore la possibilità di cambiare la propria scelta iniziale, passando all'unica porta restante. (Fonte: Wikipedia).

Le porte di Monty Hall

A = automobile C = capra

A C C

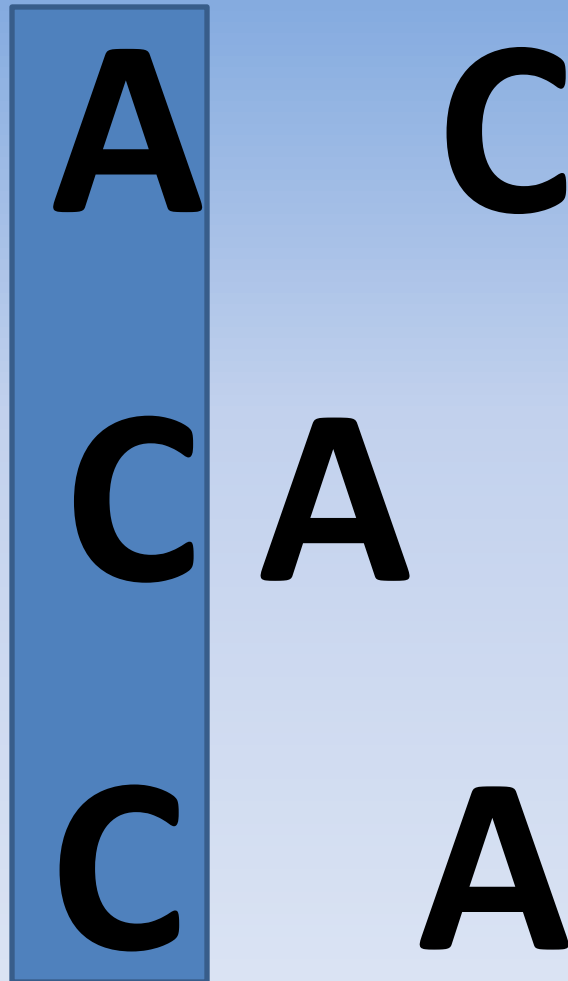
C A C

C C A

Le porte di Monty Hall

A	C	C
C	A	C
C	C	A

Le porte di Monty Hall



Regole del gioco dei pirati

(con variante di Monty Hall)

L'inizio è come prima:

- 1) In base al tempo a disposizione, si stabilisce, di comune accordo, quanti "giri" costituiscono una partita.
- 2) Si estrae a sorte con una moneta il giocatore 1, che in quel turno impersona il pirata (che può vincere o perdere). L'altro diventa il giocatore 2, che in quel turno conduce il gioco.
- 3) Si pone il segnaposto (pirata) sulla casella "inizio".
- 4) Il giocatore 1 sceglie una carta A, B, o C e la pone sul tavolo girata verso il basso.
- 5) Il giocatore 2 sceglie una tra le carte di risposta, e la pone sul tavolo girata verso il basso.

Regole del gioco dei pirati

(con variante di Monty Hall)

- 6) Il giocatore 1 gira la carta (A,B,C) scelta e consegna al giocatore 2 le due carte restanti.
- 7) Il giocatore 2 non espone la sua carta di risposta. Elimina dalle due carte consegnategli dal giocatore 1 una che sicuramente è perdente (non fa avanzare il pirata verso la nave) e restituisce al giocatore 1 la carta rimanente.
- 8) Il giocatore 1 può decidere di tenere la carta (A,B,C) che aveva scelto in precedenza, oppure di scambiarla con quella rimasta dopo l'eliminazione operata dal giocatore 2.
- 9) Dopo che il giocatore 1 ha dichiarato quale sia la sua decisione (scambiare o non), il giocatore 2 mostra la sua carta di risposta ed il gioco riprende dal punto 7 del caso precedente (che qui diventa 10).

Regole del gioco dei pirati

(con variante di Monty Hall)

- 10) Il giocatore 2 appone la carta di risposta (scelta al punto 5) sopra la casella con il segnaposto (pirata), orientandola con la lettera singola verso l'alto (verso il vascello) e le lettere accoppiate sul lato destro (verso il coccodrillo). Se la carta A, B, C scelta dal giocatore 1 corrisponde alla lettera che occupa da sola il lato superiore della carta di risposta, allora il pirata avanzerà di una casella verso il vascello, in caso contrario il pirata si sposterà orizzontalmente sulla casella a destra (verso il coccodrillo).
 - 11) Si ripetono i punti da 4 a 10 fino a che il pirata non raggiunge il vascello (successo) oppure il fossato con il coccodrillo (insuccesso).
 - 12) Si ripete il gioco a ruoli scambiati (il giocatore 1 diventa il 2 e viceversa).
 - 13) Vince il giocatore che, completato il numero di giri* stabiliti all'inizio del gioco, ha ottenuto un numero maggiore di successi.
- * Ogni giro consiste di due turni, a ruoli scambiati (giocatore 1 ↔ giocatore 2), per dare ad ogni partecipante le stesse possibilità di successo.

Considerazioni

Con la variante di Monty Hall al giocatore conviene sempre cambiare la carta che ha mano con quella che rimane, perché così la probabilità di successo in ogni singola mossa diventa $2/3$ anziché $1/3$, e la probabilità di avanzare diventa maggiore di quella di deviare verso il coccodrillo!

Considerazioni

Se il giocatore decide di cambiare sempre la carta, la probabilità complessiva di successo diventa:

$$P(S) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left[1 + 2 \left(\frac{1}{3}\right) + 3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right] = \frac{8}{9}$$

Considerazioni

Se il giocatore sceglie casualmente di cambiare la carta oppure no, la probabilità di avanzare nella singola mossa è:

$$P(\text{avanti}) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Considerazioni

e la probabilità complessiva di successo è:

$$P(S) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left[1 + 2 \left(\frac{1}{2}\right) + 3 \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] = \frac{11}{16}$$

... che è comunque maggiore della probabilità di insuccesso.

Grazie!

luca.dragone71@gmail.com