

Prof. Tullio Aebischer (IC Orsa Maggiore Sec I Grado (RM))

Accademia Nazionale dei Lincei
Polo di Roma - A.S. 2019-2020
Con la Mente e con le Mani

LAB 5: Problemi e soluzioni

Prof.ssa Francesca Tovenà (tovena@axp.mat.uniroma2.it)
Prof.ssa Laura Lamberti (tutor)

Progettazione dell'UNITÀ DIDATTICA

• **Premessa:** Visto l'inizio del corso a gennaio, il termine del I quadrimestre, l'attività di recupero a febbraio e l'emergenza sanitaria non si è potuto iniziare l'attività teorica in classe (sospensione lezioni 4 marzo 2020). Pertanto, la seguente UD si riferirà a una parte progettuale non svolta (introduzione all'euristica) e a una svolta durante la Didattica a Distanza (DaD) (quesito CONIGLI IN LIBERTÀ).

• **Titolo: PROBLEMI E SOLUZIONI**

• **Obiettivo/i:** Evidenziare che l'Uomo ha sempre dovuto risolvere problemi prendendo decisioni. In alcuni casi tali decisioni si possono prendere avendo tempo e informazioni, in altri casi ciò non è possibile avendo o poco tempo o poche informazioni. Non sempre un problema ha una soluzione definita ma bisogna considerare anche varie opzioni. L'UD vuole introdurre qualitativamente gli alunni all'approccio euristico per conoscere e interpretare la realtà offrendo anche un compito di realtà (verifica extracurricolare) che possa far loro sperimentare tale approccio.

• **Obiettivi formativi a cui si riferisce la tua UD:** Saper inquadrare l'argomento proposto sia teoricamente che laboratorialmente (sinteticità); raccogliere, analizzare, presentare e ricavare conclusioni dai dati; valutare la probabilità di eventi; saper utilizzare la propria manualità e conoscenze informatiche nell'attività laboratoriale; saper comunicare l'attività didattica oralmente e con strumenti multimediali.

• **Classe o ordine di scuola per cui ritieni adatta l'UD:** Classi terze della Secondaria I Grado

• **Tempo dedicato all'esposizione orale:** 4 ore

• **Modalità di esposizione:** Lezione dialogante con l'ausilio della LIM collegata alla Rete. Videolezione via TEAMS per la DaD.

• **Motivazione della scelta dell'argomento:** L'euristica riveste grande importanza in quel ponte che si deve non solo costruire ma anche conoscere tra il nostro modo di pensare e la conoscenza della realtà. Tale approccio automaticamente richiede l'attivazione di risorse e competenze multidisciplinari.

Nelle Indicazioni Nazionali (2012) si legge: *Nella scuola secondaria di primo grado si realizza l'accesso alle discipline come punti di vista sulla realtà e come modalità di conoscenza, interpretazione e rappresentazione del mondo. [...] Le discipline non vanno presentate come territori da proteggere definendo confini rigidi, ma come chiavi interpretative disponibili ad ogni possibile utilizzazione. I problemi complessi richiedono, per essere esplorati, che i diversi punti di vista disciplinari dialoghino e che si presti attenzione alle zone di confine e di cerniera fra*

discipline. [...] Favorire l'esplorazione e la scoperta, al fine di promuovere il gusto per la ricerca di nuove conoscenze. In questa prospettiva, la problematizzazione svolge una funzione insostituibile: sollecita gli alunni a individuare problemi, a sollevare domande, a mettere in discussione le conoscenze già elaborate, a trovare appropriate piste d'indagine, a cercare soluzioni originali. In particolare, nel paragrafo dedicato alla Matematica si puntualizza che Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive. Nella scuola secondaria di primo grado si svilupperà un'attività più propriamente di matematizzazione, formalizzazione, generalizzazione. L'alunno analizza le situazioni per tradurle in termini matematici, riconosce schemi ricorrenti, stabilisce analogie con modelli noti, sceglie le azioni da compiere (operazioni, costruzioni geometriche, grafici, formalizzazioni, scrittura e risoluzione di equazioni ...) e le concatena in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema. Per quanto riguarda la parte di Scienze, i traguardi di fine Primo Ciclo enfatizzano che L'alunno esplora e sperimenta, in laboratorio e all'aperto, lo svolgersi dei più comuni fenomeni, ne immagina e ne verifica le cause; ricerca soluzioni ai problemi, utilizzando le conoscenze acquisite. Sviluppa semplici schematizzazioni e modellizzazioni di fatti e fenomeni ricorrendo, quando è il caso, a misure appropriate e a semplici formalizzazioni.

• **Punti chiave o nodi concettuali:**

- a) Concetto di problema e di soluzione
- b) Ripasso Schema Risolutivo del Problema (SRP; UD svolta a parte) (vedasi Allegato 3)
- c) Introduzione all'euristica (vedasi Allegato 1)
- d) Attività laboratoriale

• **Descrizione dei contenuti didattici:**

a) La risoluzione di un problema può seguire il pensiero produttivo, intendendo quel tipo di pensiero umano capace di trovare soluzioni intelligenti e di giungere alla soluzione di un compito seguendo percorsi nuovi rispetto a quelli seguiti in altre situazioni, o al pensiero riproduttivo, che si limita a ripetere comportamenti già appresi. Se sotto certi aspetti la fissazione di procedimenti di soluzione può presentare indubbi vantaggi in quanto assicura un risparmio di tempo ed energia, per altri versi, configurandosi come una ripetizione meccanica dei processi di soluzione, si contrappone alla flessibilità, rendendo così l'individuo incapace di rendersi conto che esistono processi di soluzione alternativi e più proficui. Dal punto di vista didattico, l'esperienza dell'Autore riporta che nella stragrande maggioranza dei casi gli alunni/e sono interessati/e a risolvere un problema solamente dal punto di vista del calcolo e non manifestano, invece, l'interesse o incontrano grande difficoltà a esprimere in maniera formale il lavoro metacognitivo che si è svolto nella loro mente per poterlo poi sia verificare che comunicare agli altri. Il problema sembra essere una questione personale e non un'occasione di miglioramento comune della conoscenza. Infatti, le soluzioni scritte sono una serie di operazioni senza collegamenti evidenti e in un ordine che spesso non è quello che deriva da un piano, ma solo da un'istintiva evidenza di ciò che si fa sul momento. Per tale motivo, in molti casi, la richiesta all'alunno/a di spiegazione di quanto svolto diventa, praticamente, una nuova risoluzione del problema ossia il suo scritto non gli permette di avere memoria documentale del suo lavoro mentale già svolto.

b) Nel suo famoso testo sulla risoluzione dei problemi, Polya inizia il percorso di risoluzione di problematiche ponendosi quattro domande: 1) comprendere il problema posto; 2) identificare le informazioni, numeriche e geometriche, e le domande poste dal problema; 3) sviluppare un piano risolutivo; 4) eseguire i calcoli e verificare gli stessi. Come si vede, le domande non rappresentano un algoritmo nel quale inserire dei numeri e calcolare dei risultati. Il suddetto schema espone, al

contrario, una metodologia che insieme allo studio approfondito della teoria permette di avere delle linee guida colle quali muoversi alla ricerca della soluzione (vedasi l'SRP). Non sembra inopportuno puntualizzare che i problemi non hanno quasi mai una sola e ben definita soluzione (se non proprio quelli più semplici!), eventualmente si ha una soluzione più efficiente delle altre. Comunque, tra i vari passi dello schema quello dello SCHEMA RISOLUTIVO necessita di un lavoro mentale maggiore e per i problemi più complicati un approccio euristico. Infatti, Polya stesso parla della necessità di *un particolare abito mentale* che si acquisisce con un lungo lavoro critico sulla teoria e sugli esercizi svolti. Infatti, come riporta Polya e dall'esperienza dell'Autore, gli alunni/e una volta terminato il problema se ne distaccano immediatamente e nettamente. Non viene eseguito quel lavoro di analisi a posteriori che aiuterebbe a fissare sicurezze e a domandarsi dei dubbi o inesattezze.

c) La logica che guida le nostre decisioni in realtà è basata su molta più irrazionalità di quanto si possa credere. I procedimenti mentali che risultano essere intuitivi, veloci e che vengono usati dal sistema cognitivo per dare risposte, prendere decisioni, dare giudizi di fronte a problemi complessi o informazioni incomplete sono chiamati euristiche. Le euristiche sono, dunque, delle "regole" mentali che portano a decisioni veloci con il minimo sforzo cognitivo e si possono considerare abilità acquisite dal cervello nel corso dell'evoluzione dell'Homo Sapiens, il quale per sopravvivere spesso doveva prendere decisioni e valutare le conseguenti azioni in brevissimo tempo. Le euristiche cognitive possono essere certamente utili data la loro rapidità ed economicità ma c'è anche l'altra faccia della medaglia: se applicate in un contesto non adeguato possono farci commettere errori gravi e sistematici, i bias. I bias sono il risultato di euristiche inefficaci, assunte senza aver maturato prima la giusta esperienza che permettesse di poter saltare qualche passaggio logico. In definitiva, i bias cognitivi sono automatismi mentali sui quali si generano schemi cognitivi maladattivi utilizzati spesso per prendere decisioni in fretta e senza fatica. Si tratta, il più delle volte di errori cognitivi che impattano nella vita di tutti i giorni non solo su decisioni e comportamenti ma anche sui processi di pensiero.

d) Vedasi parte laboratoriale.

- **Difficoltà linguistiche che ritieni dover chiarire o accertare (comprensione dei termini difficili o nuovi usati nella tua esposizione):** Euristica: scoperta, ricerca. Metacognitivo: modo nel quale una persona pensa. Bias: termine inglese per pregiudizio.

- **Esempi utili per chiarire meglio i concetti:** Gioco degli Scacchi: studio della posizione dei pezzi sulla scacchiera per decidere la mossa da eseguire.

- **Spazio lasciato agli studenti per formulare domande o per intervenire durante la spiegazione (precisane tempi e modi):** La lezione dialogante, nel rispetto della tempistica domanda/risposta, permette l'espressione di opinioni e dubbi con la possibilità di risposte tra pari. Tale metodica non si è potuta applicare durante la DaD.

- **Conclusione dell'UD (riepilogo, esemplificazione e individuazione dei concetti-chiave):** Il 62% (13 alunni) ha risposto con un elaborato all'attività sul quesito dato in DaD (vedasi Allegato 2). Un solo elaborato ha riportato l'impossibilità di poter rispondere ai quesiti senza, però, giustificarla minimamente.

- **Interazione tra gli allievi: proposta di attivazione dei seguenti lavori o esercitazioni individuali (ricerche, sintesi dell'argomento, schemi riassuntivi, diagrammi a blocchi, ecc.):** Il docente indicherà alcuni siti dai quali prendere delle informazioni (specie per la parte laboratoriale), oltre agli appunti presi in classe durante la lezione dialogante.

- **Attività di Laboratorio (anche a carattere interdisciplinare):** Per la risoluzione e

redazione della relazione si sono dati 2 settimane. La base emotiva dell'attività proposta si ritrova nelle parole del matematico tedesco D. Hilbert (1862-1943) sul concetto di "buon problema" matematico: [Esso deve essere] *difficile, perché così ci stimola, ma non inaccessibile, altrimenti si farà beffe dei nostri sforzi; [deve essere] un punto di riferimento che ci serva da guida nei sentieri tortuosi verso le verità nascoste, e poi ci premi con la gioia (Freude) che segue la scoperta della soluzione.* Infatti, il compito assegnato non era tanto sul trovare una soluzione ma nella capacità di argomentarla e saperla rappresentare in maniera iconografica (grafici, tabelle, schemi, ecc.), evidenziando ipotesi in caso di informazioni assenti o, addirittura, ambigue come anche la capacità di dedurre conclusioni con un giudizio di probabilità. Particolare enfasi si era data a un'attenta lettura del testo.

Il compito di realtà proposto agli alunni si intitola CONIGLI IN LIBERTÁ e viene presentato come il ritrovamento di un messaggio in bottiglia lanciato in mare e ritrovato in Sud Africa. L'argomento del compito è la sequenza di formazione delle famiglie, di nascite e di fughe da una fattoria sita su un'isola. Lo spunto di quanto proposto è stato il problema che affrontò Fibonacci e che lo portò alla definizione della successione che da lui prese il nome. I quesiti si riferiscono non solo al numero di conigli ma anche ad aspetti geografici (quale isola potrebbe essere?). Vedasi il testo in Allegato 4.

• **Ricorso a sussidi, materiali vari, nuove tecnologie a completamento dell'argomento (se lo ritieni necessario):** LIM, aula informatica, sitografia (www.windy.com; [GoogleEarth](https://www.google.com/earth/))

• **Collegamenti interdisciplinari individuati:** Storia, Italiano, Lingue, Tecnologia, Matematica, Scienze

• **Modalità di attivazione del feedback: tipologia di prove di verifica o tipologia di domande che proponi per verificare l'efficacia della tua UD (orali):** Ogni alunno redigerà una relazione che potrà essere corredata da elaborati eseguiti con programmi multimediali o di calcolo.

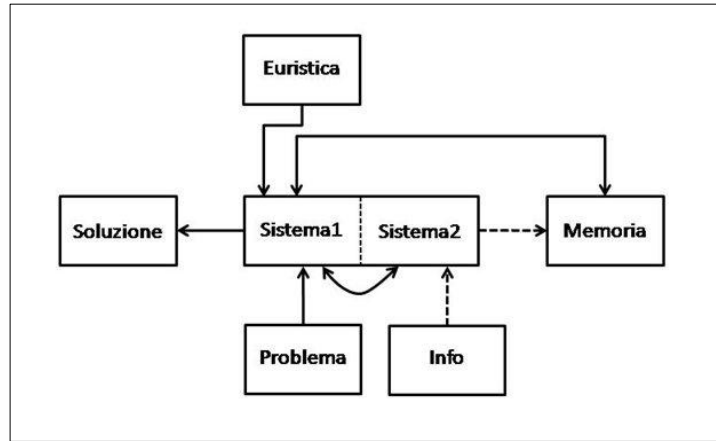
NB Le tecniche di progettazione di slides per un seminario si sono presentate e adottate in una UD progettata ad hoc.

• **Modalità di attivazione del feed-back: tipologia di prove di verifica o tipologia di domande che proponi per verificare l'efficacia della tua UD (scritte):** Relazione sull'attività svolta in laboratorio con i collegamenti alla parte teorico-storico-pratica.

• **Altro:** Fonti: materiale del corso Accademia dei Lincei; *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione* in *Annali della Pubblica Istruzione*, LXXXVIII, 2012 (numero speciale); T. Aebischer: *Scacchi a scuola: riflessioni sull'analisi euristica del gioco e le sue ricadute didattiche*, Perfezionamento post-lauream in *Applicazioni didattiche in logica: il gioco degli Scacchi*, FOR.COM. Formazione per la Comunicazione Consorzio Interuniversitario (Roma), A.A. 2019/2020; C. Bartocci: *Una piramide di problemi. Storie di geometria da Gauss a Hilbert*, Milano, 2012; D. Kahneman: *Pensieri lenti e veloci*, Cles (TN), 2019; E. Ippoliti, C. Cellucci: *Logica*, Milano, 2016; G. Polya: *Come risolvere i problemi di matematica. Logica ed euristica nel metodo matematico*, Novara, 2016, edizione UMI-CIIM (edizione originale 1945).

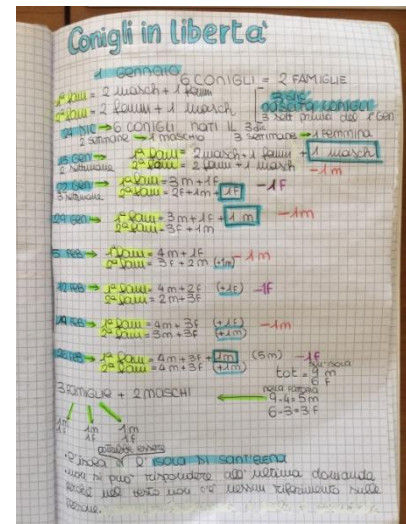
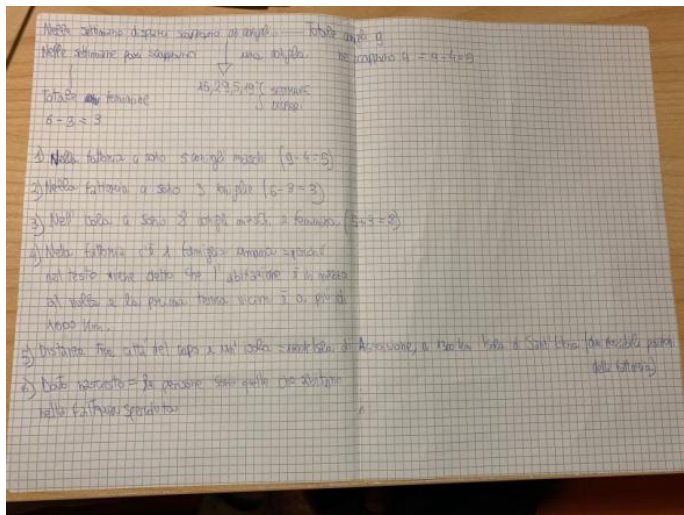
ALLEGATI

Allegato 1:



Adattato da D. Kahneman: *Pensieri lenti e veloci*, Cles (TN), 2019 (T.A.)

Allegato 2: Relazioni degli alunni (selezione)



EVOLUZIONE DEI CONIGLI

l'anno in cui il papà è il papà è lunedì e il 1996 è il papà piattino avere il solo di presenza con circa 1000 abitanti nella fattoria il 29 febbraio 1996 c'è solo un coniglio maschio e 0 coniglio nell'isola invece ci sono 5 conigli maschi e 4 femmine secondo queste ipotesi

DATA	NATI	SCAMPATI	TOTALE	PIATTI
	MASCHI	FEMMI	MASCHI	FEMMI
25 dic.			0	0
1° gen.			1	0
2° gen.	1		1	0
3° gen.		1	1	0
4° gen.			2	0
5° gen.	1		3	0
6° gen.		1	2	0
7° gen.			4	0
8° gen.	0	1	3	1
9° gen.			3	1
10° gen.	0	1	2	1
11° gen.			2	1
12° gen.	0	1	2	1
13° gen.			2	1
14° gen.	0	1	1	0
15° gen.			1	0
16° gen.	0	0	1	0
17° gen.			1	0
18° gen.	0	0	0	1
19° gen.			0	1
20° gen.			0	1
21° gen.			0	1
22° gen.			0	1
23° gen.			0	1
24° gen.			0	1
25° gen.			0	1
26° gen.			0	1
27° gen.			0	1
28° gen.			0	1
29° gen.			0	1
30° gen.			0	1
31° gen.			0	1
1° feb.			0	1
2° feb.			0	1
3° feb.			0	1
4° feb.			0	1
5° feb.			0	1
6° feb.			0	1
7° feb.			0	1
8° feb.			0	1
9° feb.			0	1
10° feb.			0	1
11° feb.			0	1
12° feb.			0	1
13° feb.			0	1
14° feb.			0	1
15° feb.			0	1
16° feb.			0	1
17° feb.			0	1
18° feb.			0	1
19° feb.			0	1
20° feb.			0	1
21° feb.			0	1
22° feb.			0	1
23° feb.			0	1
24° feb.			0	1
25° feb.			0	1
26° feb.			0	1
27° feb.			0	1
28° feb.			0	1
29° feb.			0	1
30° feb.			0	1
1° mar.			0	1

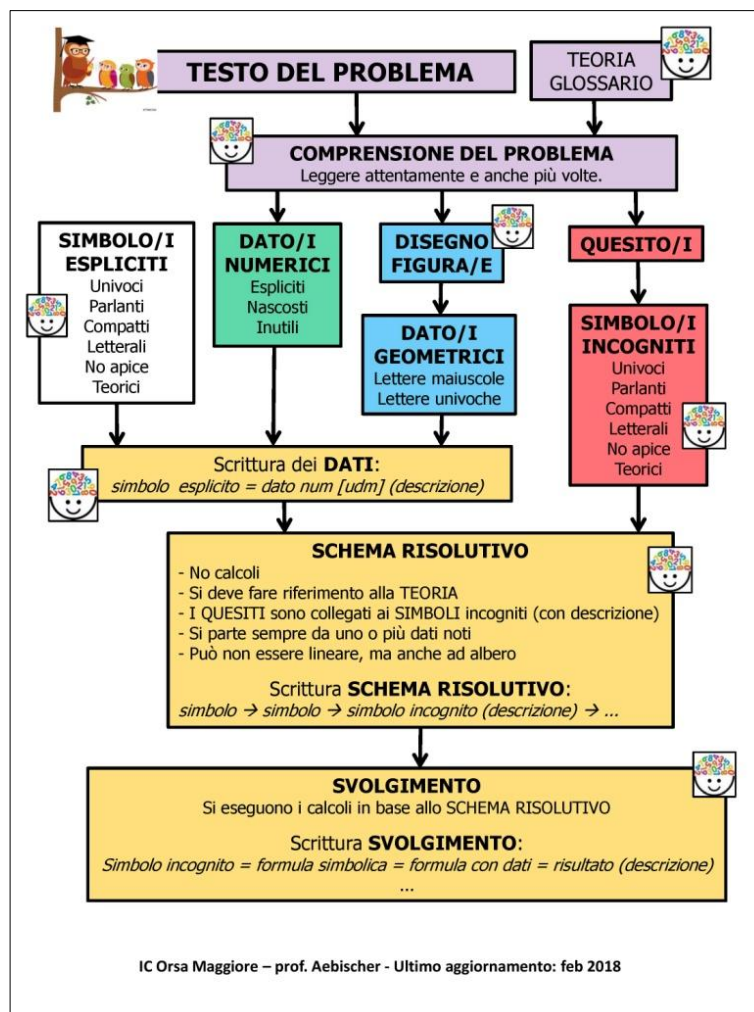
Totale solo $h + k + 1 + 0 = 9$

nel calcolo dei totali dell'isola non si sono considerati i conigli scappati prima del 31 ed e 1995 e non sono stati considerati i conigli di nati al di fuori della fattoria

O78

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2	Se 6 conigli formano 2 famiglie devono per forza essere 4 di un sesso e 2 di dell'altro poiché se fossero 3 e 3 si formerebbero 3 famiglie.											
3	Inoltre, non essendoci indicazioni precise su quando i conigli iniziano a generare, sono state sviluppate le seguenti varie ipotesi.											
4												
5	In questa tabella si prende in considerazione l'ipotesi che sull'isola ci siano 4 maschi e 2 femmine e che inizino a generare dal 1 gennaio											
6		Data	Famiglie	Maschi	Femmine	Femmine piccole	Totale Conigli	Variazioni				
7	1	01-gen	2	5	2	1	8	+1F +1M				
8		07-gen	2	4	2	1	7	-1M				
9	2	08-gen	2	4	2	1	7	0				
10		14-gen	1	4	1	1	6	-1F				
11	3	15-gen	1	5	1	1	7	+1M				
12		21-gen	1	4	1	1	6	-1M				
13	4	22-gen	2	4	2	1	7	+1F				
14		28-gen	1	4	1	1	6	-1F				
15	5	29-gen	1	4	1	1	6	0				
16		04-feb	1	3	1	1	5	-1M				
17	6	05-feb	1	3	1	1	5	0				
18		11-feb	0	3	0	1	4	-1F				
19	7	12-feb	1	3	1	0	4	0				
20		18-feb	1	2	1	0	3	-1M				
21	8	19-feb	1	2	1	0	3	0				
22		25-feb	0	2	0	0	2	-1F				
23	9	26-feb	0	2	0	0	2	0				
24		29-feb	0	2	0	0	2	0	Risposte: A) 2 B) 0 C) 10 D) 0			
25												

Allegato 3: SRP - Schema Risolutivo dei Problemi



Schema Risolutivo del Problema (SRP) (T.A.)

Allegato 4: testo del compito di realtà

CONIGLI IN LIBERTÀ (classe terza)

In una bottiglia di vetro ritrovata sulle spiagge di Città del Capo vi era un foglietto senza data e con il seguente testo:

Dal lunedì 1 gennaio, in una fattoria sperduta su un'isola dalla quale la terra più vicina dista più di 1600 km, vi sono 6 conigli col pelo bianco che formano 2 famiglie.

La settimana prima del 1 gennaio i 6 conigli erano da soli ed erano nati da 3 settimane.

Ogni due settimane, di lunedì, metà delle famiglie presenti nella fattoria genera un coniglietto.

Ogni tre settimane, di lunedì, la metà delle famiglie presenti nella fattoria genera una coniglietta.

Se le famiglie sono dispari, una famiglia non genera alcun coniglietto o coniglietta.

Le conigliette nate possono generare solo dopo 3 settimane dalla nascita.

Ogni coniglio o coniglia compone solo una famiglia.

Alla fine delle settimane dispari dell'anno un coniglio scappa dalla fattoria, mentre alla fine di quelle pari dell'anno scappa una coniglia.

Con queste informazioni rispondere alle seguenti domande relativamente alla situazione al giorno 29 febbraio dello stesso anno:

- a) quanti conigli maschi vi sono nella fattoria?*
- b) quante coniglie vi sono nella fattoria?*
- c) quanti conigli, maschi e femmine, vi sono sull'isola?*
- d) quante famiglie vi sono nella fattoria?*
- e) quale potrebbe essere l'isola?*
- f) quante persone vi erano sull'isola?*