

Problemi e soluzioni

Francesca Tovenà Università di Roma Tor Vergata

Laura Lamberti Liceo Righi

Progetto con la mente e con le mani

Accademia dei Lincei

Polo di Roma

18 settembre 2019

‘problemi’ come

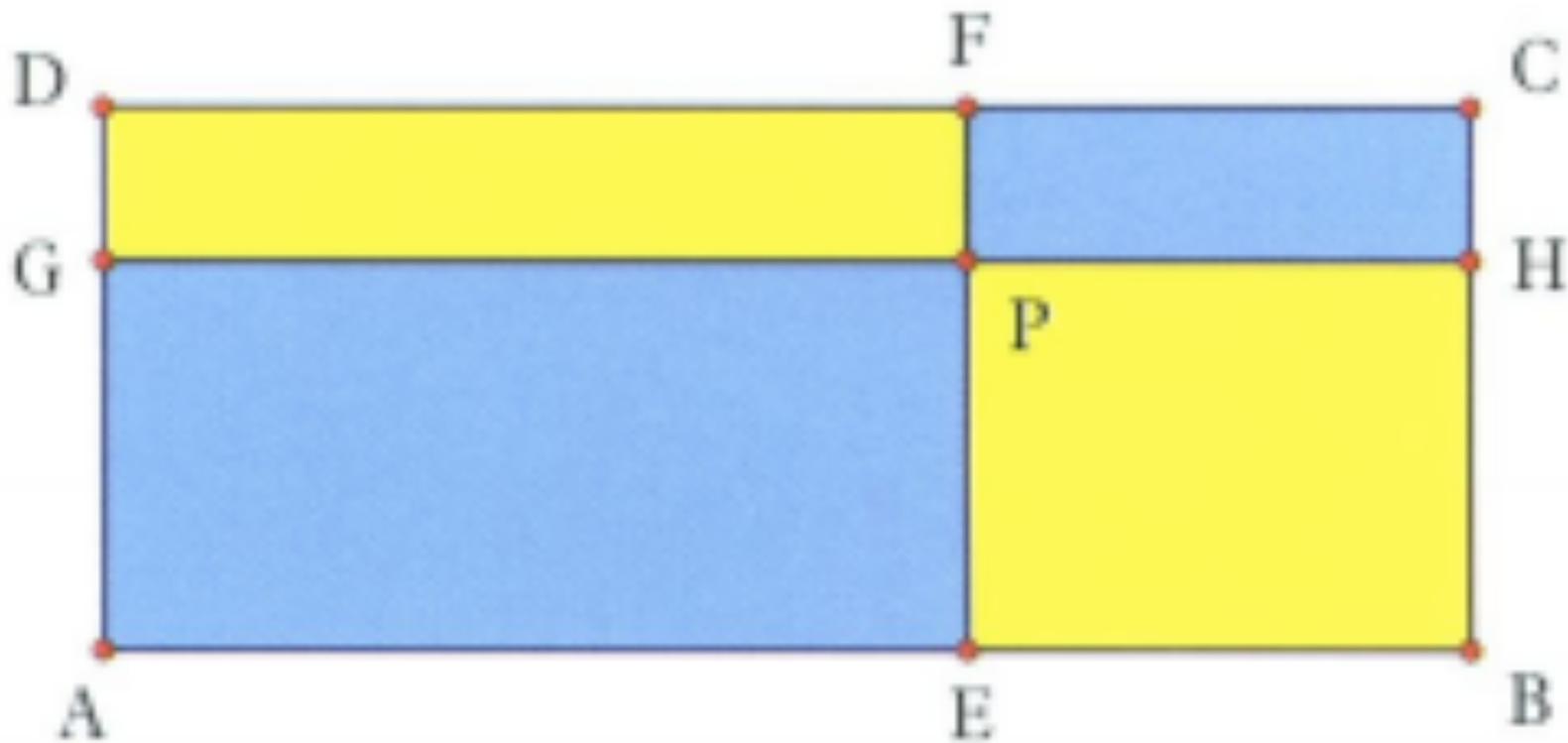
- finestra di lavoro per permettere un contatto ‘diretto’ tra quesiti di matematica e ragazzi
- occasione per favorire nei ragazzi lo sviluppo di un ‘pensiero matematico’, di una positiva routine che ponga le basi per un atteggiamento risolutivo e un bagaglio di strumenti

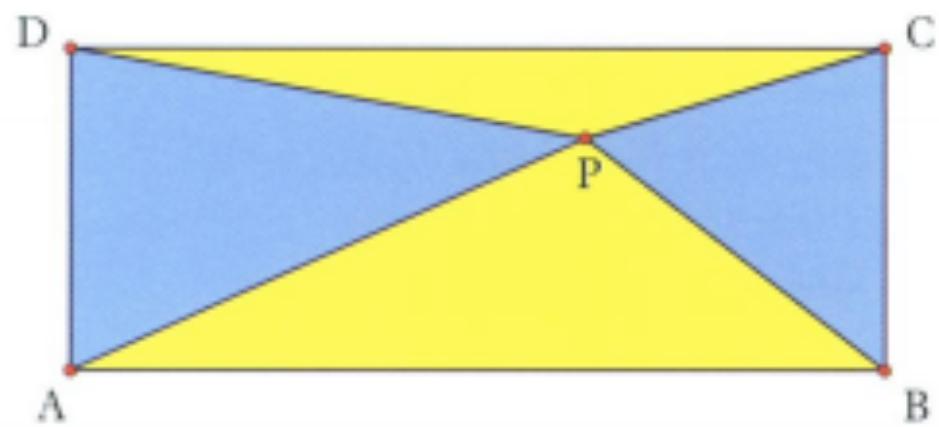
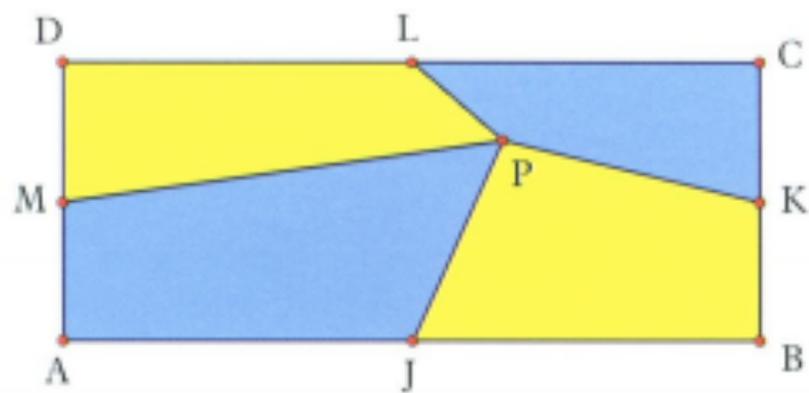
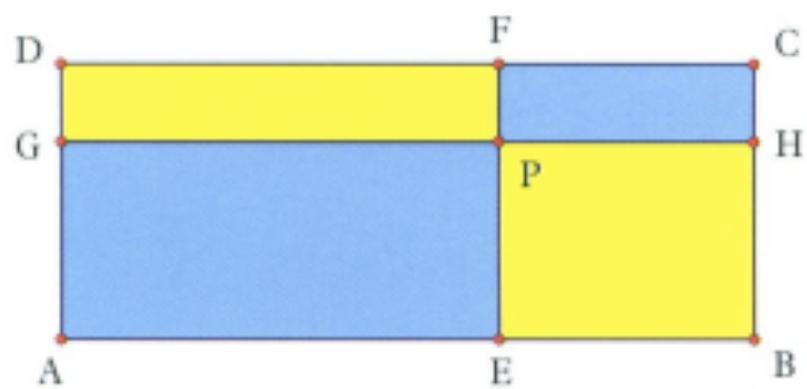
- Riflessione su come possiamo favorire e sollecitare lo sviluppo di un pensiero organico e fantasioso, anche alla luce dei consigli provenienti da esperti quale Polya

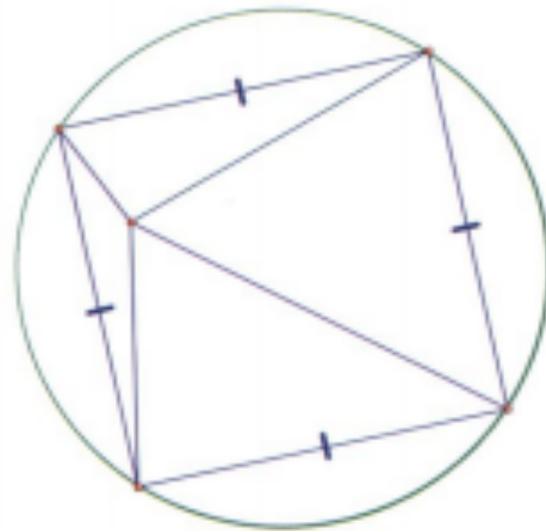
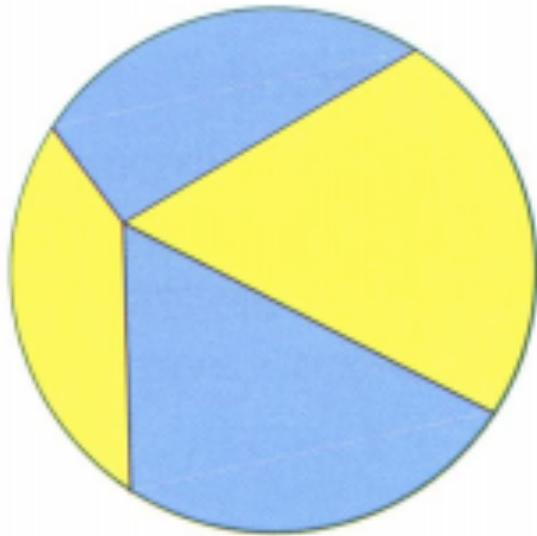
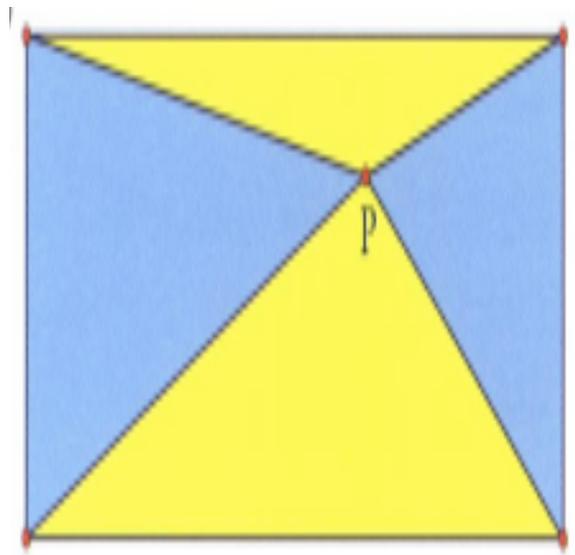
- Discutere e selezionare alcuni argomenti/temi ritenuti di interesse
- Individuare quesiti o situazioni di studio che:
 - permettano di lavorare con i ragazzi suscitando il loro interesse attivo e partecipato
 - si prestino allo sviluppo di congetture

- Iniziando gli incontri a gennaio, cercheremo di tenere conto delle indicazioni degli insegnanti presenti
- L'incontro di fine anno sarà occasione, per chi desidera, di esporre (o far esporre ai ragazzi) il lavoro svolto in classe su uno dei temi discussi assieme o su temi diversi ma con spirito analogo

Confronto di aree

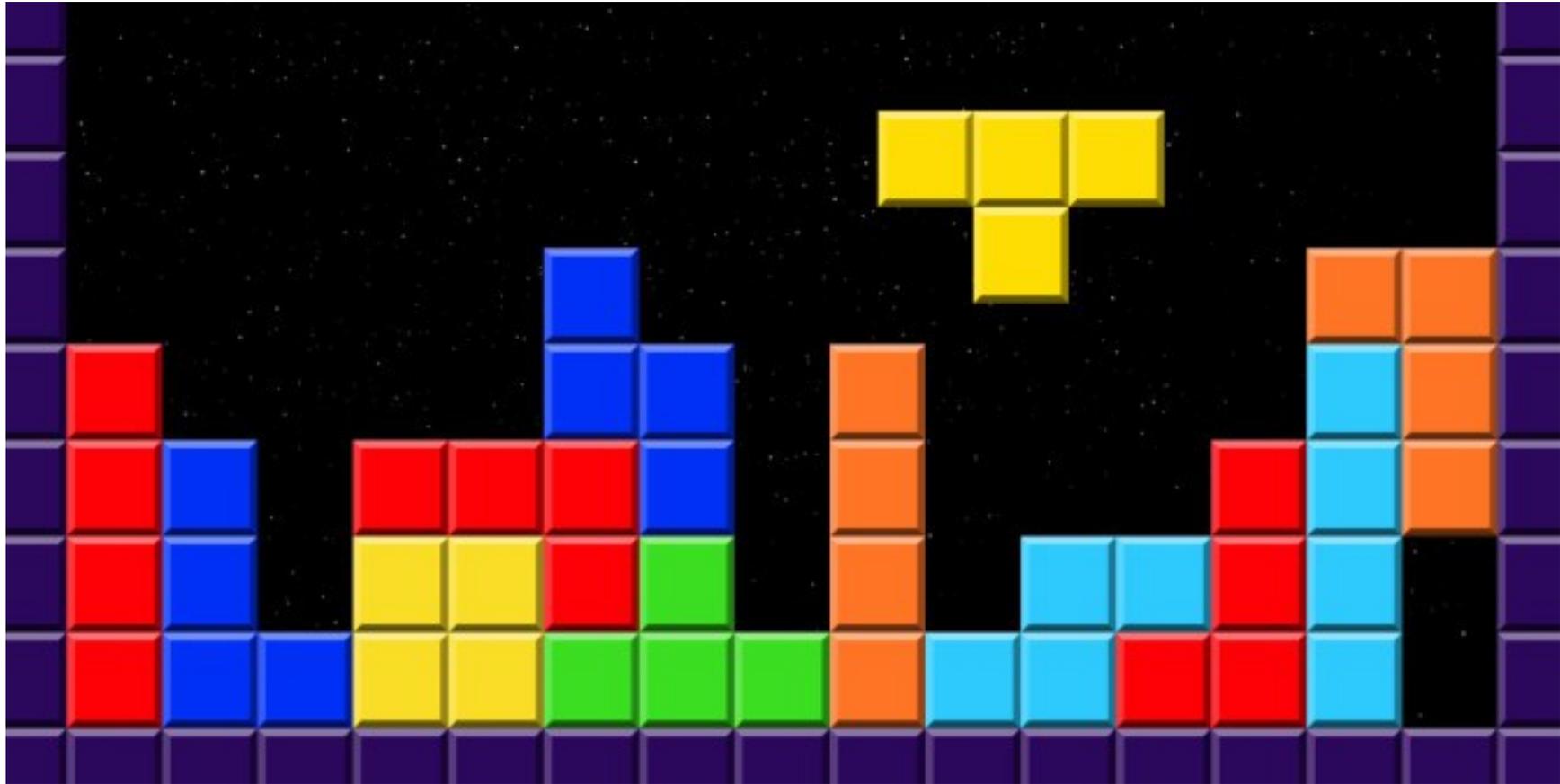






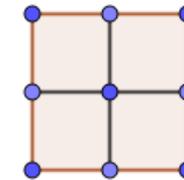
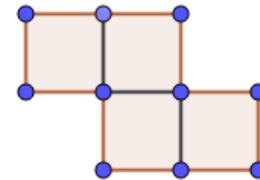
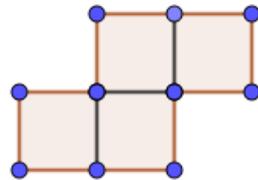
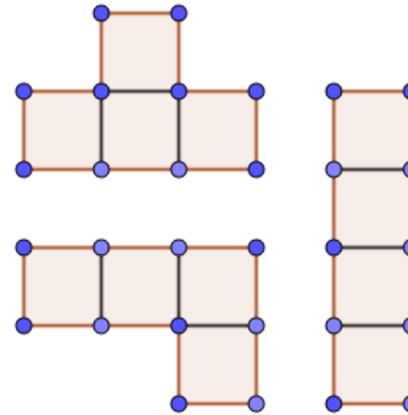
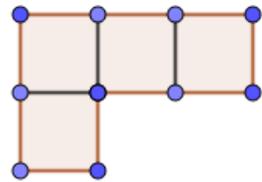
Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris



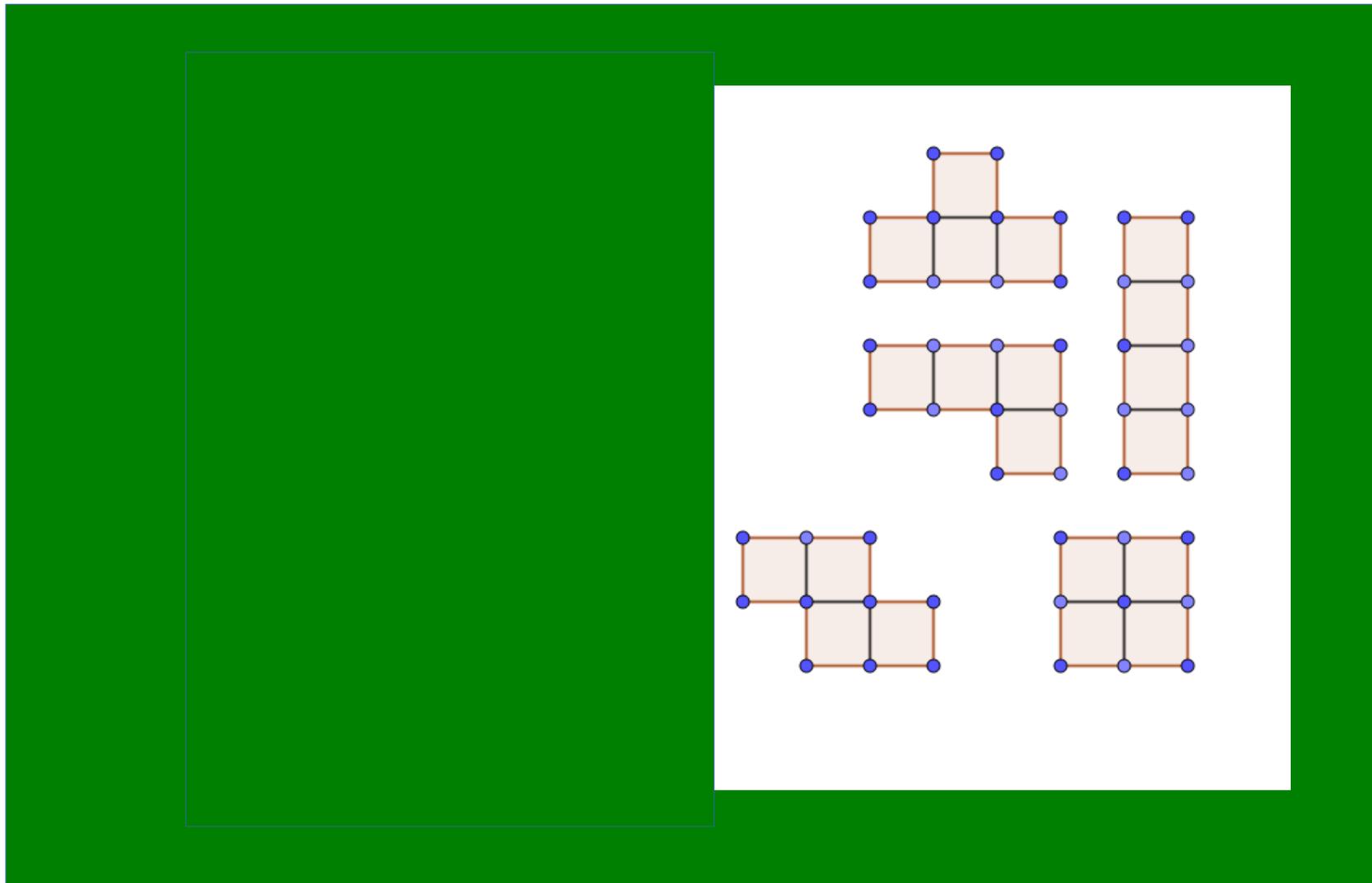
Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris



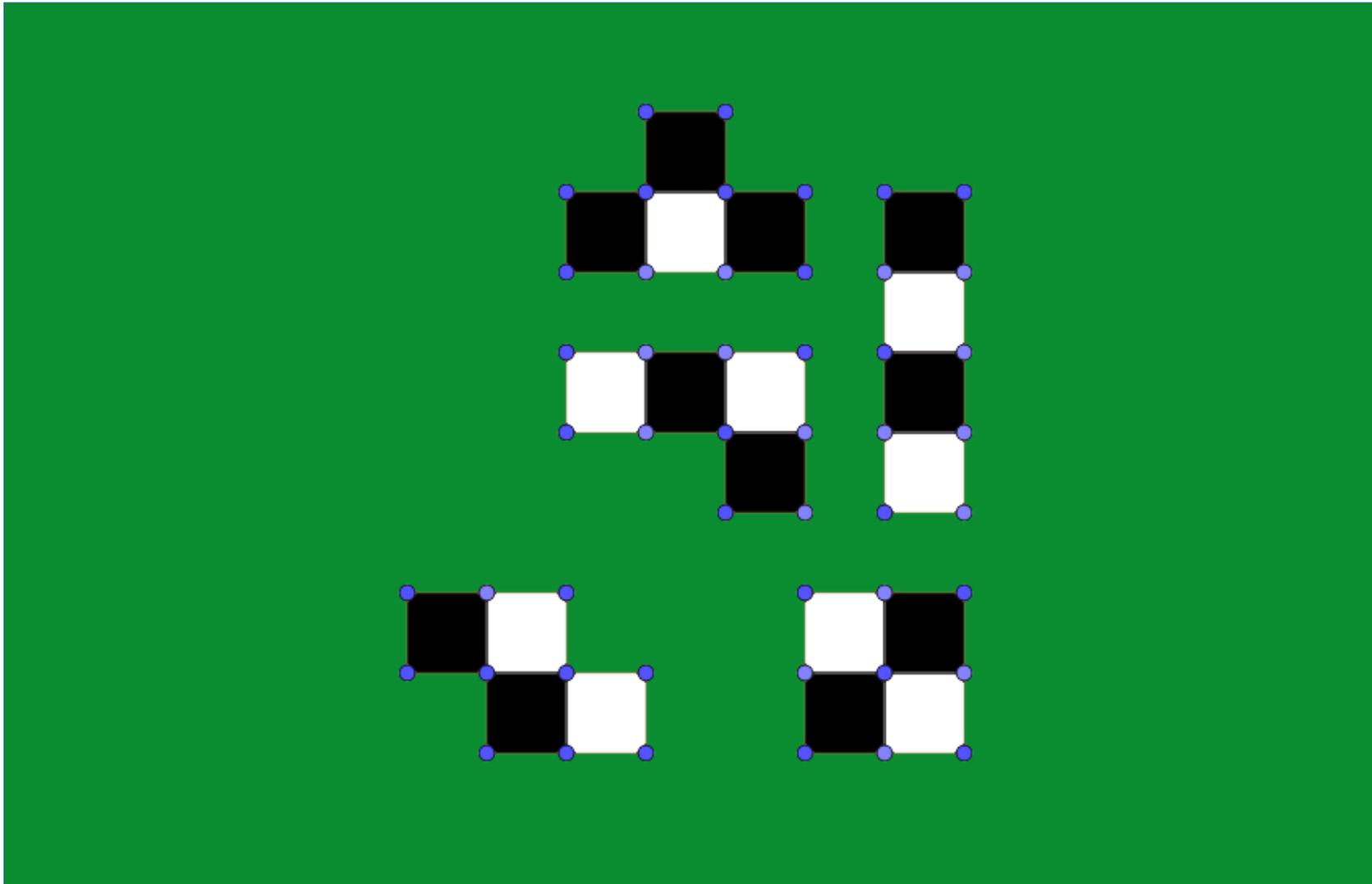
Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris



Problemi e soluzioni

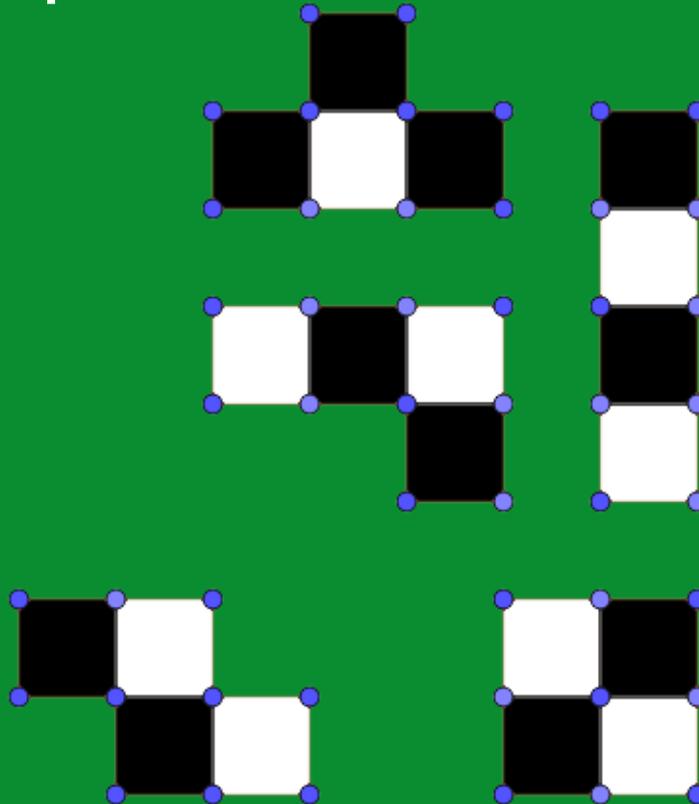
Le 5 forme dei tetramini



Problemi e soluzioni

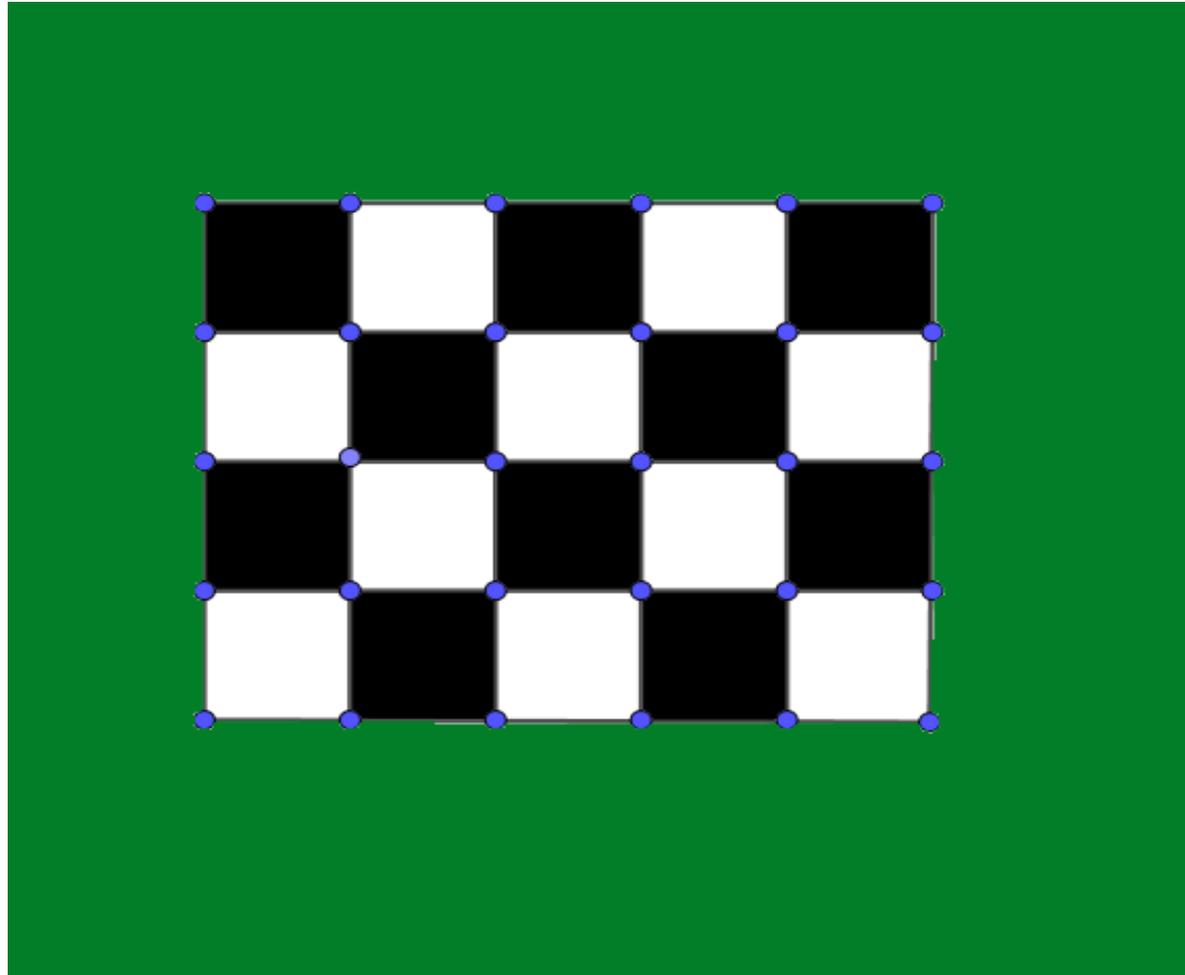
Il gioco del tetris

E' possibile costruire un rettangolo utilizzando tutti e cinque i tetramini?



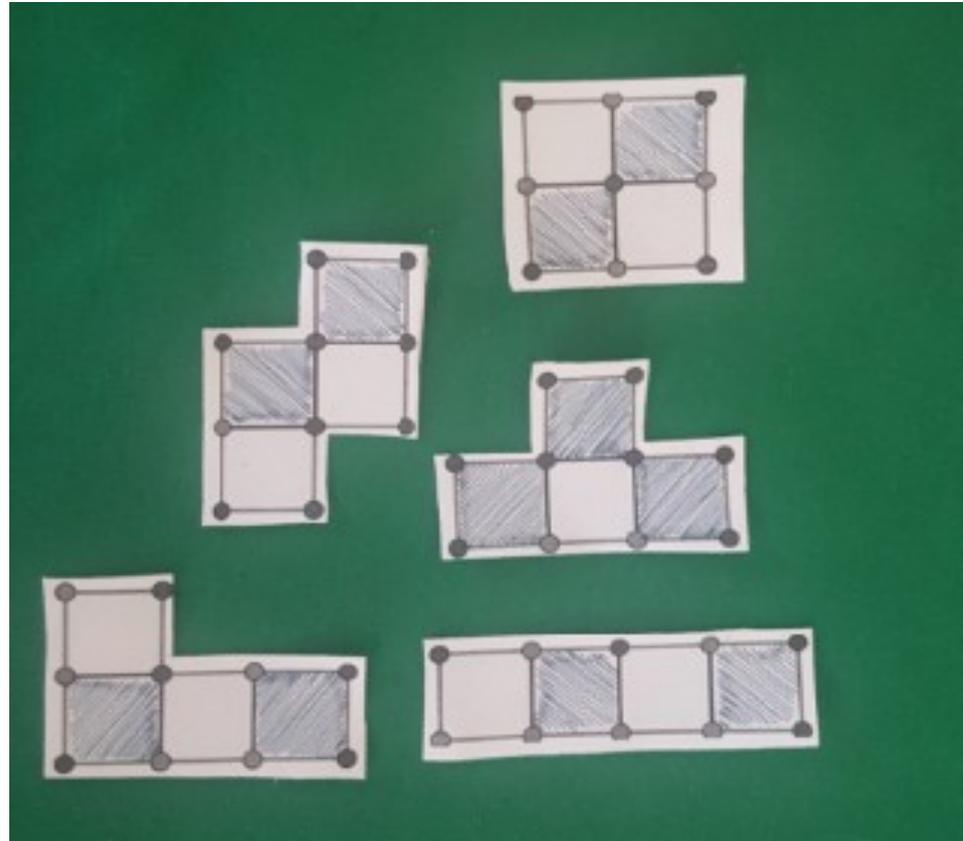
Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris



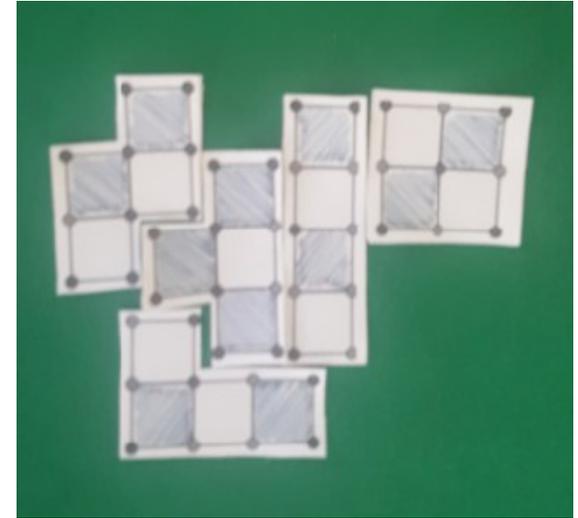
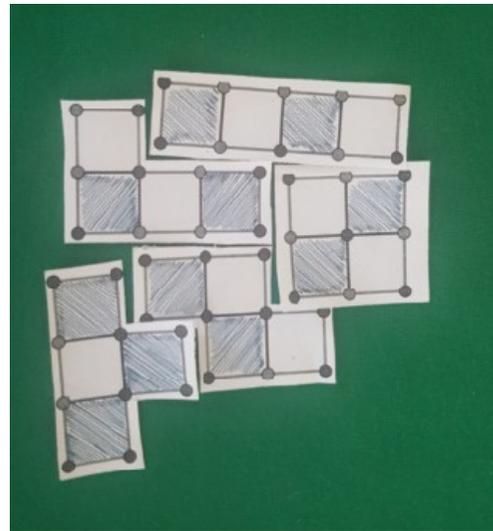
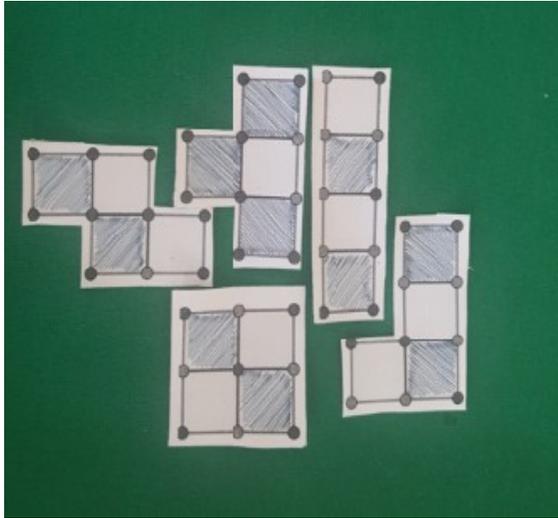
Problemi e soluzioni

Prove in classe con le mani



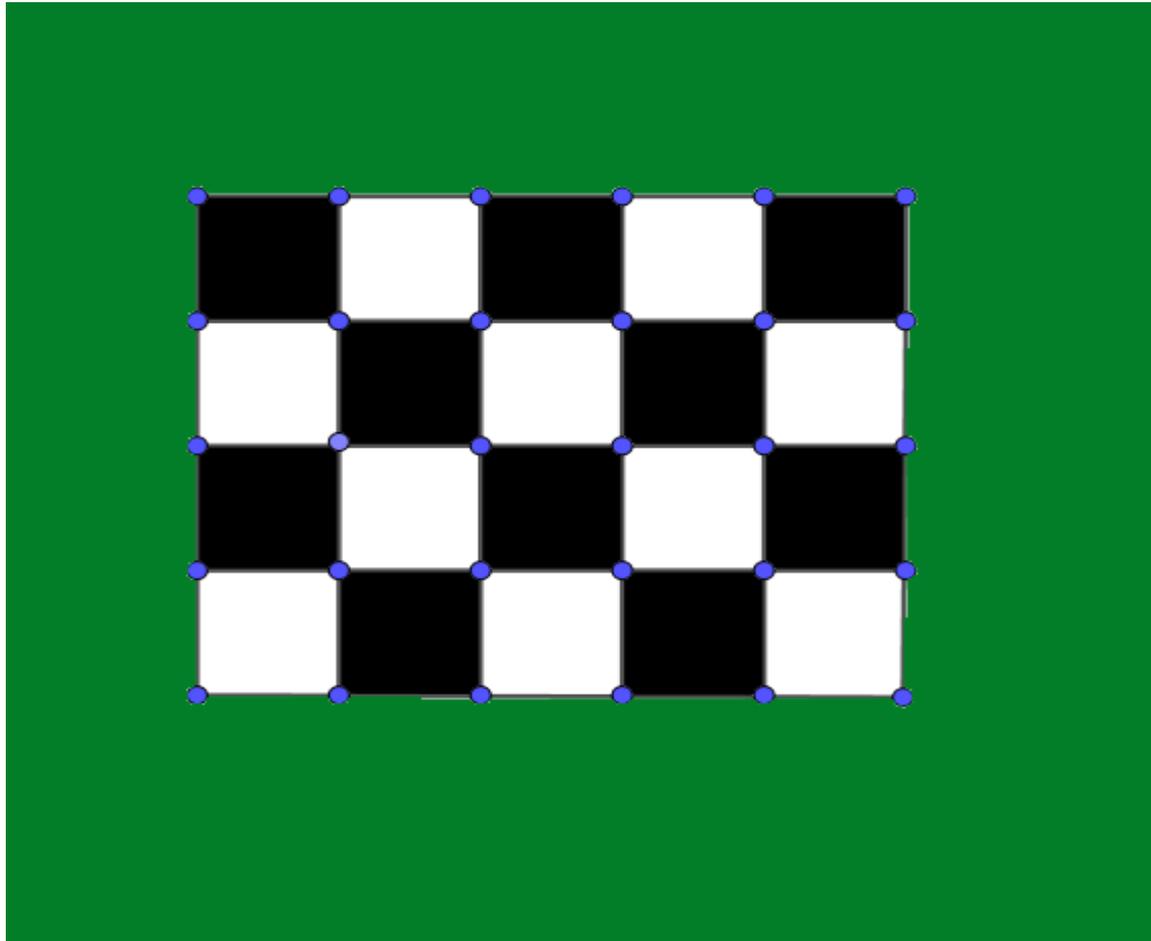
Problemi e soluzioni

Prove di costruzione di un rettangolo con i 5 tetramini



Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris

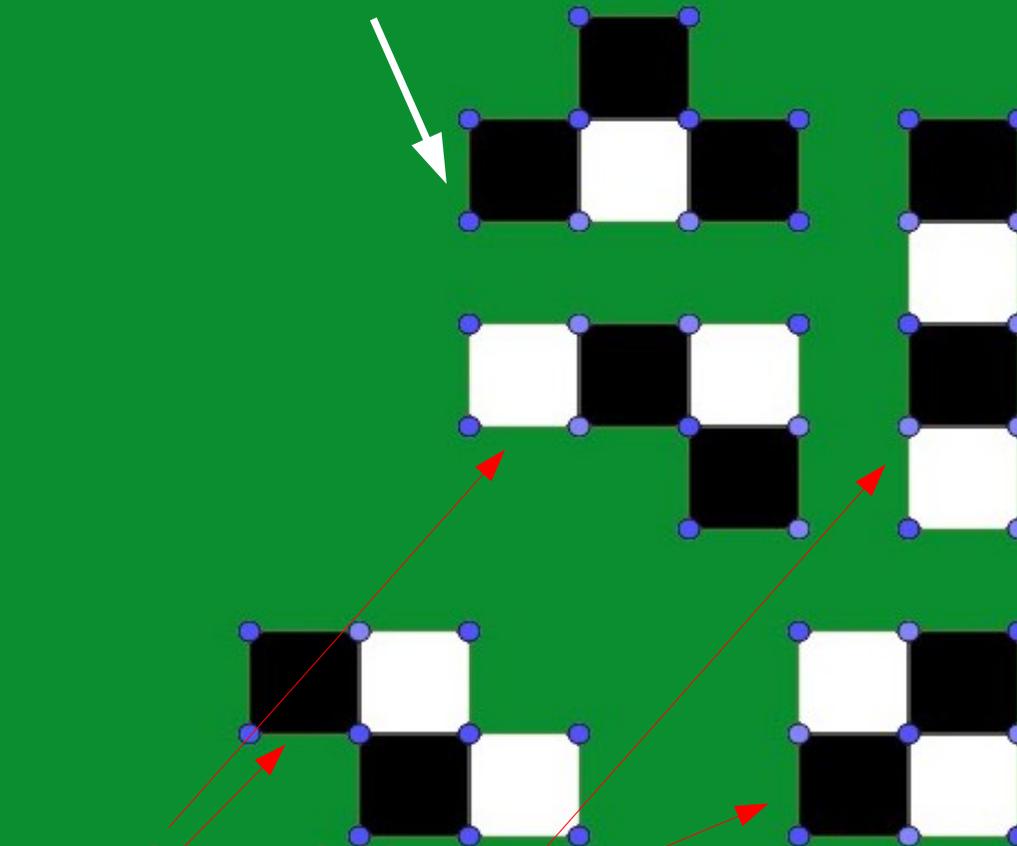


$2B + 2N$ in ogni colonna

Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris

Il T-tetramino non mantiene la parità tra bianchi e neri

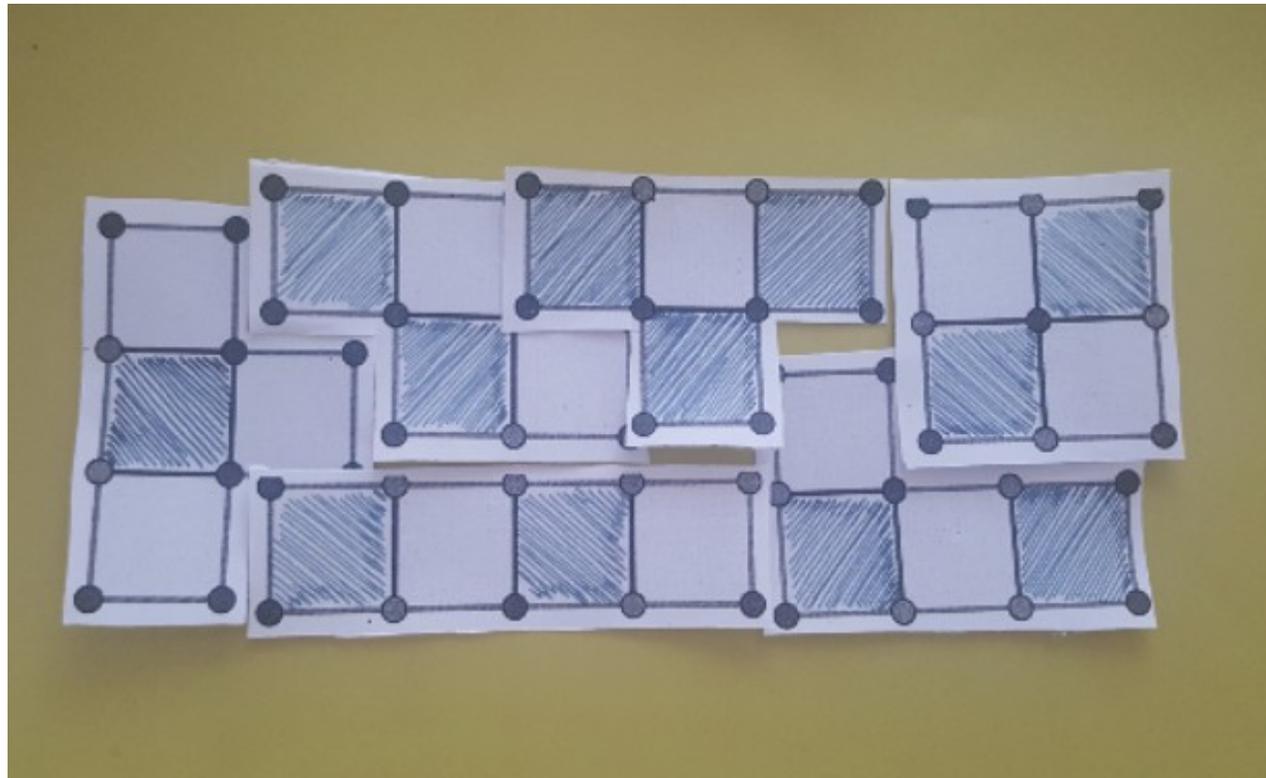


Questi tetramini hanno lo stesso numero di bianchi e di neri

Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris

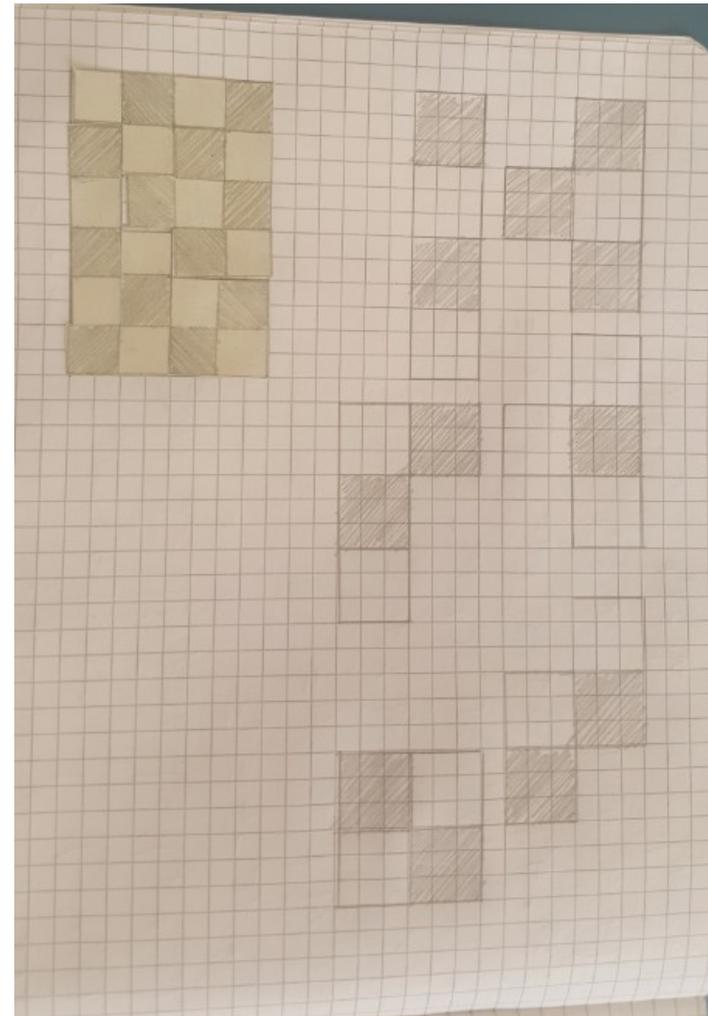
Ripristinando la parità aggiungendo un T-tetramino colorato in modo opposto
È possibile formare un rettangolo 3 x 8



Problemi e soluzioni

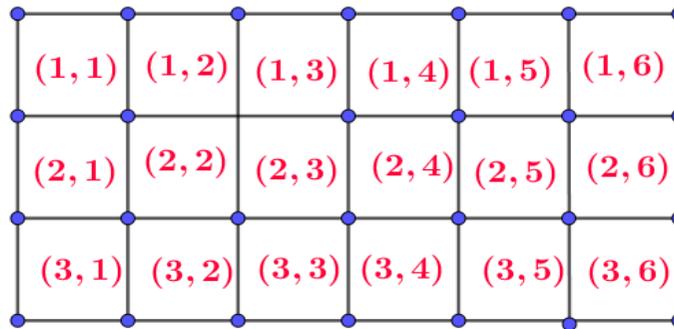
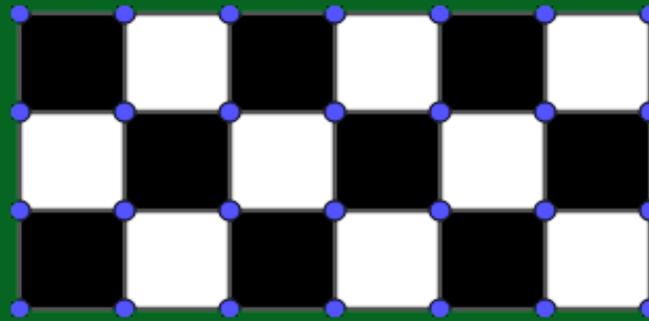
Il gioco del tetris

Oppure un rettangolo 4 x 6



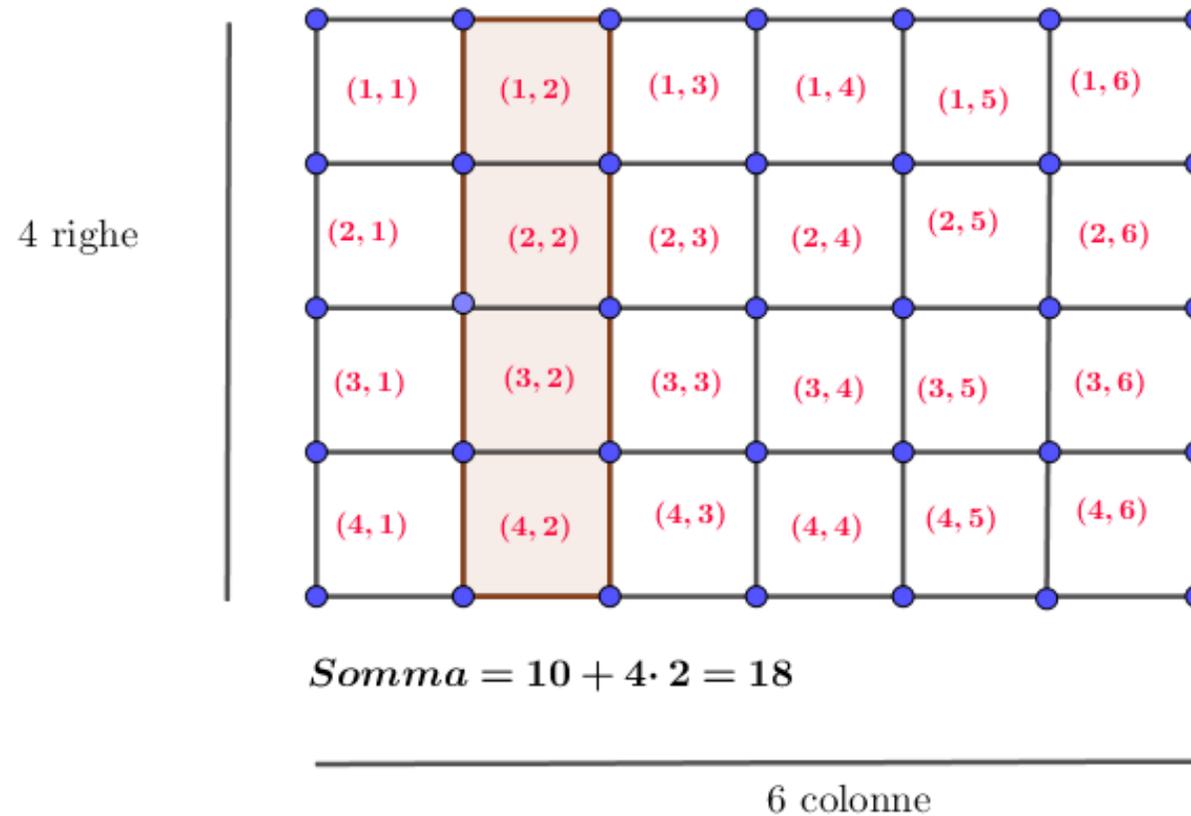
Problemi e soluzioni

Una soluzione più classica



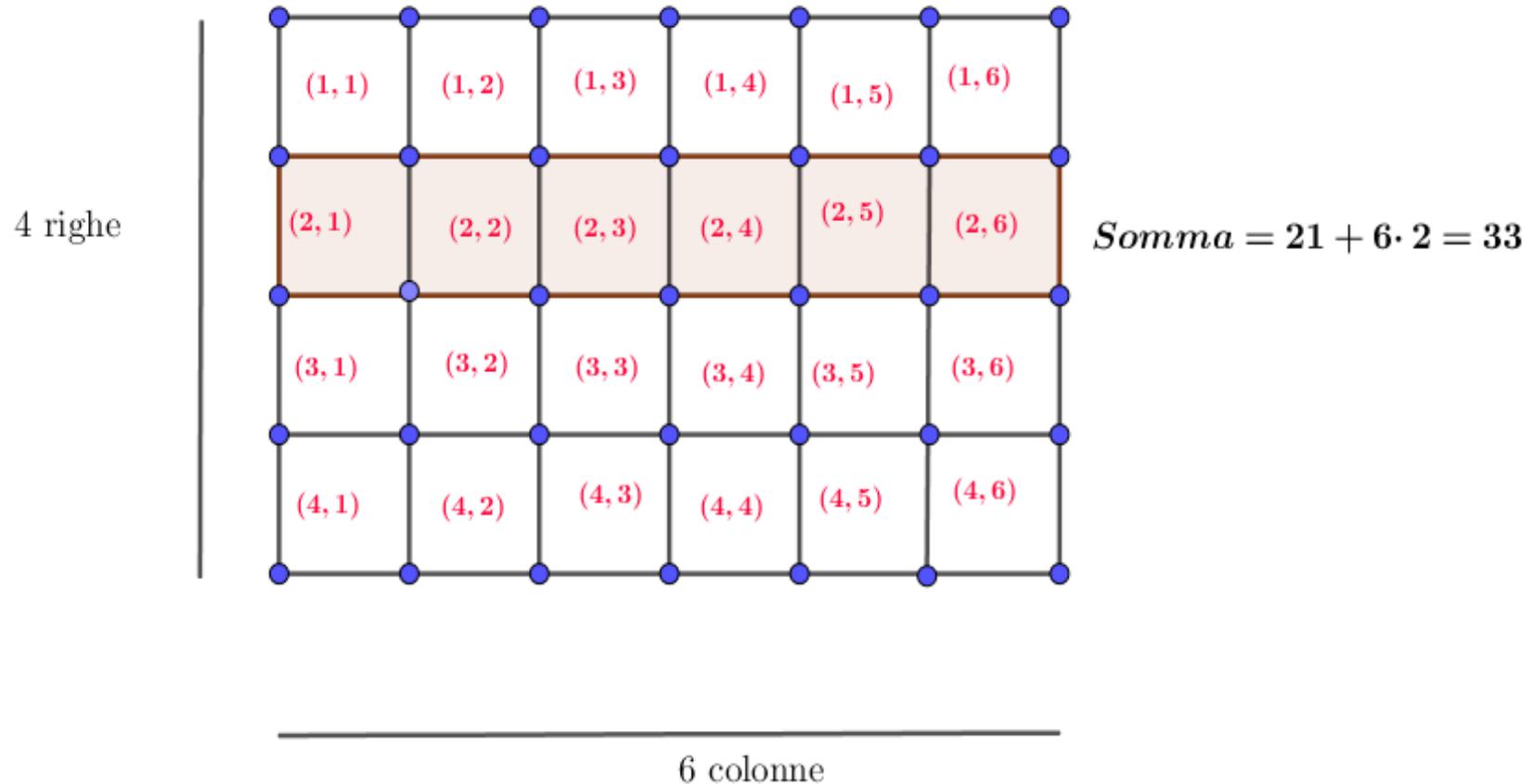
Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris



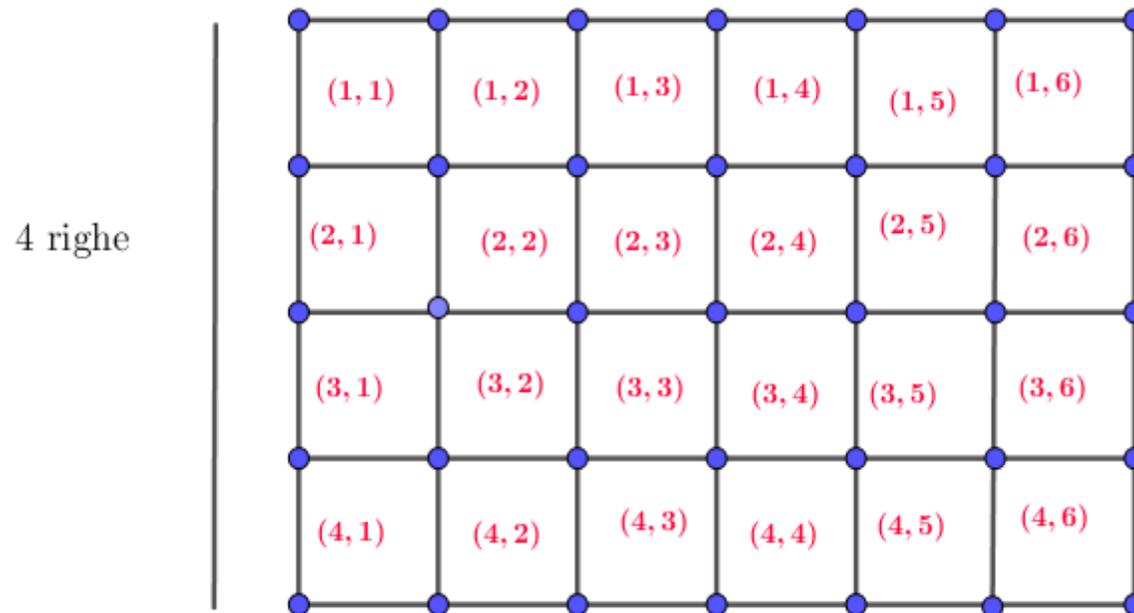
Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris



Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris

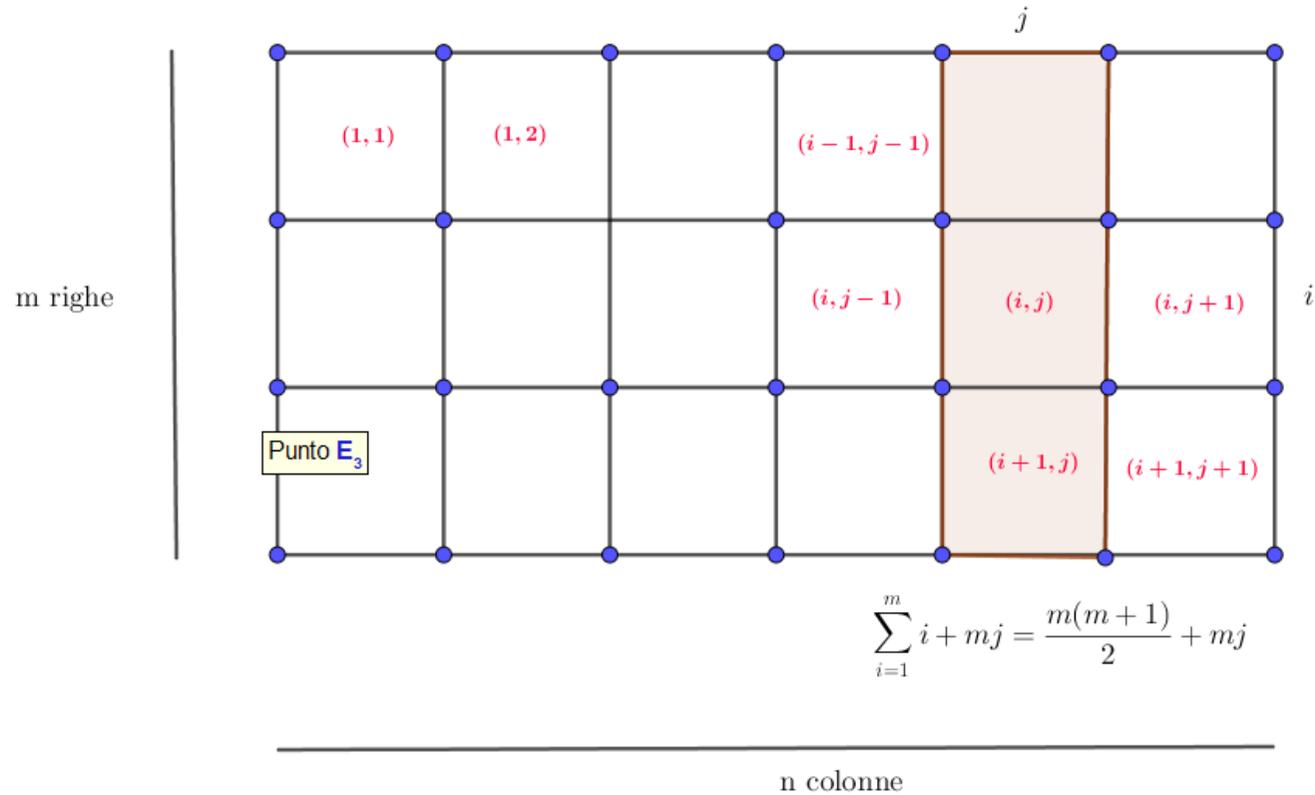


$$\text{Somma totale} = 21 \cdot 4 + 6 \cdot (1 + 2 + 3 + 4) = 21 \cdot 4 + 6 \cdot 10 = 144$$

6 colonne

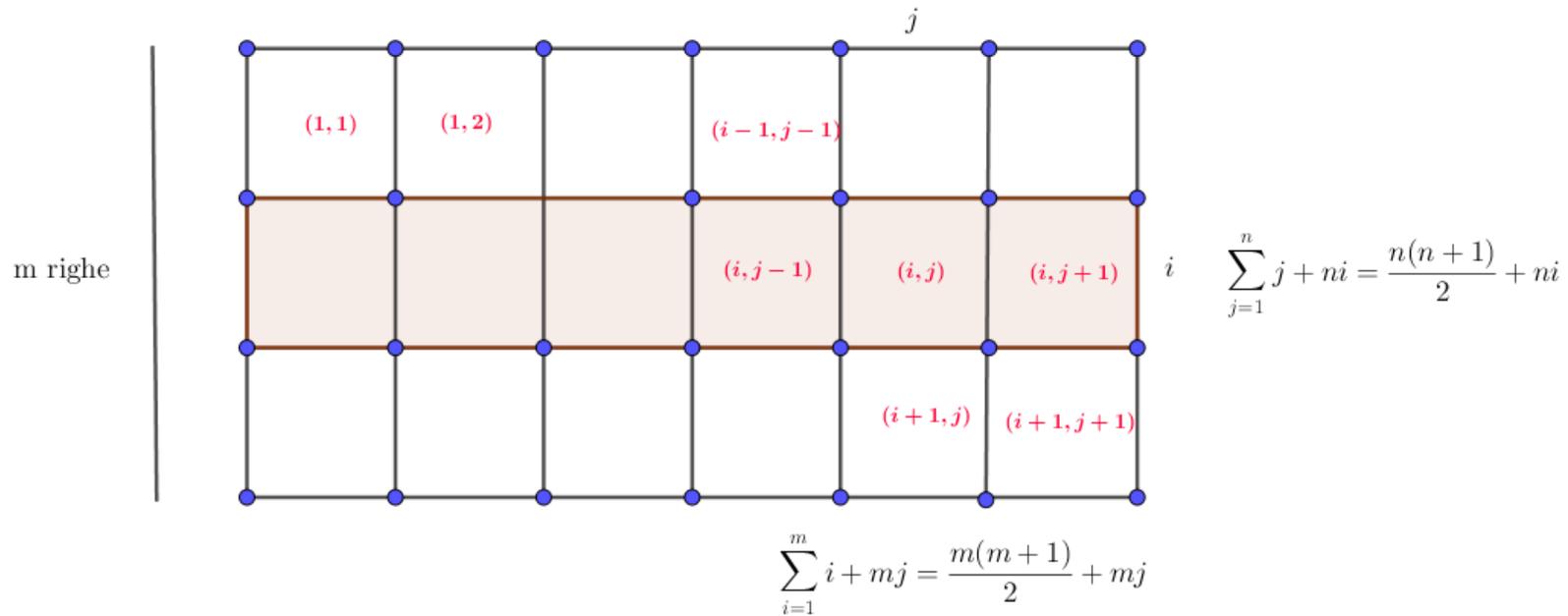
Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris



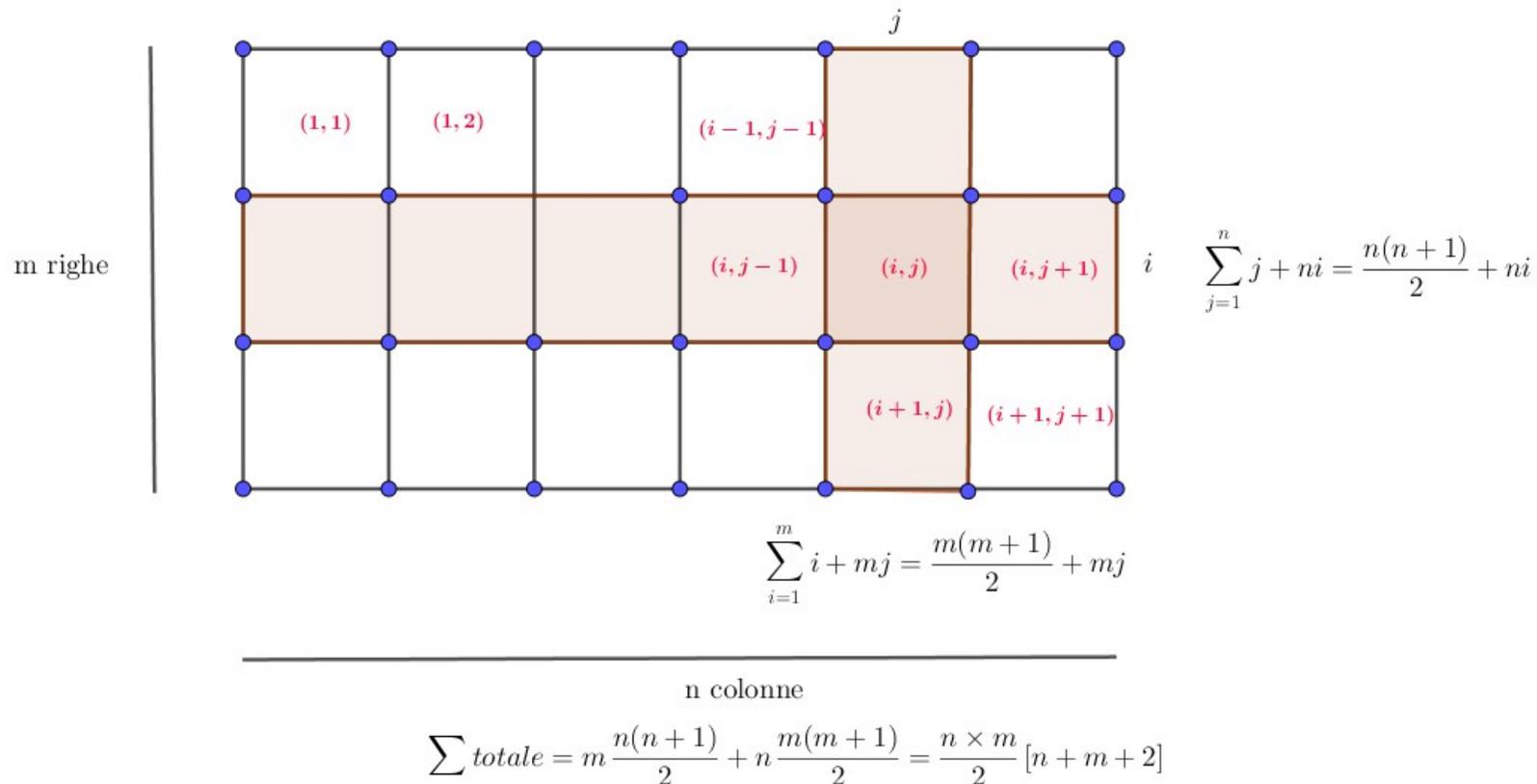
Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris



Problemi e soluzioni

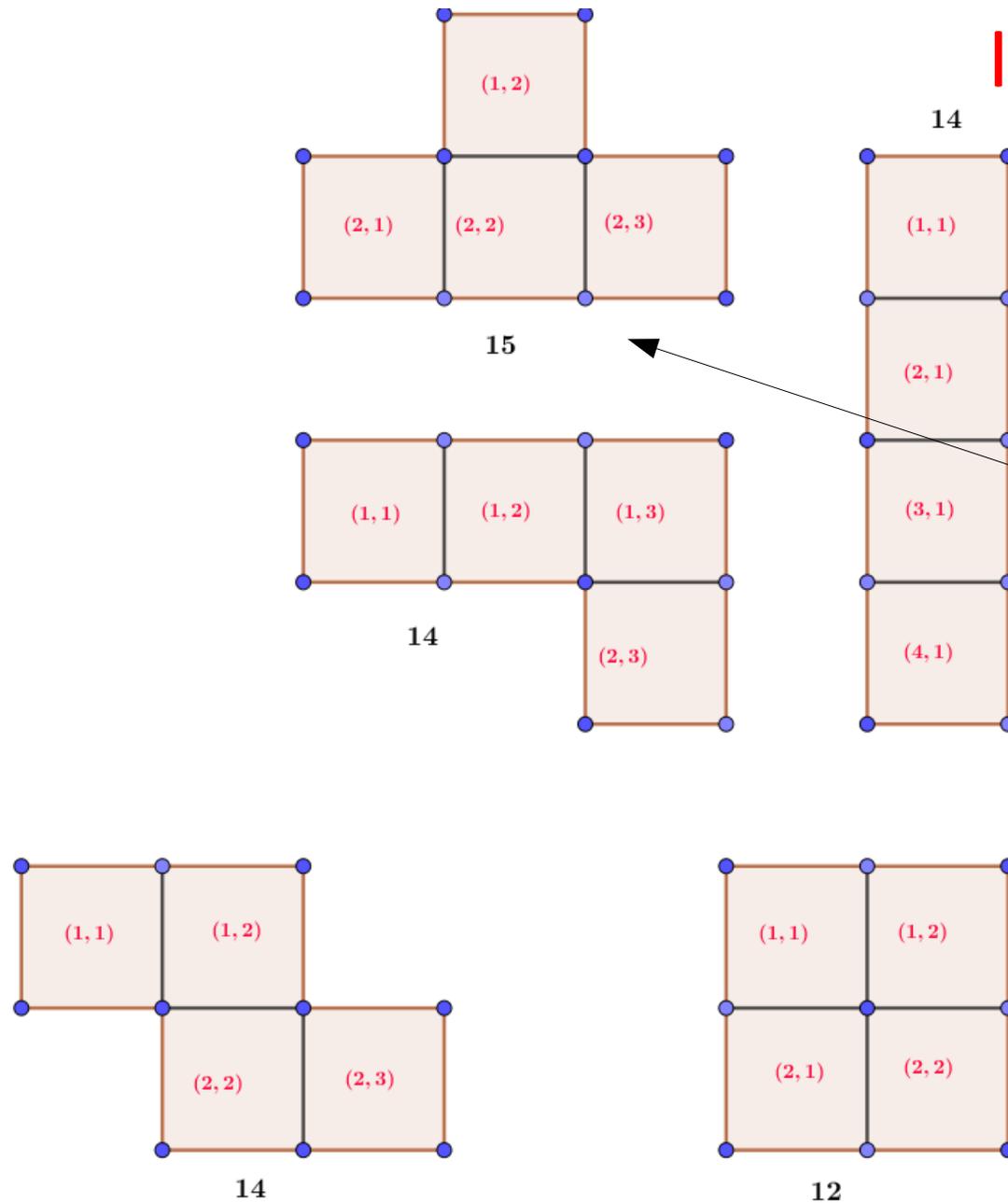
Il gioco del tetris



Il prodotto $n \times m$ (dimensione del rettangolo) è sempre multiplo di 4
Perchè i tetramini sono di area 4. La somma degli indici è sempre un numero pari.

Problemi e soluzioni

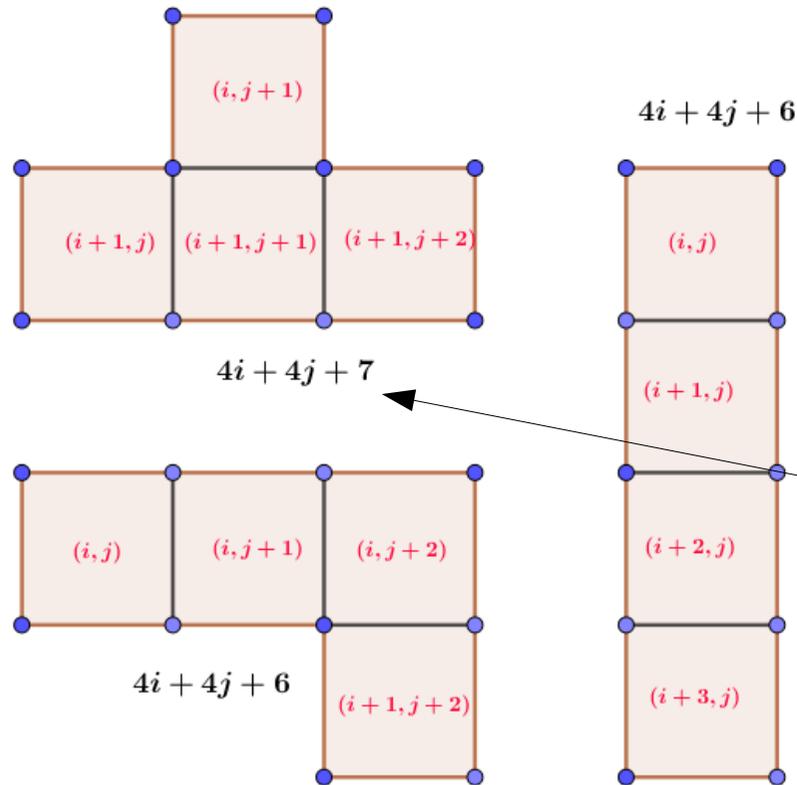
Il gioco del tetris



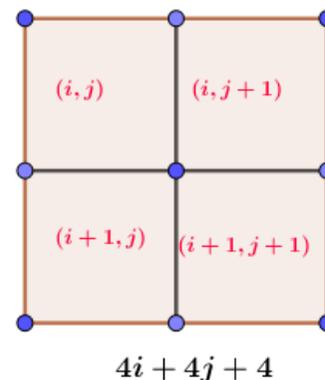
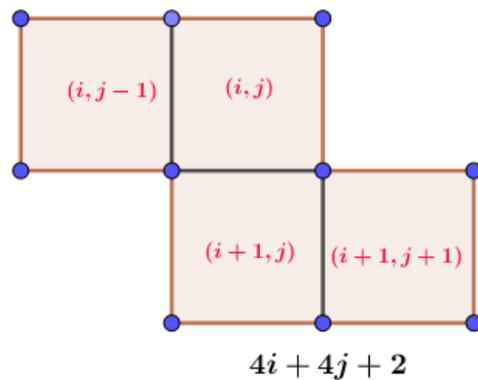
Solo il T tetramino
ha somma degli indici
dei quadretti
dispari

Problemi e soluzioni

Il gioco del tetris



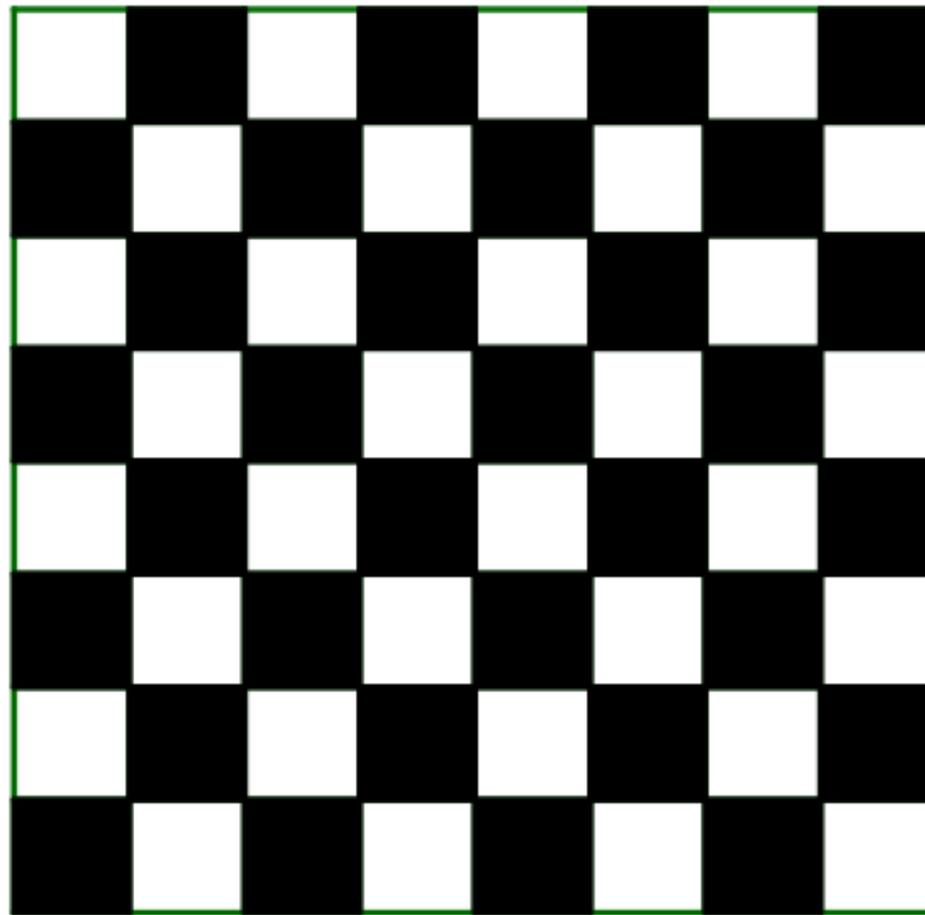
Solo il T tetramino
ha somma degli indici
dei quadretti
dispari



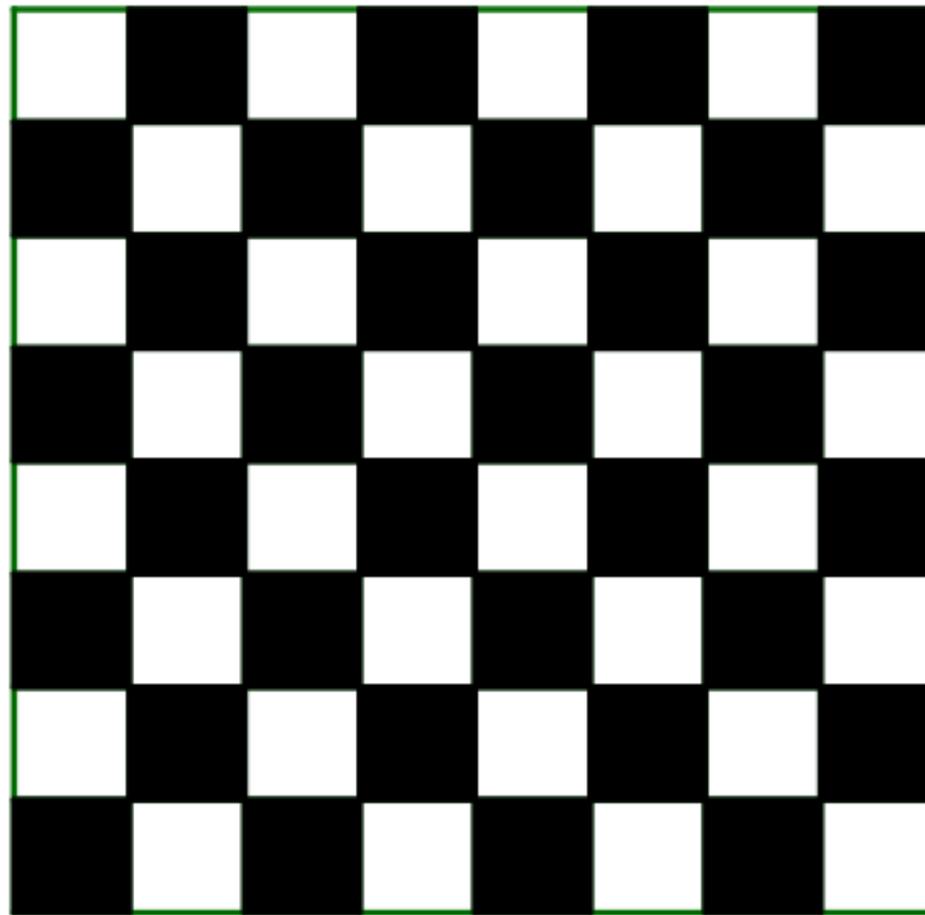
Un problema simile

la scacchiera modificata

E' naturalmente possibile ricoprire una scacchiera 8 x 8 con le tessere del domino

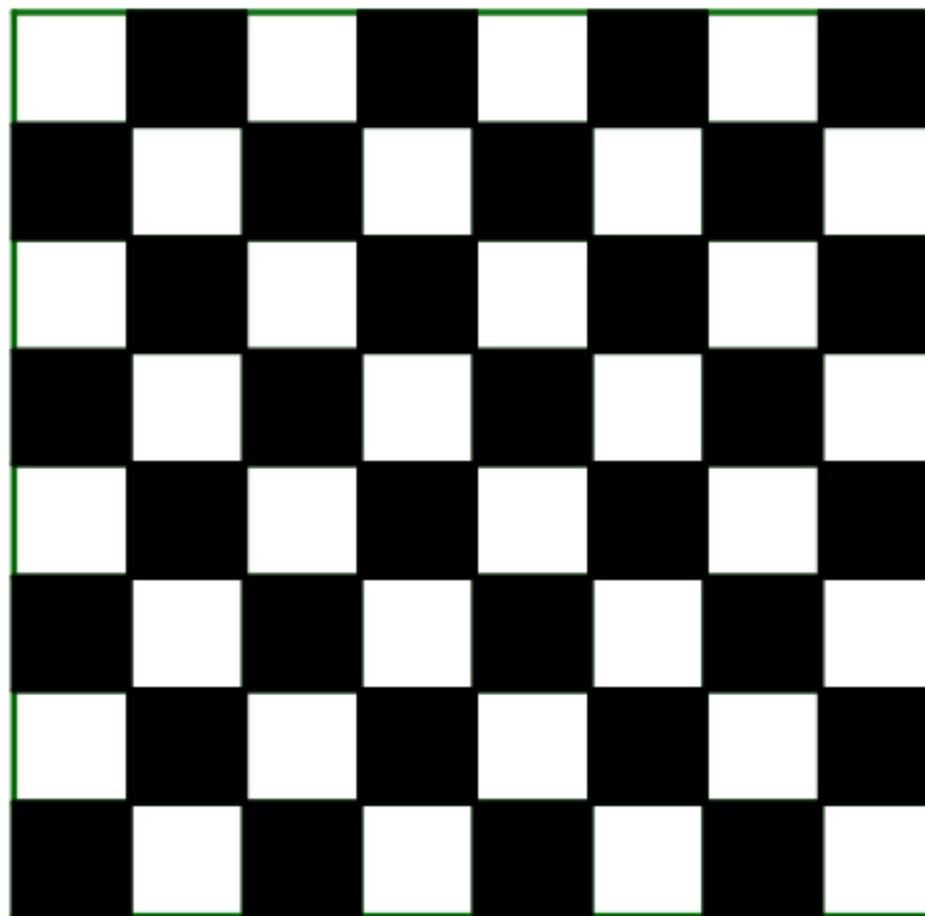


Ci si può chiedere in quanti modi.



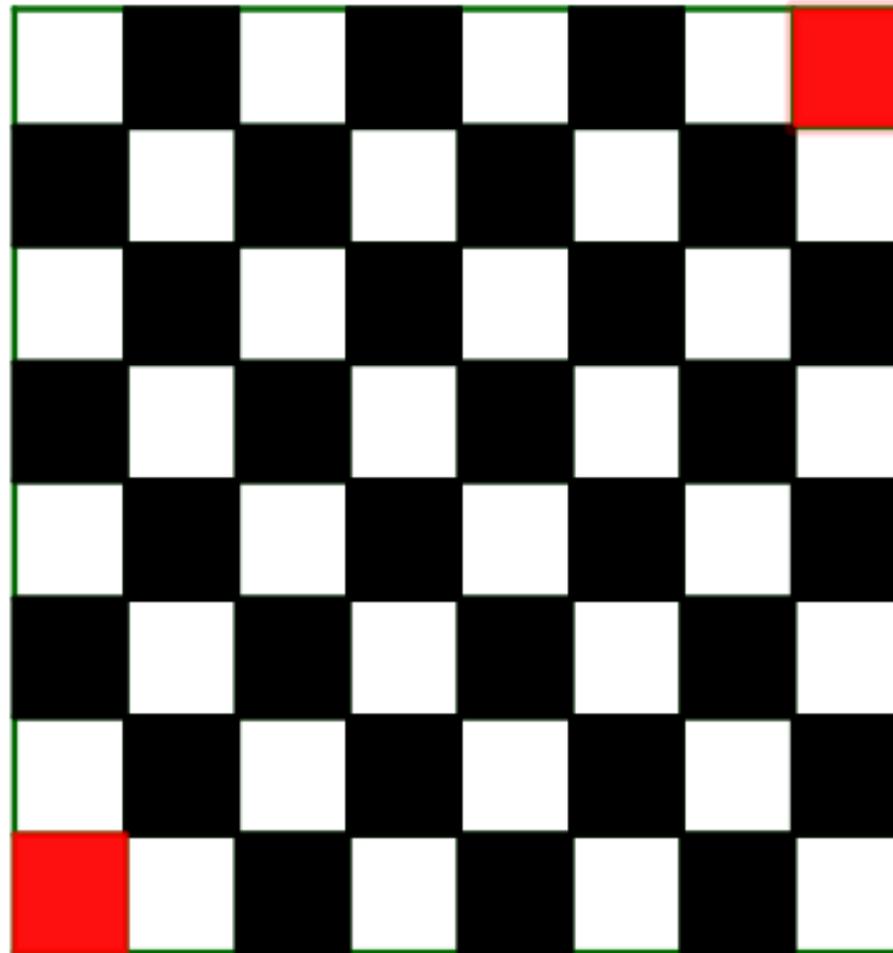
Il professor Fisher nel 1961 risolse il problema per una scacchiera 8 x 8 come quella rappresentata in figura, trovando che questa poteva essere ricoperta da tessere del domino in

$$2^4 \times 901^2 = 12,988,816 \text{ modi}$$



32 bianchi e 32 neri

E' possibile ricoprire una scacchiera 8 x 8
a cui sono stati tolti i due quadretti diagonalmente opposti ?

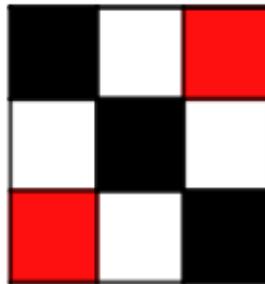


Problemi e soluzioni

Come si diventa buoni risolutori?
non solo è necessario un certo bagaglio di conoscenze,
ma occorre

1. comprendere il problema,
 2. scoprire i legami tra le varie informazioni,
 3. saper sviluppare un piano,
- e infine
4. esaminare attentamente il risultato, procedendo alla sua verifica.

Data la complessità del problema il “bravo risolutore”
studierà una semplificazione del problema



E' possibile ricoprire questa nuova scacchiera
con le stesse tessere 2 x 1 del domino?
Ed eventualmente lo fosse
in quanti modi?

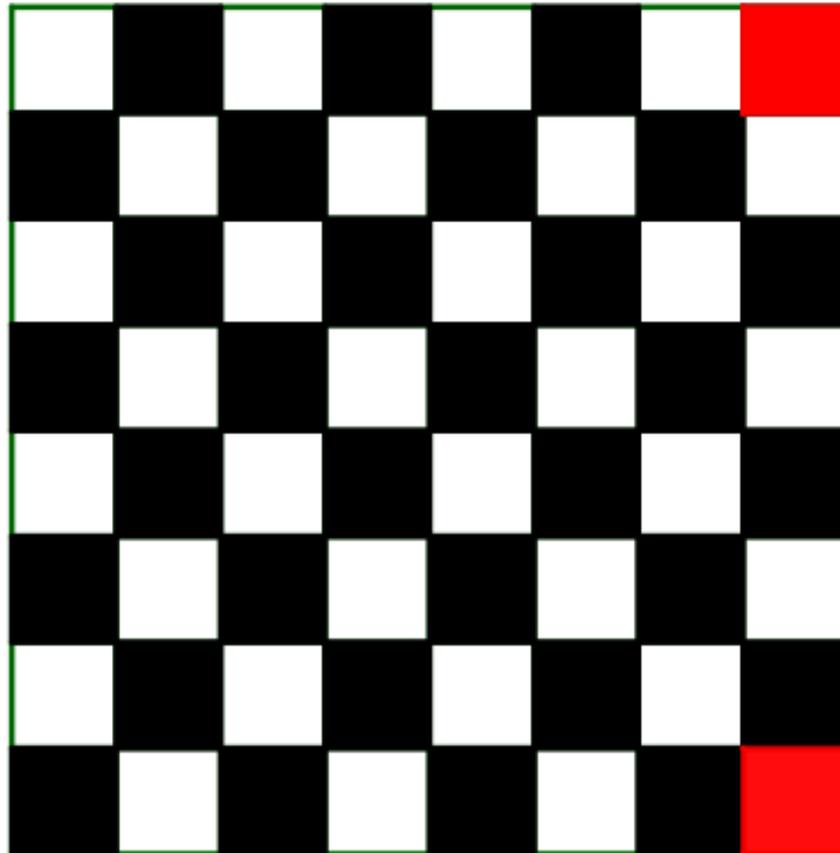


Problemi e soluzioni

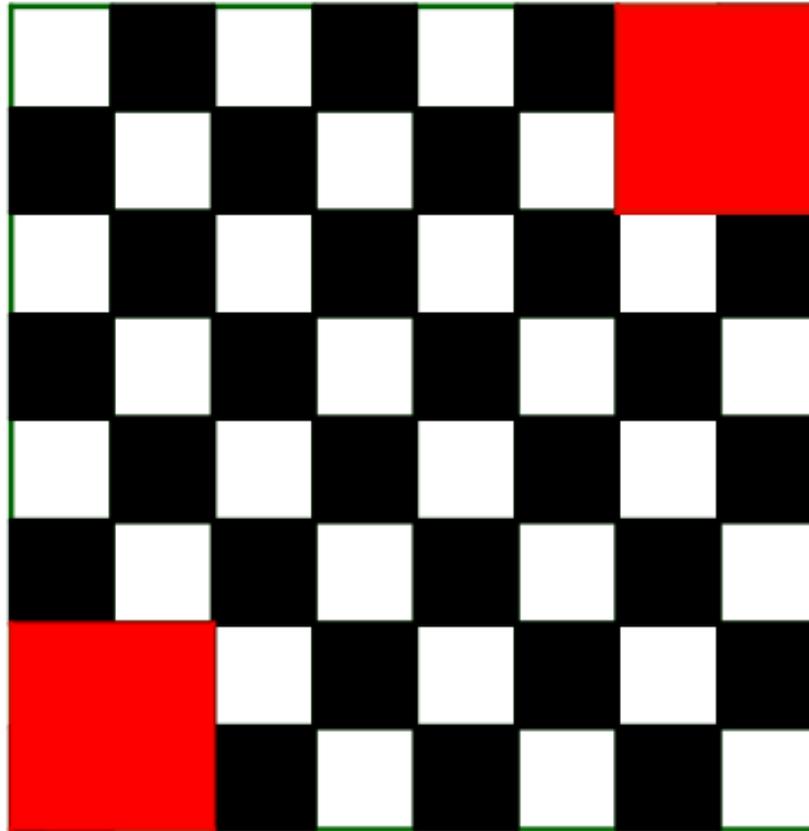
Durante queste quattro fasi
il bravo risolutore dovrà

- a. imparare a gestire il suo tempo,
- b. pianificare in azione, individuando e correggendo gli errori commessi, mettendo in atto efficaci processi di controllo e autoregolazione” (Polya),

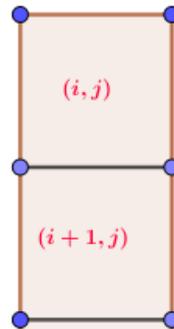
E' possibile ricoprire una scacchiera 8 x 8
a cui sono stati tolti due quadretti adiacenti allo stesso lato?



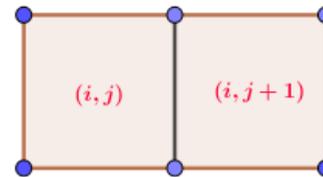
E' possibile ricoprire una scacchiera 8 x 8
a cui sono stati tolti i due quadretti 2 x 2 diagonalmente
opposti ?



Le tesserine rispettano la parità tra bianchi e neri

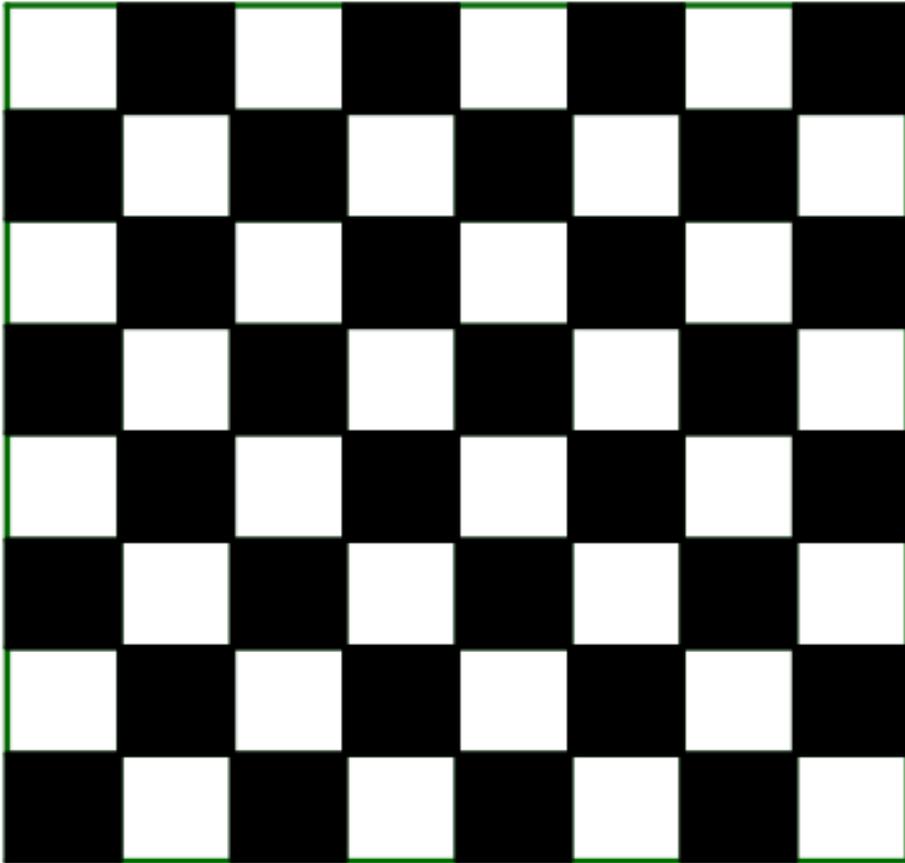


$$2i + 2j + 1$$



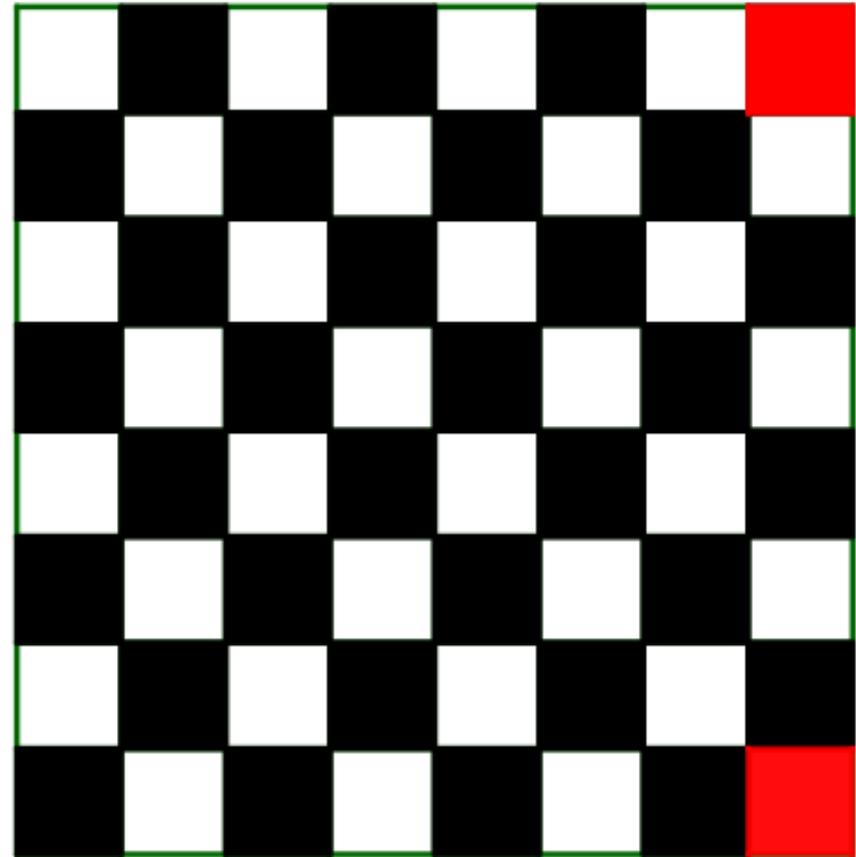
$$2i + 2j + 1$$

La somma degli indici delle tesserine, sia orizzontali che verticali, è un numero dispari



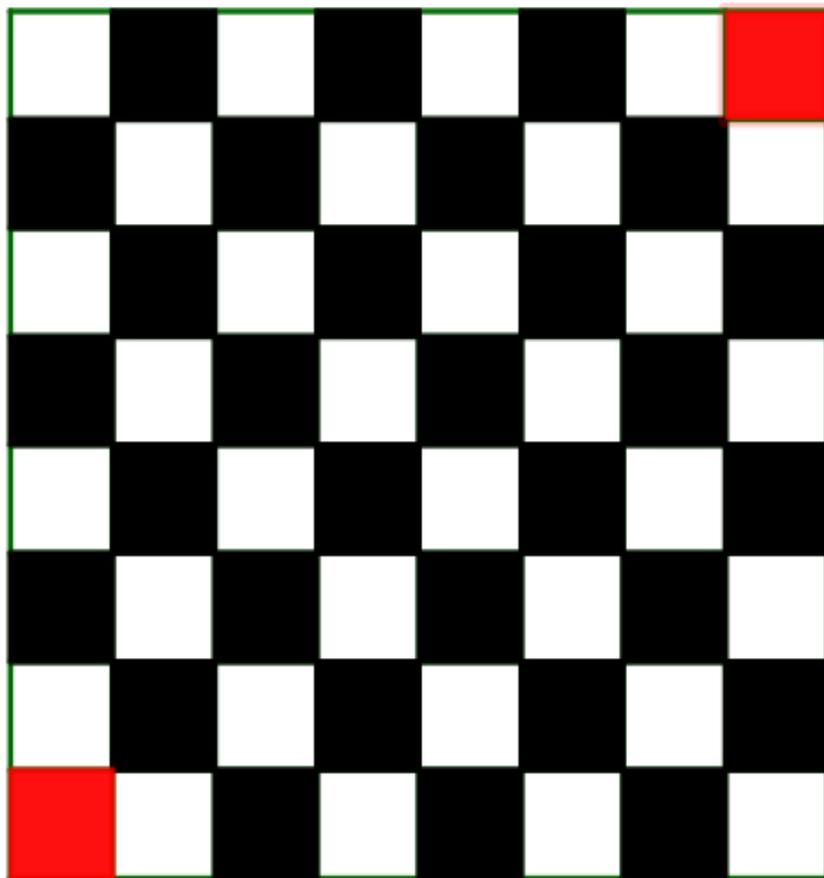
32 tesserie del domino

Somma_totale = 576



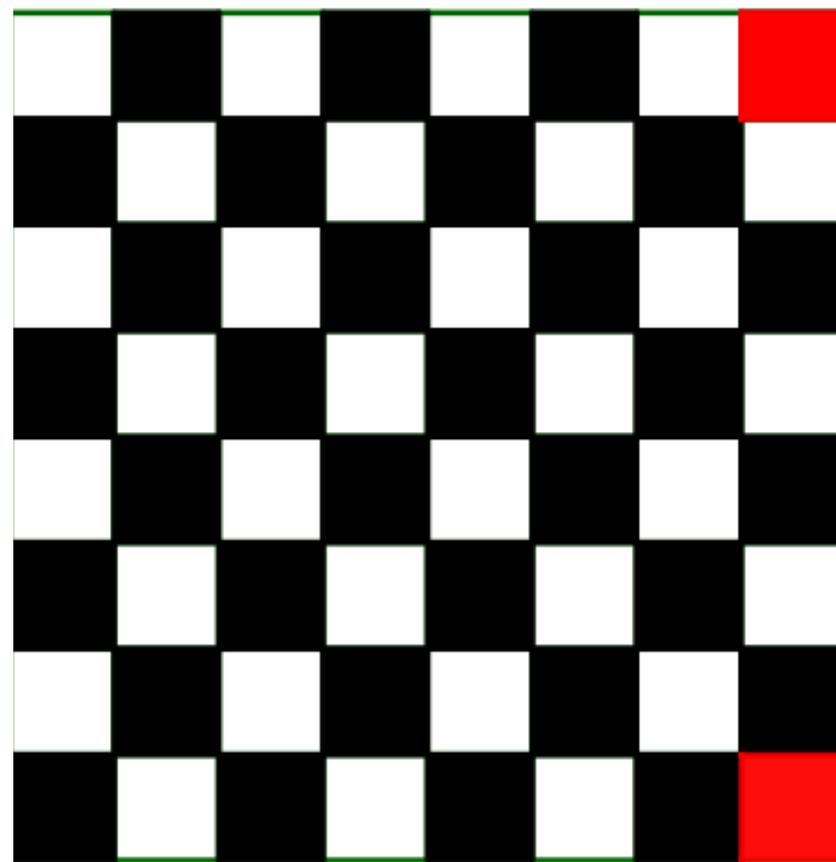
31 tesserie del domino

Somma_totale=551



31 tesserie del domino

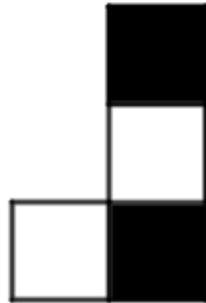
Somma_{totale}558



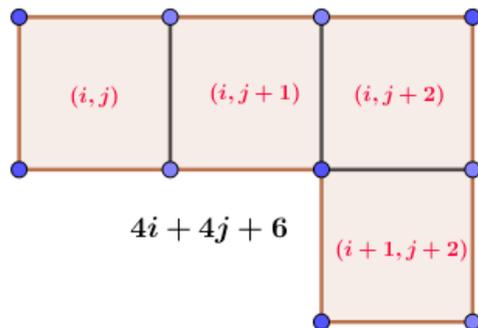
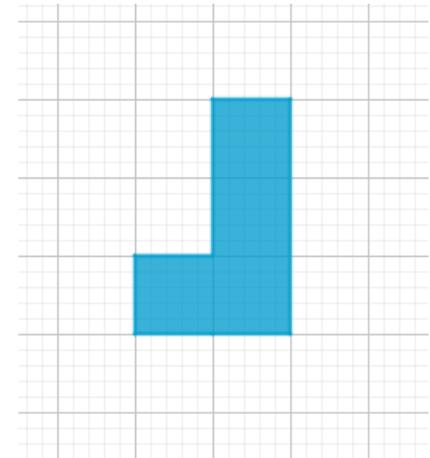
31 tesserie del domino

Somma_{totale} =551

Problemi e soluzioni di nuovo scacchiere con L-tetramini



C'è parità tra il numero
dei bianchi e il numero dei neri



La somma totale degli indici è pari.

Possiamo ricoprire solo scacchiere modificate in modo che venga rispettata la parità e (analoga condizione) tali che la somma totale degli indici dei quadretti sia un numero pari.