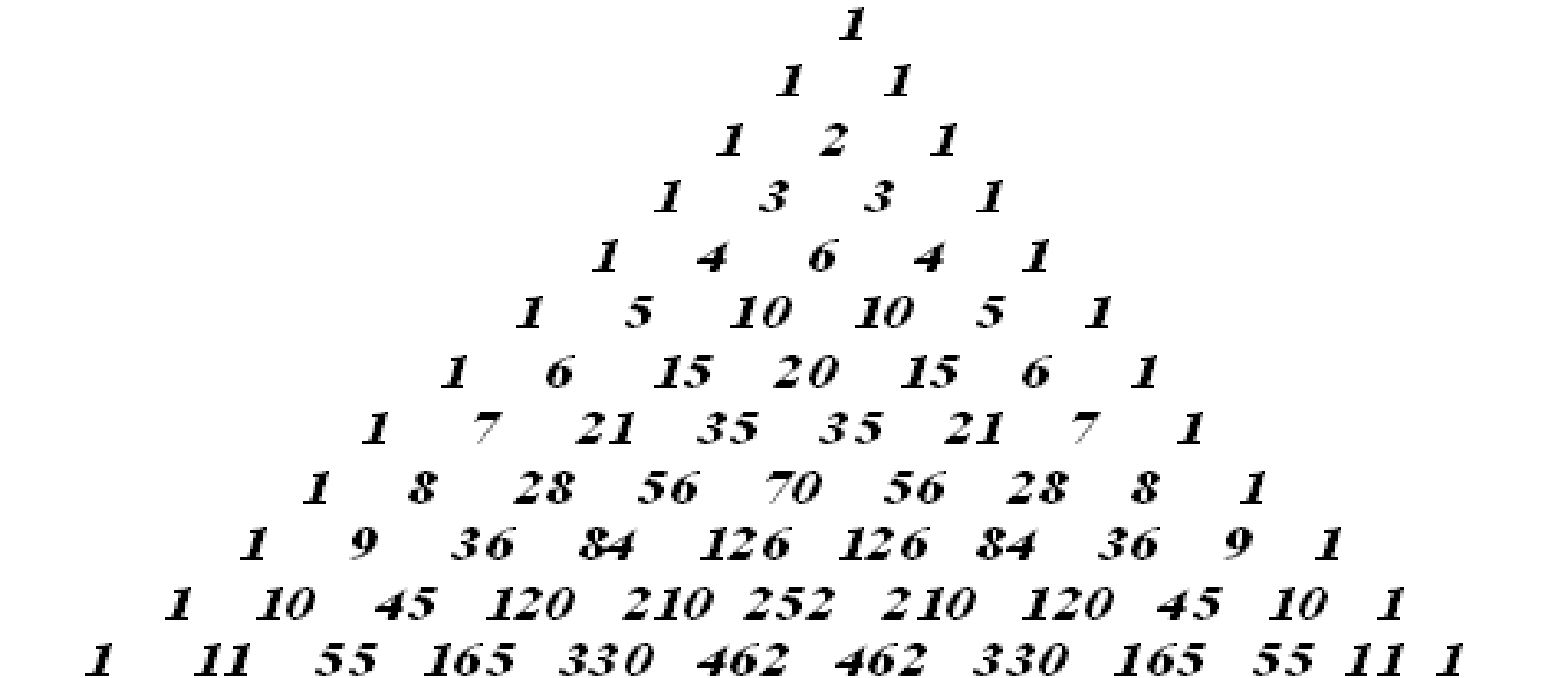


Sequenze di numeri naturali nel triangolo di Tartaglia

Classe 1 F
I.C. Alessandro Magno

Il triangolo di Tartaglia



NUMERI TRIANGOLARI

**Si ottengono
sommando ogni numero
naturale ai suoi
precedenti**

$$1$$

$$1+2=3$$

$$1+2+3=6$$

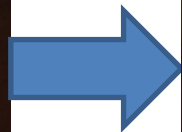
$$1+2+3+4=10$$

$$1+2+3+5+6=15$$

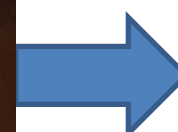
COSTRUZIONE



1



3



6

Da numeri
triangolari a numeri
quadrati

$$1+3+6+10+15$$

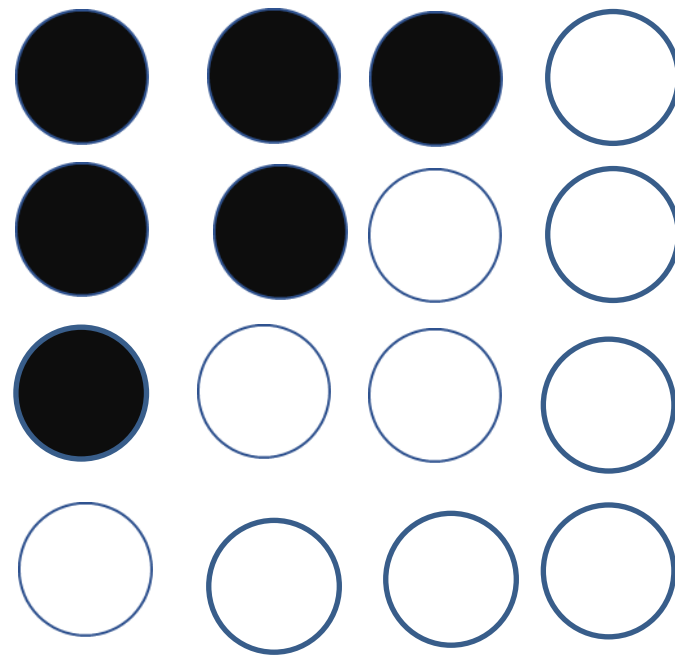
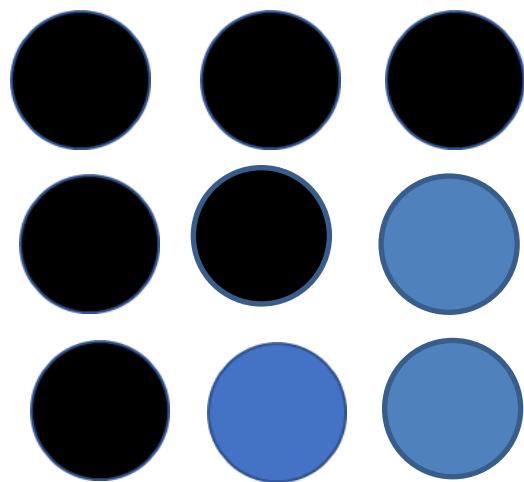
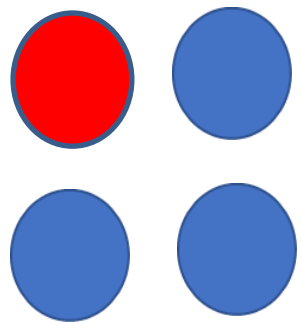
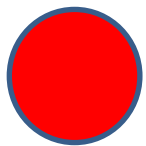
$$1 \quad 4 \quad 9 \quad 16 \quad 25$$

$$1 \text{ (1° n. quad.)}$$

$$1+3=4 \text{ (2° n. quad.)}$$

$$3+6=9 \text{ (3° n. quad.)}$$

$$6+10=16 \text{ (4° n. quad.)}$$





NUMERI TRIANGOLRI NEL TRIANGOLO DI TARTAGLIA

							1							
						1		1		Numeri triangolari				
					1		2		1					
				1		3		3		1				
			1		4		6		4		1			
		1		5		10		10		5		1		
	1		6		15		20		15		6		1	
1		7		21		35		35		21		7		1

**I numeri triangolari come combinazione
di n elementi a 2 a 2**



2 SQUADRE



3 SQUADRE



4 SQUADRE

2 SQUADRE



1 PARTITA



3 SQUADRE



3 PARTITE



4 SQUADRE



6 PARTITE



Numeri triangolari con il metodo di Gauss

ESEMPIO

Per trovare la somma dei numeri naturali da 1 fino a 100 invece di sommarli $1+2+3+ \dots 100$ possiamo, attraverso il metodo di Gauss, trovare la loro somma molto velocemente mettendo questi numeri al contrario e sommandoli a coppie.

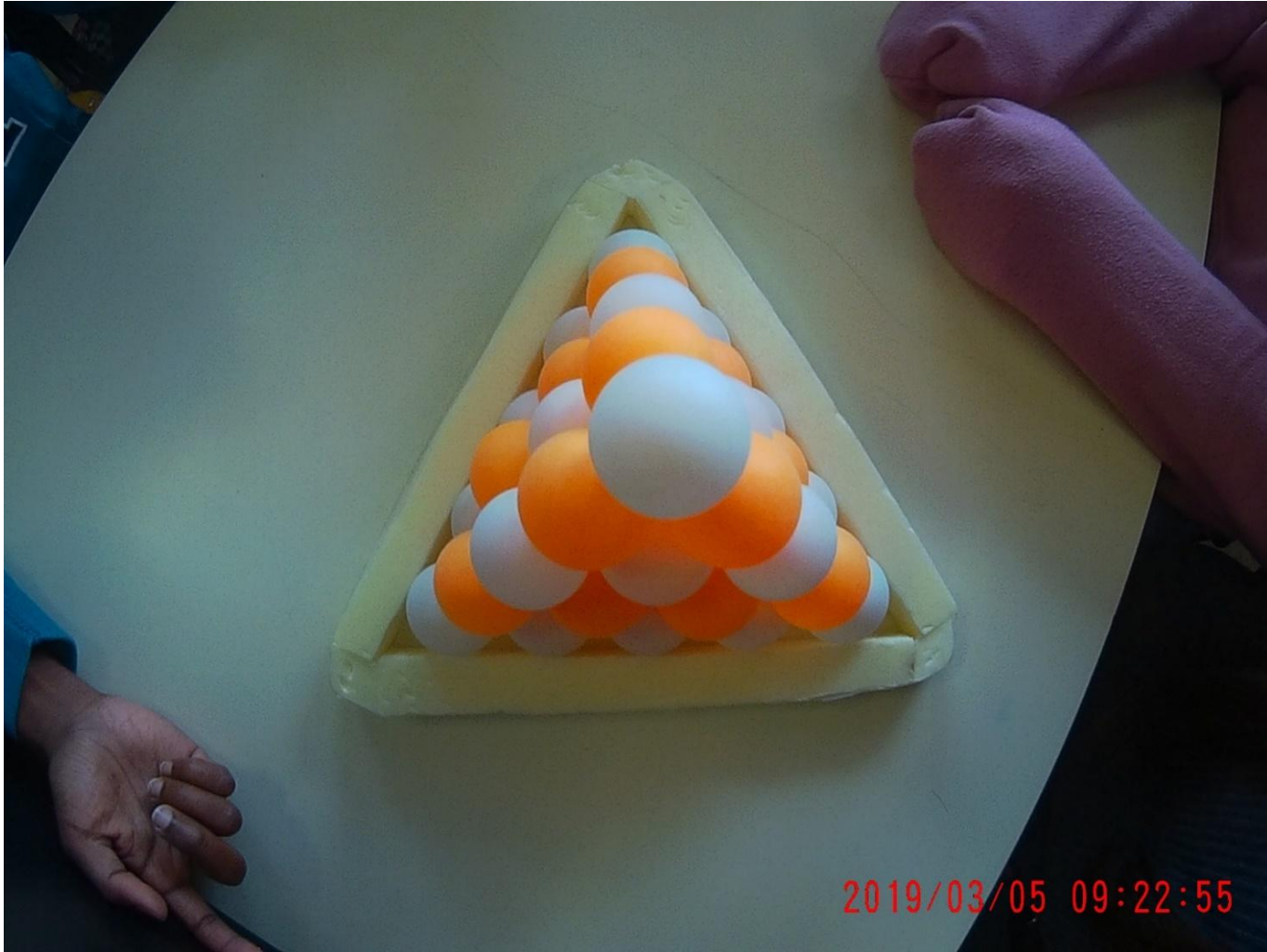
1	+	2	+	3	+	...	99	+	100
100	+	99	+	98	+	...	2	+	1
101		101		101		...	101		101

$$101 \times 100 = 10100$$

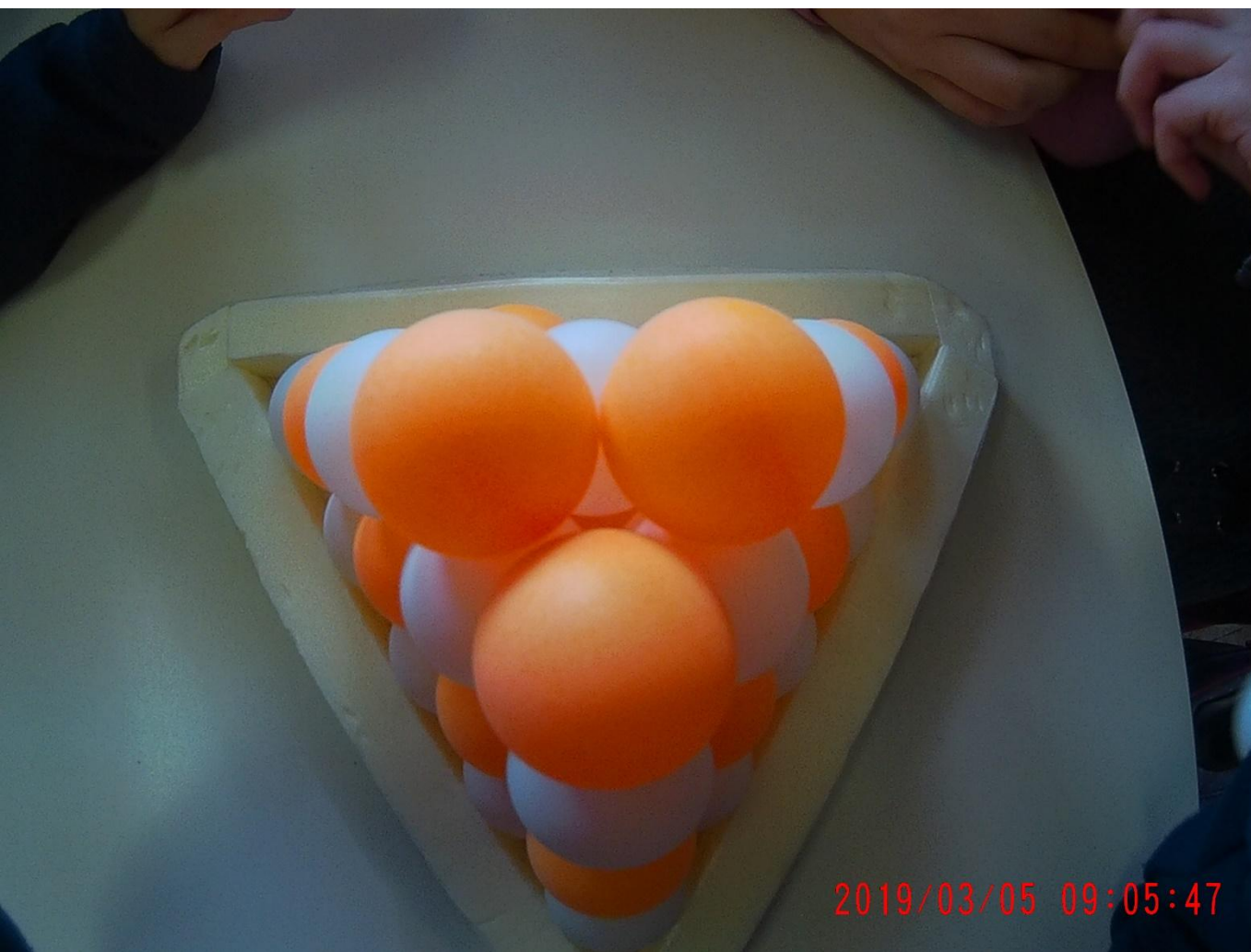
$$10100 : 2 = 5050$$

(5050 = centesimo numero triangolare)

Numeri tetraedrici



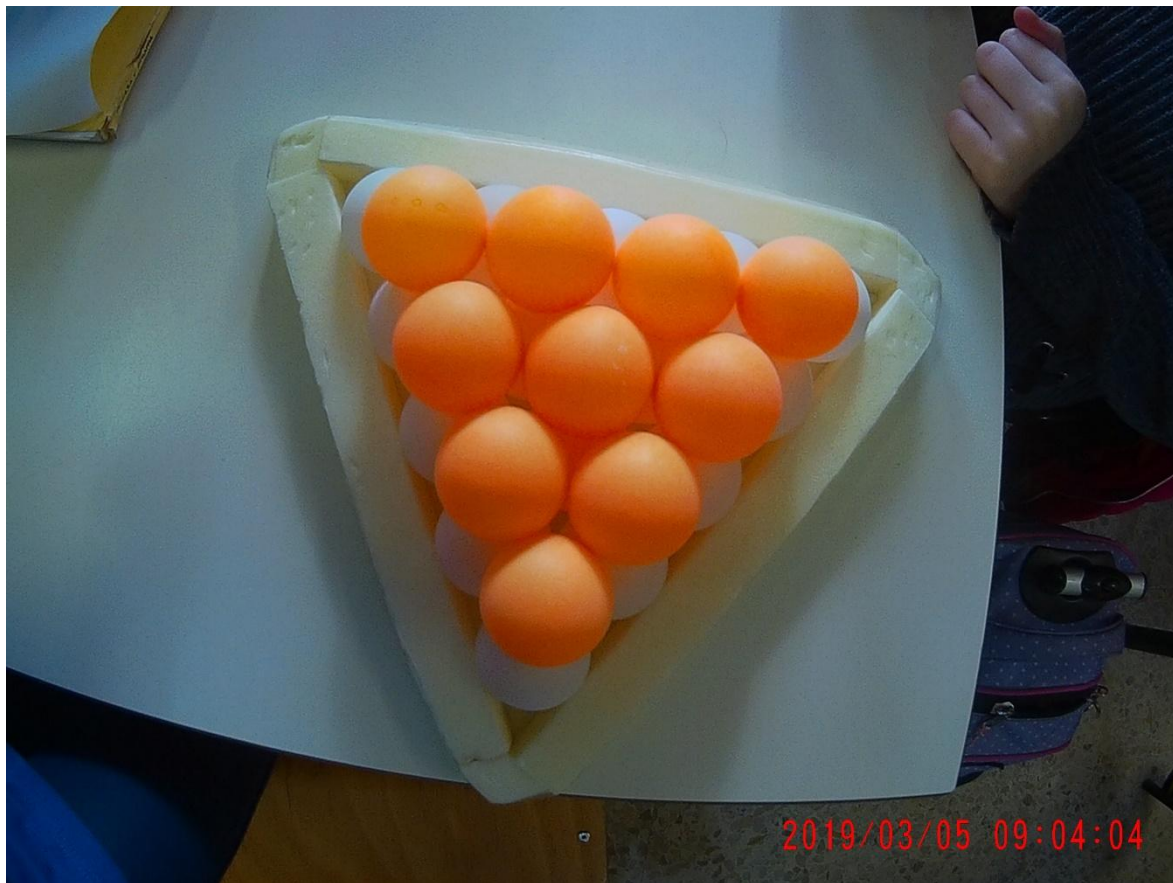
1



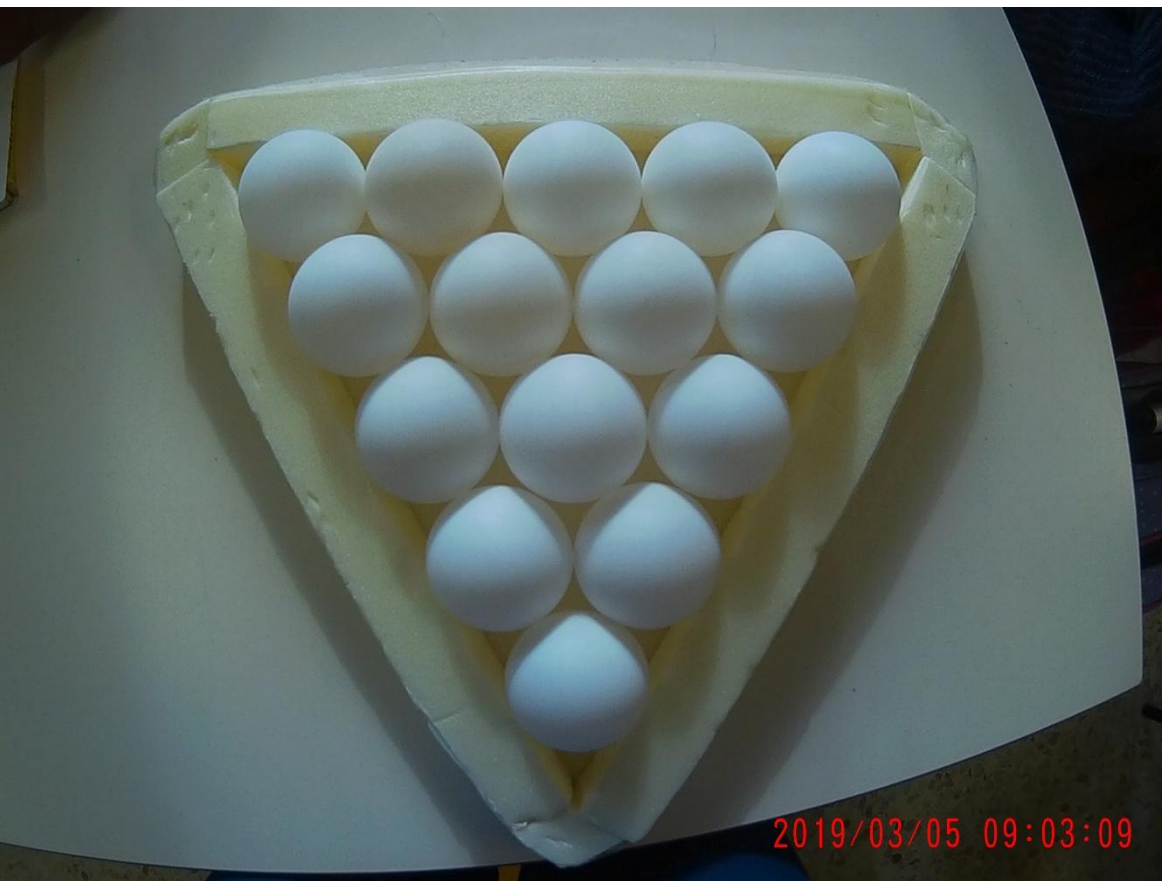
$$1+3=4$$



$$1+3+6=10$$



$$1+3+6+10=20$$



$$1+3+6+10+15=35$$

NUMERI TETRAEDRICI NEL TRIANGOLO DI TARTAGLIA

							1							
						1		1						
					1		2		1		Numeri tetraedrici			
				1		3		3		1				
			1		4		6		4		1			
		1		5		10		10		5		1		
	1		6		15		20		15		6		1	
1		7		21		35		35		21		7		1

Le potenze di 2

Nel triangolo di Tartaglia

The diagram illustrates the construction of Pascal's triangle using horizontal bars. The rows are labeled 2^0 through 2^6 on the left. Each row contains a series of horizontal bars of varying lengths. The number of bars in each row is 1, 2, 3, 4, 5, 6, and 7 respectively. The bars are arranged such that the number of bars in each row is equal to the number of bars in the row above it plus one. The bars are drawn with black lines on a white background with a light gray grid.

Row	Bar 1	Bar 2	Bar 3	Bar 4	Bar 5	Bar 6	Bar 7
2^0	1						
2^1	1	1					
2^2	1	2	1				
2^3	1	3	3	1			
2^4	1	4	6	4	1		
2^5	1	5	10	10	5	1	
2^6	1	6	15	20	15	6	1

***La somma di
ogni riga del
triangolo di
Tartaglia è una
potenza di 2***

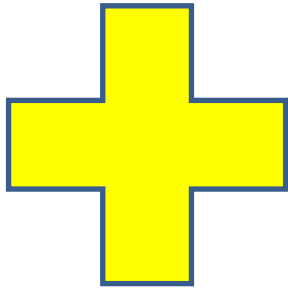
n	2^n	somma
0	1	1
1	2	3
2	4	7
3	8	15
4	16	31
5	32	63
6	64	127
7	128	255
8	256	511
9	512	1023
10	1024	2047
11	2048	4095
12	4096	8191
13	8192	16383
14	16384	32767
15	32768	65535
16	65536	131071
17	131072	262143

Per sommare velocemente le potenze di 2
basta prendere la potenza successiva e
sottrarre 1

ESEMPIO

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2^5 - 1$$

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$$



I numeri di Fibonacci



I numeri di Fibonacci si possono trovare sommando i 2 numeri precedenti (iniziando da 1 e 1)

The Fibonacci Sequence

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377...

$$1+1=2$$

$$1+2=3$$

$$2+3=5$$

$$3+5=8$$

$$5+8=13$$

$$8+13=21$$

$$13+21=34$$

$$21+34=55$$

$$34+55=89$$

$$55+89=144$$

$$89+144=233$$

$$144+233=377$$

I conigli di Fibonacci

Estratto dal “Liber Abaci” di Leonardo Pisano detto Fibonacci (1202)

Un tale mise una coppia di conigli in un luogo completamente circondato da un muro, per scoprire quante coppie di conigli discendessero da questa in un anno: per natura le coppie di conigli generano ogni mese un'altra coppia e cominciano a procreare a partire dal secondo mese dalla nascita.

Poiché la suddetta coppia si riproduce nel primo mese, devi raddoppiarla: nel primo mese le coppie saranno 2.

Di queste, la prima, nel secondo mese ne genera un'altra: quindi nel secondo mese ci sono 3 coppie.

Di queste, durante il mese, due si riproducono e nel terzo mese, generano 2 coppie: quindi, nel terzo mese, ci sono 5 coppie di conigli.

Di queste, durante il mese, 3 si riproducono e nel quarto mese ci sono 8 coppie. ...

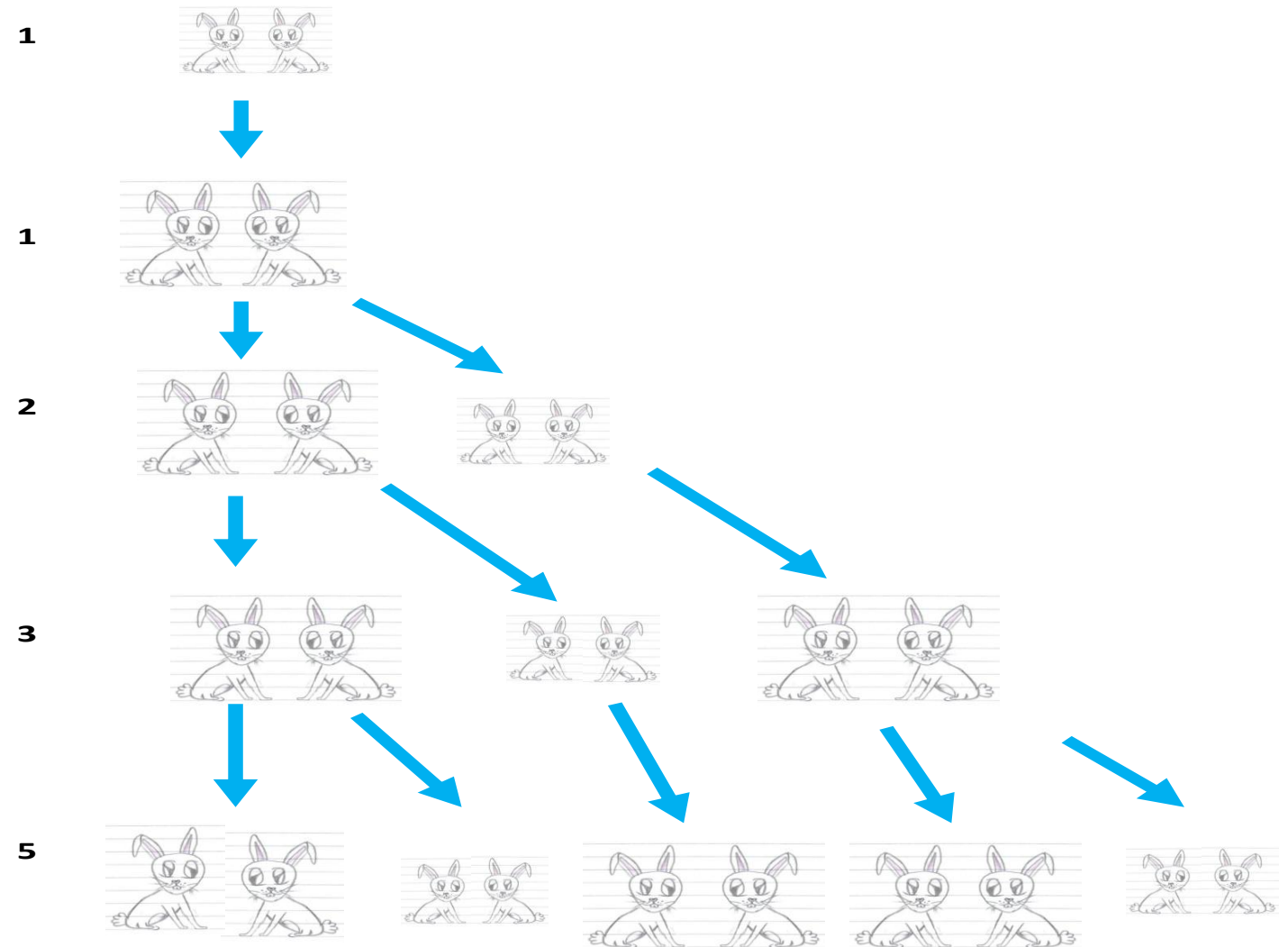
***I numeri : 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 ,
21 , 34 , 55 , 89 , 144 , 233 , 377 ,
si ottengono contando le coppie
di conigli di ciascuna riga
generati secondo le regole
dell'indovinello di Fibonacci:***

ogni coppia di conigli:

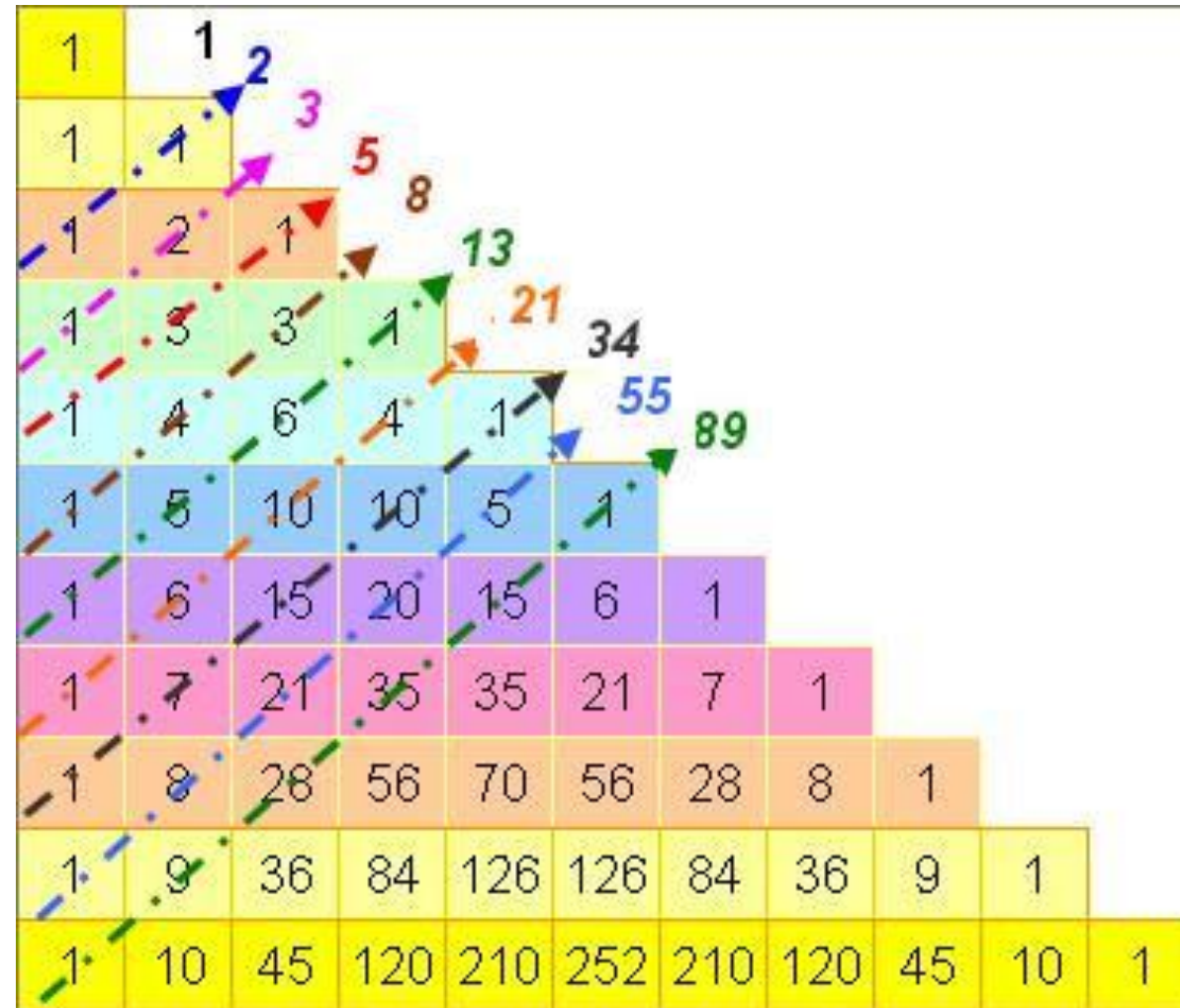
a) inizia a generare dal secondo
mese di età;

b) genera una nuova coppia ogni
mese;

c) non muore mai.



I numeri di Fibonacci nel triangolo di Tartaglia



Grazie