Baricentro e stabilità

La ricerca del baricentro, ha suscitato sempre grande interesse ed è stata oggetto di indagine approfondita, per le grandi implicazioni, soprattutto nel campo delle costruzioni.
La cupola di Santa Sofia eretta nel 535, a Costantinopoli, crollò ben due volte e solo nel decimo secolo fu ricostruita secondo i dettami di approfonditi studi sul baricentro. Giustiniano ne ordinò la ricostruzione affidando il progetto ad Antemio di Tralle e Isidoro di Mileto, esperti costruttori ma soprattutto esperti in matematica.

La torre di Pisa è attualmente in equilibrio, perché la verticale, che passa per il suo baricentro, cade all'interno della base di appoggio.

La torre è soggetta a due rischi.
- Potrebbe crollare se cedesse la muratura, in particolarenella parete sud (all'altezza della prima loggia) che sostiene gran parte del peso dell'edificio.
- Potrebbe ribaltarsi se cedesse il terreno sotto le fondazioni. La cedevolezza del terreno (costituito da strati di limo, argilla e sabbia compressa) è la ragione per cui la torre si è inclinata.

Equilibrio e baricentro

L'attività si basa su un laboratorio manipolativo in cui gli alunni devono ricercare il punto d'equilibrio di alcune figure geometriche

FINALITÀ

- Apprendere l'importanza del fenomeno per riconoscerne l'applicabilità nel quotidiano.
- Sviluppare la curiosità come stimolo finalizzato all'acquisizione e all'approfondimento di nuove conoscenze.
- Sperimentare attraverso la manipolazioni di diversi materiali il concetto di baricentro.
- Sostenere gli errori favorendo i tentativi come stimolo per arrivare alla comprensione del concetto di baricentro.
- Utilizzare il metodo scientifico come strumento di conoscenza della tematica.

OBIETTIVI

- Definire le caratteristiche e le proprietà del centro di gravità
- Individuare il baricentro in corpi omogenei
- Individuare le grandezze che caratterizzano il fenomeno
- Schematizzare, attraverso un modello, un sistema che sfugge all'osservazione diretta

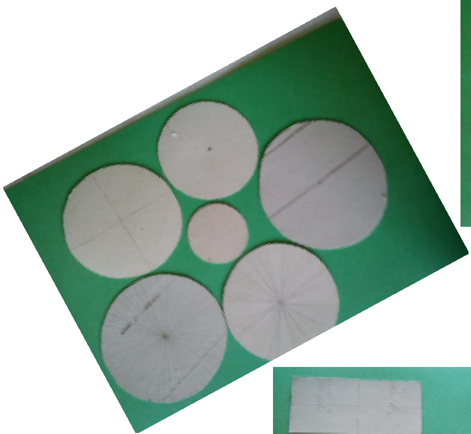
METODI DIDATTICI

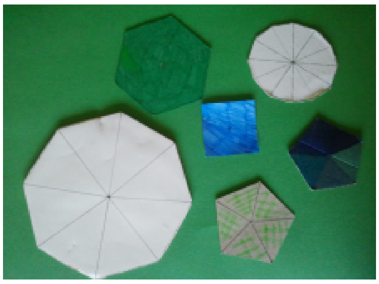
- Attività di laboratorio
- Lezione partecipata
- Cooperative learning
- Utilizzo della LIM e di software didattici

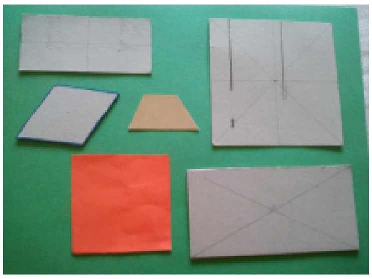
Obiettivi: Capire cos'è il baricentro e determinare la sua posizione in alcune figure piane.

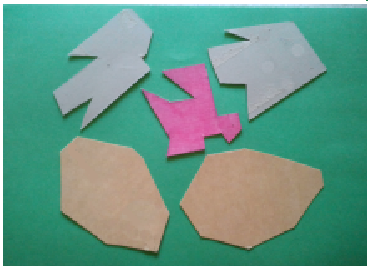
Materiali: cartoncino, forbici, compasso, matita, righello, specchi, assigrafo.

Svolgimento: Gli alunni sono divisi in cinque gruppi con il compito di trovare ognuno, rispettivamente, il centro di gravità di cerchi, poligoni regolari, parallelogrammi, triangoli, poligoni irregolari.

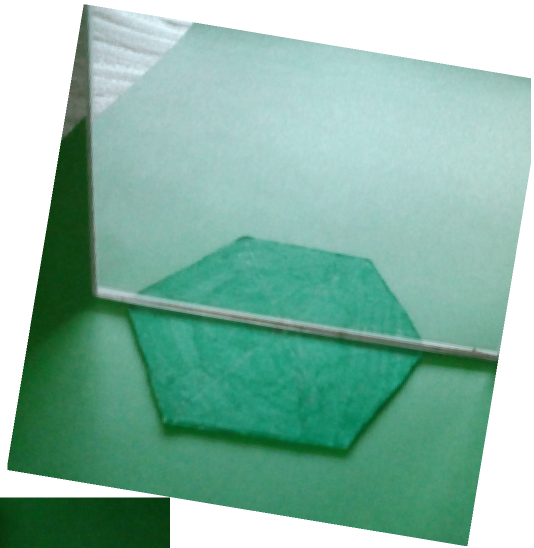


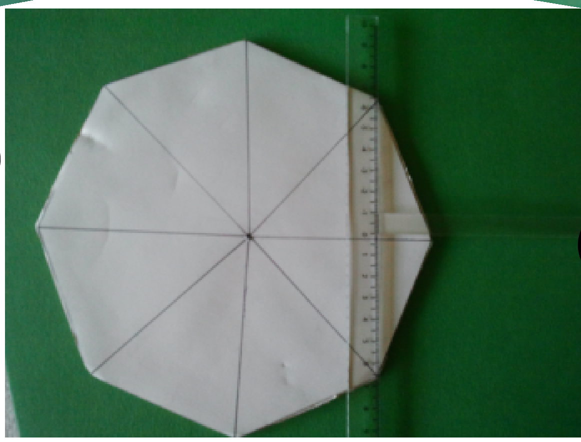






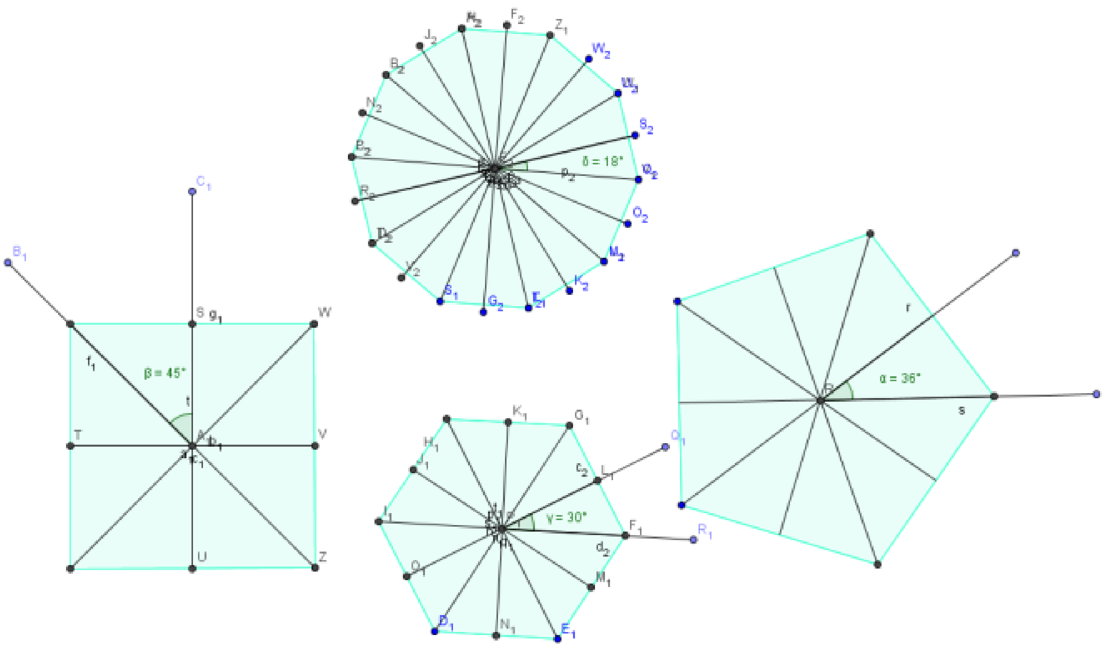
I ragazzi individuano facilmente il centro di gravità delle figure che presentano assi di simmetria.



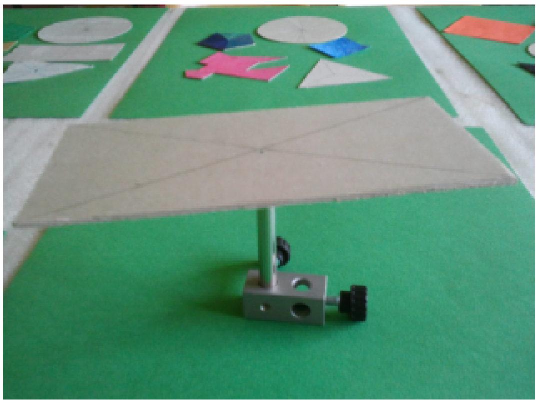


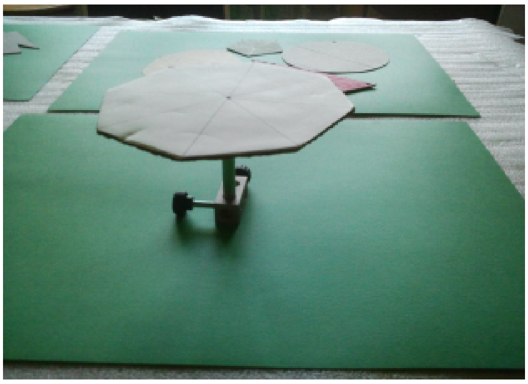
Assi di simmetria dei poligoni regolari

Quanti assi di simmetria hanno i I *poligoni* ***regolari***?
I *poligoni* ***regolari***, ossia con lati e angoli uguali, ne hanno tanti quanti sono i lati: essi sono ottenibili a partire da una retta che sia bisettrice di un qualunque angolo mediante successive *n*-1 rotazioni ampie 360°/(2*n*), se *n* è il numero dei lati. I decagoni ne hanno 10, gli esagoni ne hanno 6, i pentagoni 5, i quadrati ne hanno 4, i triangoli ***equilateri*** ne hanno 3.

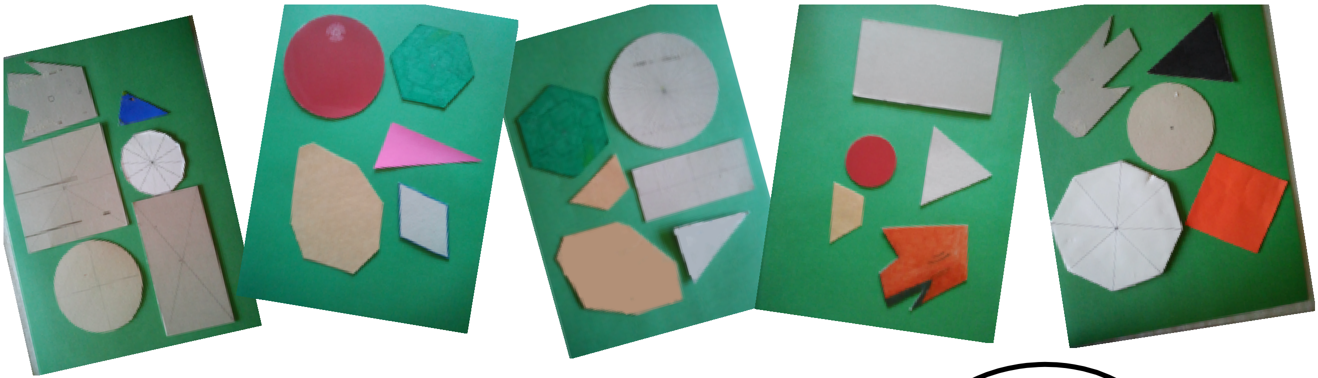


Baricentro di figure che presentano assi di simmetria





Nel caso del cerchio, dei poligoni regolari, del rettangolo e del rombo, che presentano assi di simmetria, il baricentro coincide con il centro geometrico e si situa sul punto d'intersezione di due assi di simmetria.




E' vero!
Si
I triangoli no!!! non lo hanno! e neppure le figure strane!
No!
il centro di gravità ce l' ha soltanto il cerchio! ... e i poligoni regolari!
Boh!
i triangoli no! Solo quello equilatero!
Il trapezio pure non ce l'ha!
Prima di esprimerci, proviamo a scomporre questo quesito complesso in problemi più semplici.

Progettiamo insieme il nostro protocollo di sperimentazione

Iniziamo a considerare la condizione di equilibrio di un corpo, partendo dalle situazioni più semplici:

- Possiamo trovare il centro di gravità di una sottile asta rigida (assimilabile ad un segmento), sospendendola per un punto?
  Per quale punto potremmo appenderla?

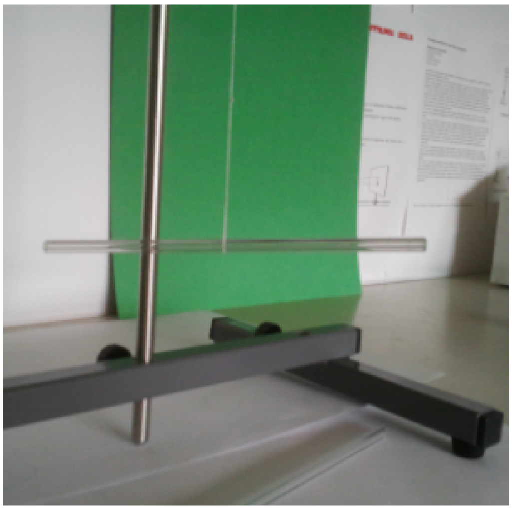
- Possiamo provare a mantenere una figura piana in equilibrio, appoggiandola su un sostegno rettilineo come un righello?
  Come si dovrà posizionare la figura sull'asse di appoggio?

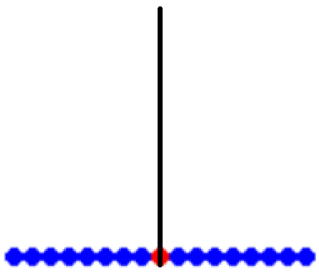
- Riferendoci ai casi per i quali si è riusciti a determinare la posizione del baricentro, potremmo fare delle congetture per scoprire se la legge che determina l' equilibrio in quella particolare figura possa essere estendibile a casi più generali?

- Possiamo scomporre un'asta o un cerchio o un triangolo in elementi più semplici per esaminare se questi costituenti elementari hanno un ruolo nel determinare l'equilibrio del corpo?

- Gli assi di simmetria delle figure di cui siamo riusciti a determinare la posizione del centro di gravità, presentano anche altre proprietà geometriche?

Equilibrio di un corpo vincolato a un punto



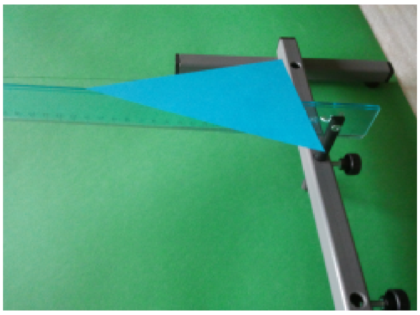


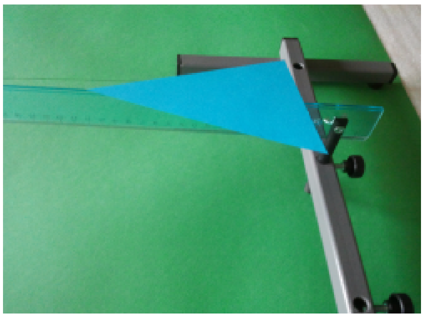
Un'asta omogenea (ossia costituita da un solo tipo di materiale), la cui forma possiamo approssimare ad un segmento si trova in equilibrio se viene sospesa appendendola per il punto centrale.
Come possiamo interpretare il fenomeno? Potremmo ipotizzare che la bacchetta sia composta da tante masse puntiformi uguali tra loro. Se la sospendiamo per il punto medio, le masse sono disposte a due a due da parti opposte e ad uguale distanza dal centro. In questa situazione le forze che tenderebbero a far ruotare l'asta da una parte e dall'altra, annullerebbero reciprocamente i loro effetti: l'asta non ruota mantenendosi in equilibrio.

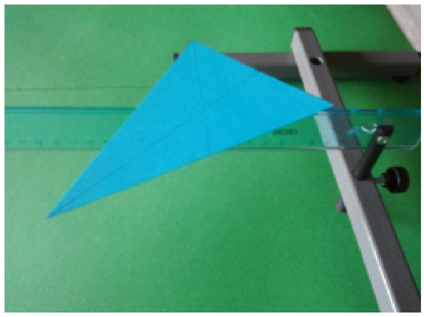
Il baricentro si trova nel punto medio.

Proviamo con i triangoli

Per trovare il punto di equilibrio, possiamo prendere un righello poggiandoci sopra il nostro triangolo, muovendolo finché non troviamo la posizione in cui rimane in equilibrio sul bordo del righello. Ruotando la figura troveremo altre rette di equilibrio.

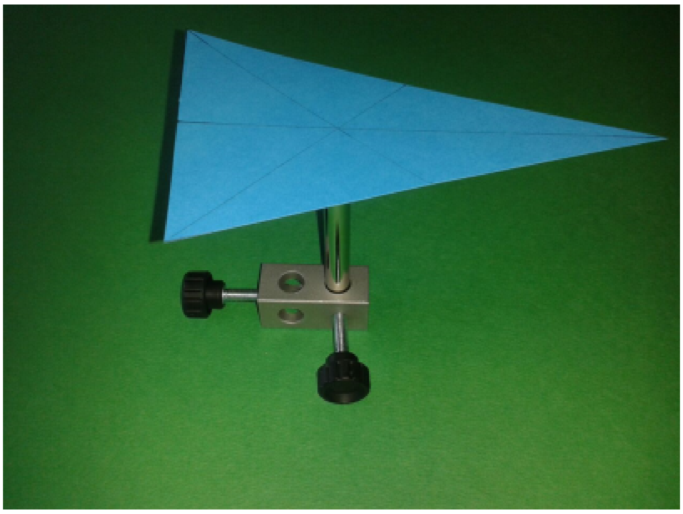






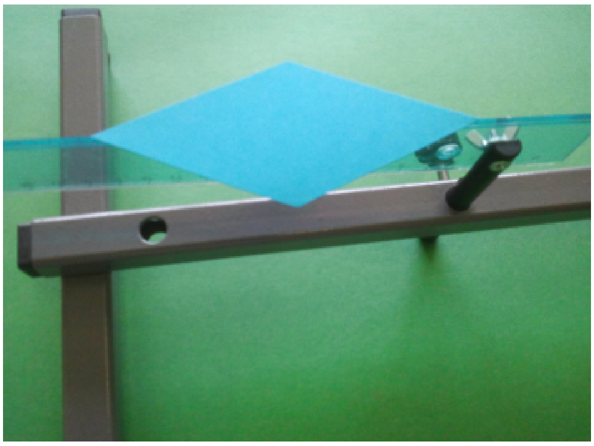
Proposizione 13, Libro I: Il centro di gravità di ogni triangolo si trova sulla retta condotta dal (vertice di un) angolo al punto medio della base. **Archimede "Sugli equilibri dei corpi" Libro I**

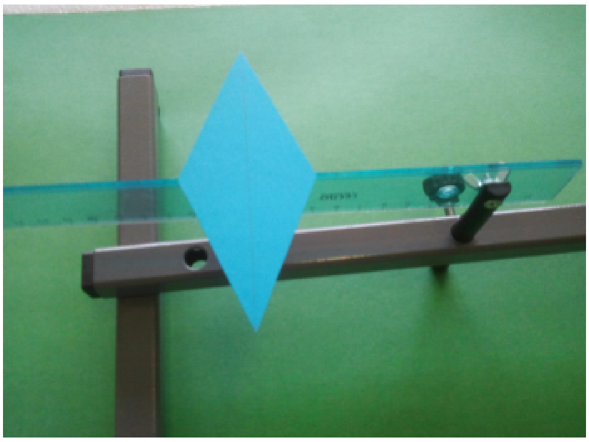
Proviamo ora a posizionare il triangolo sopra una punta, facendo coincidere il punto di contatto con il punto d’intersezione delle tre rette. Il triangolo si dispone orizzontalmente, mantenendo l'equilibrio: abbiamo trovato il baricentro del triangolo.

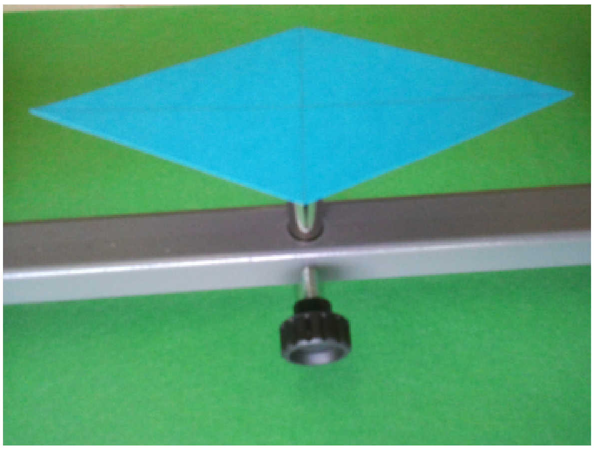


Proposizione 14, Libro I: Il centro di gravità di qualunque triangolo è il punto nel quale si incontrano le rette condotte dai vertici sui punti di mezzo dei lati. **Archimede “Equilibrio dei piani” Libro 1**

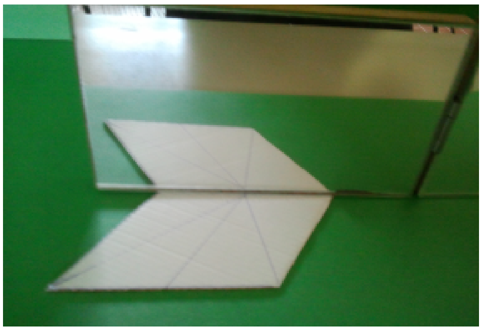
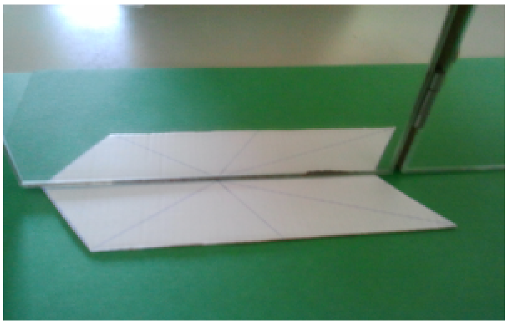
Il rettangolo e il rombo ne hanno 2.



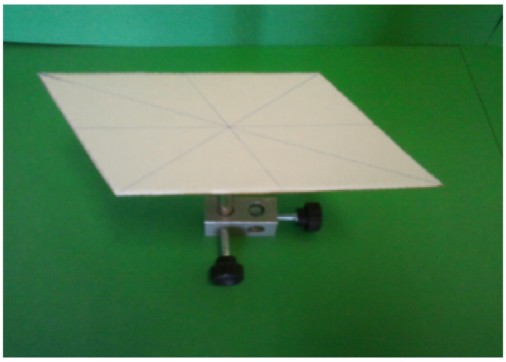




Parallelogramma

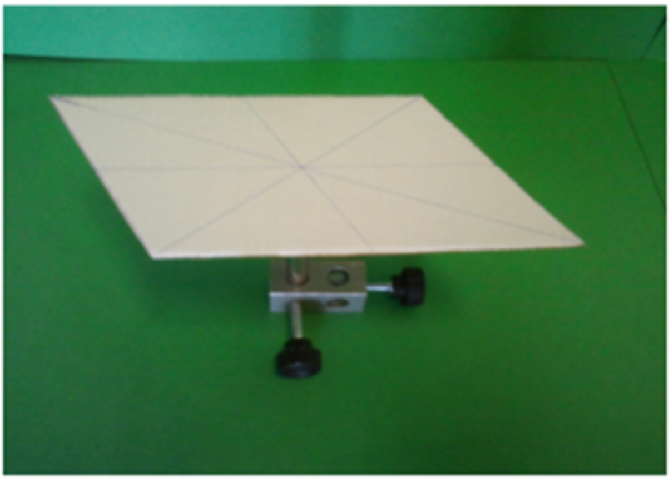



Il parallelogramma non ha assi di simmetria, ma possiede un centro di simmetria



Sull'equilibrio dei piani di Archimede

Proposizione 9 "Il centro di gravità di qualunque parallelogrammo si trova sulla retta congiungente i punti di mezzo dei lati opposti del parallelogrammo."



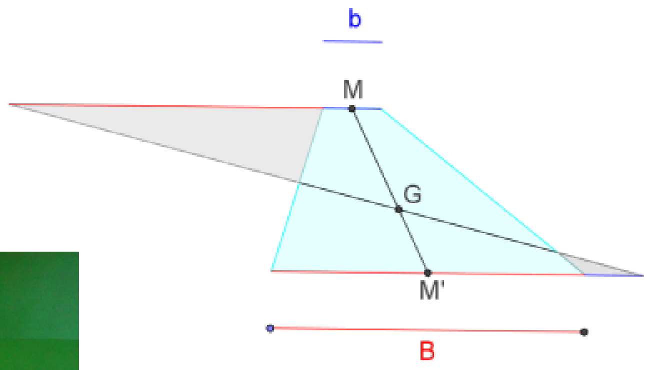
Sull'equilibrio dei piani di Archimede

Proposizione 10 "Il centro di gravità di qualunque parallelogrammo è il punto nel quale si intersecano le diagonali."

G_Trapezio.ggb

BARICENTRO DEL TRAPEZIO

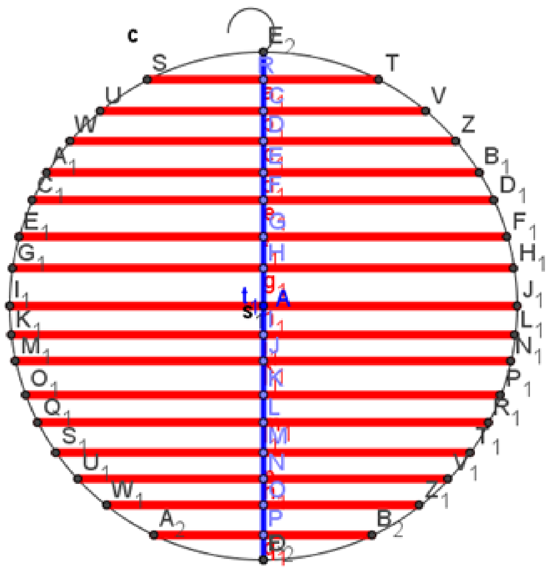
E' possibile determinare la posizione del baricentro del trapezio, utilizzando una costruzione grafica. Si riporta la base minore sul prolungamento della base maggiore e, dalla parte opposta, si riporta la base maggiore sul prolungamento della base minore. L'intersezione tra la congiungente gli estremi dei due prolungamenti con il segmento che unisce il punto medio della base minore (M) e il punto medio della base maggiore (M') individua il punto in cui si trova il baricentro del trapezio.



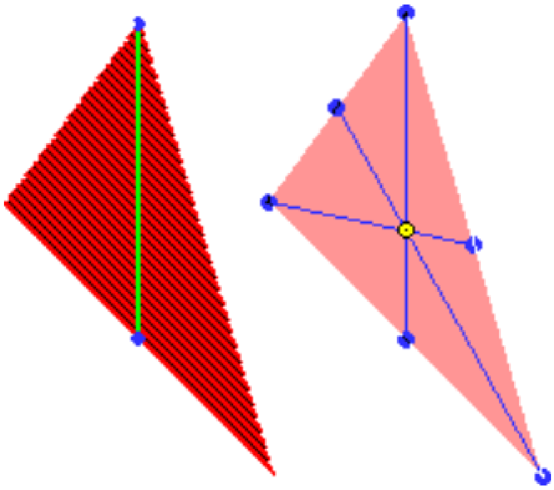
Proposizione 15, Libro I: Il centro di gravità di qualunque trapezio avente due lati paralleli tra loro sta sulla retta congiungente i punti di mezzo delle parallele, venendo questa (retta) divisa in modo che la parte avente per estremo il punto medio della minore della parallela abbia rispetto alla parte rimanente il rapporto che la somma del doppio della (parallela) maggiore e delle minore ha rispetto alla somma del doppio della minore e delle maggiore. **Archimede "Sugli Equilibri dei piani"**

Il nostro modello d' interpretazione della realtà nel caso del cerchio

Se appendo un *cerchio fatto con materiale* omogeneo per un punto, esso ruota fino a che il diametro (l'asse di simmetria) passante per tale punto si dispone verticalmente: infatti, in questa posizione, è come se il disco fosse composto da tante asticciole orizzontali ciascuna delle quali è appesa per il punto medio e non esercita quindi alcuna spinta rotatoria. Se sospendo il disco per un altro punto sulla circonferenza, la situazione non cambia: il disco ruota fino a disporsi sulla verticale del diametro passante per quel punto. È come se la forza-peso agisse lungo il diametro, senza produrre movimenti; quindi il baricentro, cioè il punto che si comporta come se la forza peso complessiva fosse applicata ad esso, deve stare su questo diametro. Lo stesso discorso si può fare per qualunque altro diametro: **il baricentro** è dunque un punto comune a tutti i diametri: **è il *centro* del cerchio**.



Il nostro modello d' interpretazione della realtà per il triangolo

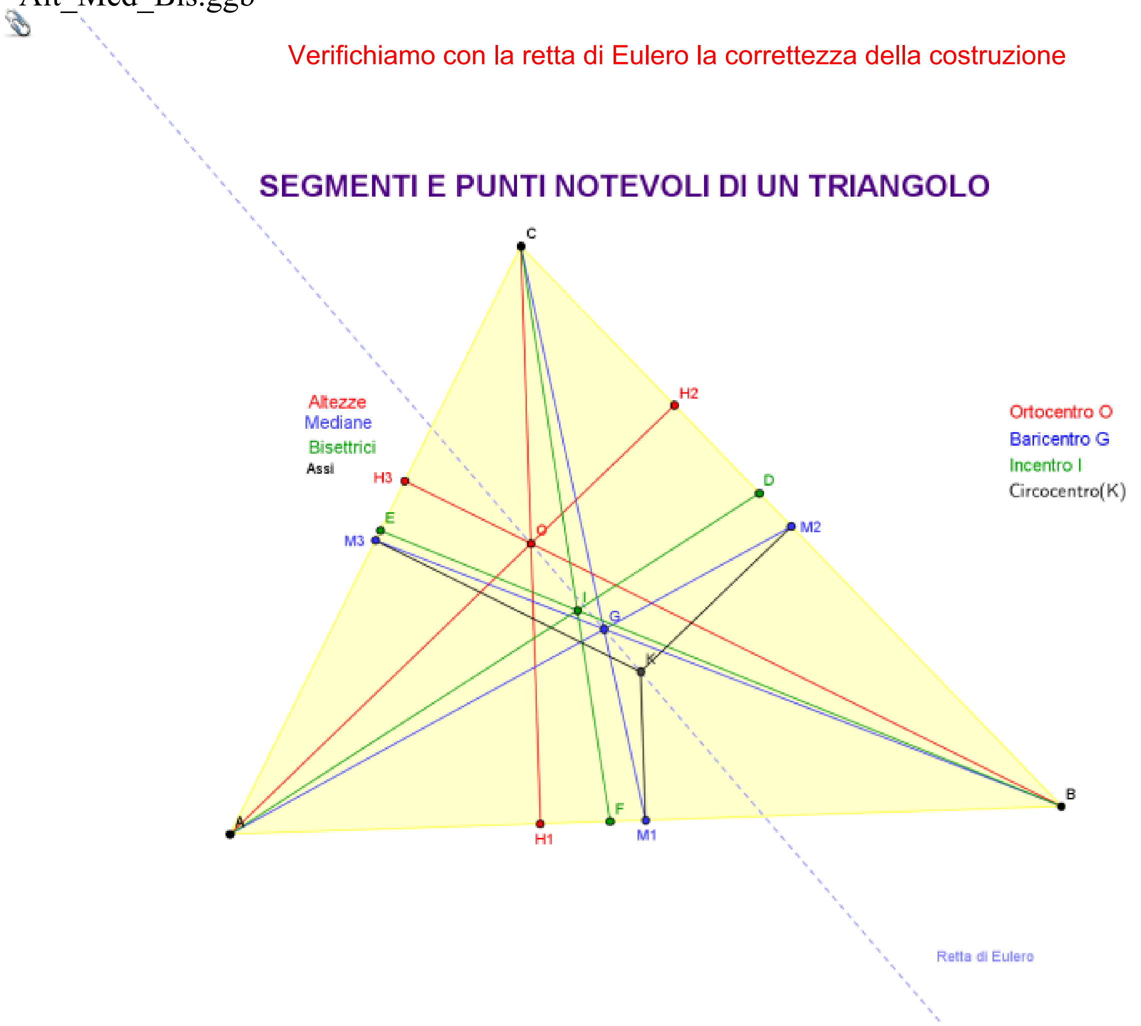


Se si sospende il triangolo per uno dei vertici, esso ruota fino a che la retta passante per il vertice e per il punto medio del lato opposto (retta che viene detta mediana) si dispone verticalmente.

Per spiegare il fenomeno, potremmo ipotizzare che il triangolo sia composto da tante asticciole parallele ad ogni lato,ciascuna delle quali è appesa per il punto medio alla mediana. Questa ipotesi spigherebbe anche la mancanza di una spinta rotatoria.

Analogamente al caso del cerchio, possiamo concludere che il baricentro deve stare su questa retta, così come sulle altre due mediane, ossia i segmenti che congiungono gli altri due vertici con il punto medio dei lati opposti. Quindi per trovare il baricentro basta fare l'intersezione tra due di questi segmenti.

Alt_Med_Bis.ggb

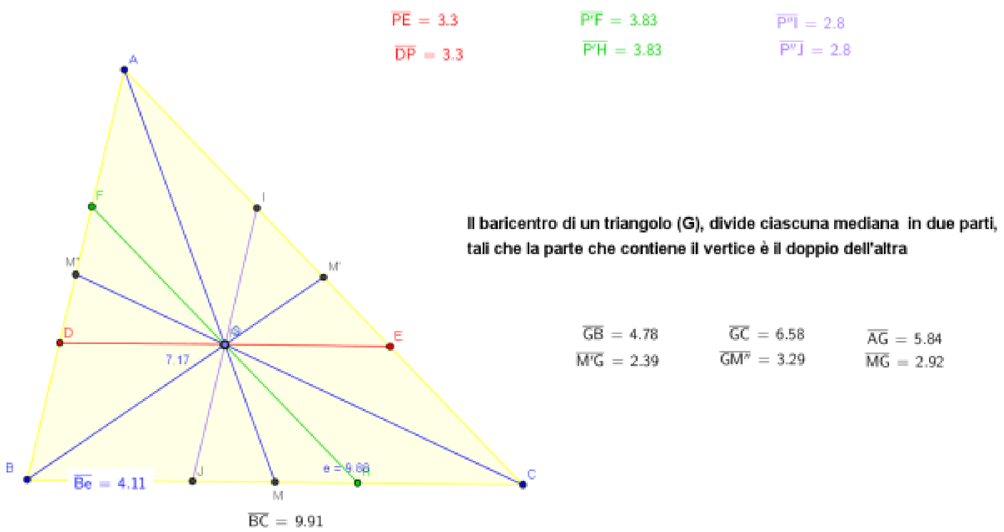


Mediane_triangolo_Proprietà.ggb

Scopriamo con geogebra altre proprietà delle mediane

I punti P, P' e P'', che possono scorrere rispettivamente sulle mediane AM, BM' e CM'', appartengono anche, ai segmenti DE, FH, JI, paralleli rispettivamente ai lati BC, CA e AB. Solo quando P, P' e P'', coincidono con il punto d'intersezione delle tre mediane (G), si ha:

GE = GD
GF = GH
GI = GJ

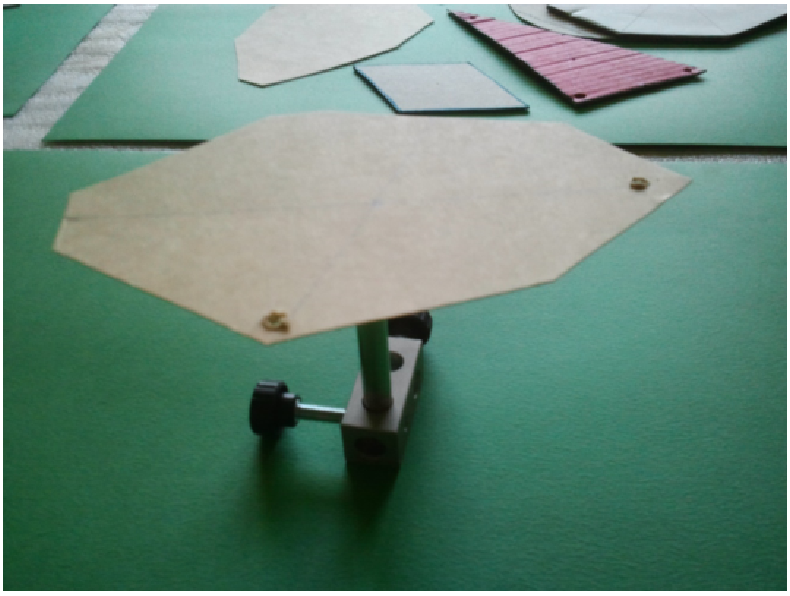


Ricerca del baricentro di un corpo di forma irregolare

Materiali occorrenti
Base ad H, asta metallica, morsetto con astina e vite a galletto, cartoncino forma irregolare, cordicella e un pesetto.

Fasi dell'esperimento
Si inserisce la forma geometrica irregolare a cui è stato praticato un foro, nell'astina sorretta dal morsetto e davanti ad esso si sospende un pesetto fissato ad una cordicella.
Si riporta sulla sagoma la linea materializzata dalla cordicella.
Si procede allo stesso modo, sospendendo la forma in altri due diversi punti, tracciando similmente le verticali passanti per i punti di sospensione.
Le linee tracciate s'intersecano in uno stesso punto.

Appoggiando il corpo in corrispondenza del punto d'intersezione delle rette tracciate, sulla punta di un'astina, la sagoma si mantiene in equilibrio.



Conclusione
Si può trovare il centro di gravità di un corpo sospendendolo successivamente in due punti del suo perimetro e tracciando le verticali passanti per quei punti, individuate dalla posizione del filo a piombo.

Salto Fosbury e baricentro

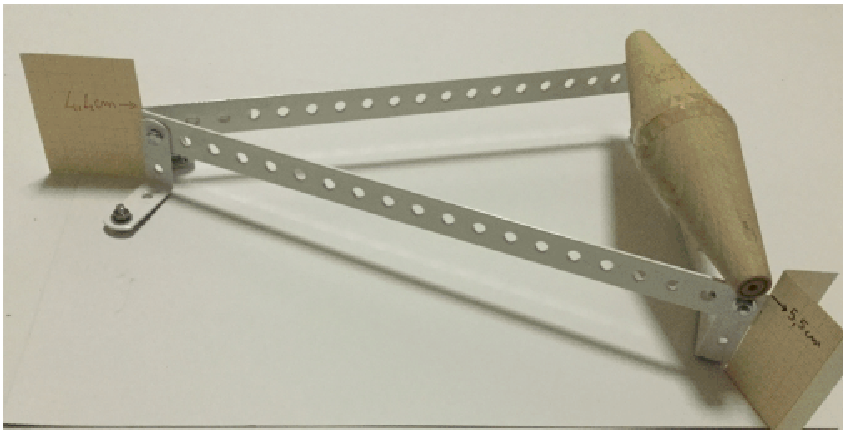
La capacità atletica di Stephan Holm
nel superare l'asticella curvandosi all'indietro;
il centro di massa è ben al di sotto dell'ostacolo

La tecnica di Fosbury, fu il frutto di un attento lavoro di studi e ricerche di biomeccanica applicata, che impegnò lo stesso Fosbury presso la Oregon State University. La forza centrifuga che deriva dalla rincorsa curvilinea consente di migliorare la velocità dell'atleta nella fase di spinta e quindi la sua elevazione, mentre la posizione dorsale incurvata mantiene il corpo al di sopra della traiettoria del centro di massa, che si pone al disotto dell'asticella.
Con le vecchie tecniche di salto (salto ventrale), l'atleta doveva applicare tutta la sua forza per innalzare il suo baricentro al di sopra dell'asta. La tecnica Fosbury, sfruttando la stessa quantità di forza, consente all'atleta, di superare una misura più elevata rispetto alla sua capacità di innalzamento del proprio centro di massa, perché attraverso il dominio quasi acrobatico del corpo nella fase del salto, il baricentro si trova sempre al di sotto dell'asta.

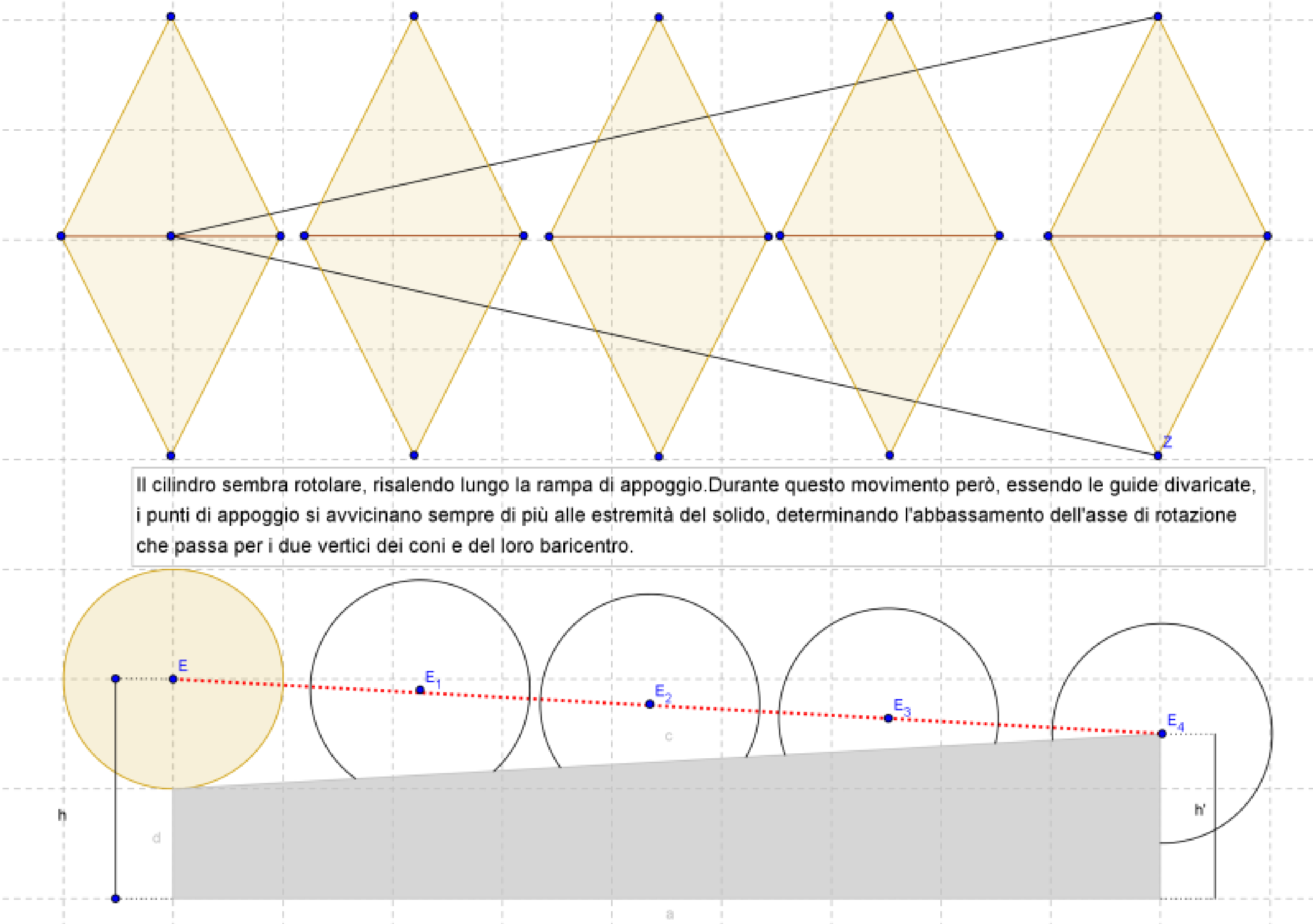
parad_Mec_Pina.MOV

Non è un gioco di prestigio

Ed ecco un classico esempio di paradosso meccanico: su due binari è appoggiata una coppia di coni dello stesso materiale, uniti lungo le loro basi. Ponendo il doppio cono sulla parte inferiore del telaio, esso inizia spontaneamente a salire verso l'alto, dando così l'impressione di contraddire la legge di Gravitazione Universale! Il paradosso però è solo apparente: dato che i binari sono divaricati, il baricentro del doppio cono non sale mentre l'oggetto sembra rotolare verso l'alto, ma scende sempre!
Potrete vedere un breve filmato che lo mostra all'opera.



“ PARADOSSO MECCANICO” SCHEMA ESPLICATIVO



Il cilindro sembra rotolare, risalendo lungo la rampa di appoggio.Durante questo movimento però, essendo le guide divaricate, i punti di appoggio si avvicinano sempre di più alle estremità del solido, determinando l'abbassamento dell'asse di rotazione che passa per i due vertici dei coni e del loro baricentro.