**Illustrazione di tavola 1**

Proponiamo un gioco che sollecita la riflessione sulle nozioni di multiplo e divisore di un numero naturale. Sono disponibili anche versioni on-line o supportate dal calcolatore di versioni analoghe al gioco.

E’ però opportuno lasciar lavorare i ragazzi anche nello svolgere i calcoli, eventualmente riducendo la dimensione della tavola di lavoro.

**Multipli e divisori entro il 100** (riferimento: <http://redfrontdoor.org/blog/?p=990> )

*Si gioca in due. Ciascun giocatore sceglie, a turno, un numero tra 2 e 100. Al primo turno, si sceglie un numero tra 2 e 49; nei turni successivi, bisogna scegliere il numero in modo che sia un multiplo o un divisore del numero scelto dal giocatore precedente. Non è permesso scegliere numeri che sono già stati indicati nei turni precedenti (indipendentemente da chi li aveva scelti). Un giocatore vince se il giocatore successivo non ha la possibilità di selezionare il proprio numero.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

**Varianti**

1. Il gioco può essere proposto, inizialmente, in forme semplificate e/o prive delle clausole iniziali. Ad esempio, si può proporre la forma seguente:

*Si gioca in due. Ciascun giocatore sceglie, a turno, un numero tra 1 e 100. Al primo turno, si sceglie un numero a piacere; nei turni successivi, bisogna scegliere il numero in modo che sia un multiplo o un divisore del numero scelto dal giocatore precedente. Non è permesso scegliere numeri che sono già stati indicati nei turni precedenti (indipendentemente da chi li aveva scelti). Un giocatore vince se il giocatore successivo non ha la possibilità di selezionare il proprio numero.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |

Dopo aver lasciato giocare i ragazzi per un poco di tempo, si può chiedere loro se ci sono scelte che permettono al primo giocatore alla prima mossa: in base alle indicazioni uscite dalla discussione, si inserisce una regola che impedisca che ciò accada (per rendere il gioco più equo e più divertente). Ci si aspetta che emerga il fatto che, selezionando un numero primo maggiore di 25, il primo giocatore possa vincere subito.

Supponiamo di aver scelto di imporre anche la clausola: *Al primo turno, si sceglie un numero tra 1 e 25.*

È possibile anche discutere se sia o meno conveniente scegliere la casella 1, arrivando alla convinzione che questa sia una scelta ‘perdente’ cioè una scelta che permette all’altro giocatore di vincere alla mossa successiva (se gioca bene).

1. È possibile anche giocare in solitario: *si sceglie un numero tra 1 e 100, e si prosegue aggiungendo un multiplo o un divisore del numero precedente, senza mai ripetere numeri già utilizzati. Si cerca di creare liste più lunghe possibili*.

**Obiettivi**

- prendere confidenza con la definizione di multiplo e divisore

- evidenziare e sperimentare alcune proprietà della divisibilità:

* i divisori sono minori o uguali al numero stesso, mentre i multipli sono maggiori o uguali.
* Ci sono solo un numero finito di divisori; i multipli di un numero sono infiniti, ma solo un numero finito di essi è minore o uguale a 100.
* I divisori possono essere trovati a coppie (il divisore e il divisore complementare, che sono distinti, tranne il caso di un fattore elevato al quadrato)
* Se *m* è divisore di *n*, allora *m* è anche un divisore dei multipli di *n*.
* Se un numero *n* non è primo, ha un divisore minore o uguale di *n/2*.

- sviluppare un interesse sui divisori di un numero naturale, e sulle relazioni che tra essi intercorrono (struttura reticolare). In particolare, sono messi in evidenza i numeri primi (quali sono i numeri primi minori di 100?)

- sollecitare la curiosità e lo sviluppo/risposta di varie domande collaterali (per quali numeri compaiono sono i divisori? Per quali compaiono solo i multipli?)

- utilizzo dei connettivi logici ‘e’ e ‘o’

- allenamento a una visione strategica, nella consapevolezza che ogni scelta/mossa fatta ha delle conseguenze sullo sviluppo del gioco

**Approfondimento**

*E’ possibile raccogliere la lista delle possibili mosse da fare. Modificando di poco la richiesta, si può chiedere di raccogliere l’elenco di multipli e divisori entro il 100 (per ciascun numero dato), aggiungendo il divisore 1 e il numero stesso nell’elenco.*

Il lavoro può essere svolto in gruppi separati, per poi riunire le varie informazioni in una unica scheda.

La scheda (seconda pagina di tavola 1) può essere spunto di analisi e occasione di discussione per vedere se alcuni fatti osservati sono sintomo di risultati più generali. Ad esempio, è possibile chiedere:

- quando compaiono in elenco solo divisori?

- quando compaiono in elenco solo multipli?

-crescere regolare del divisore massimo al crescere dei numeri pari

-presenza del divisore 3 ogni tre numeri

- quando un numero ha solo 3 divisori? (sono i quadrati di un numero primo)

- quando un numero ha solo 4 divisori? (prodotto di due primi distinti, oppure cubo di un primo)

- analizzando vari esempi, (per gli studenti delle superiori) è possibile arrivare a formulare la seguente congettura: *se* $N= p\_{1}^{s\_{1}} p\_{2}^{s\_{2}} p\_{3}^{s\_{3}} \cdots p\_{n}^{s\_{n}}$ *, ove* $p\_{i}$ *sono primi distinti e* $s\_{i} $*sono numeri naturali, allora il numero di divisori di N è*

$$(s\_{1}+1)(s\_{2}+1)\cdots (s\_{n}+1)$$

Si osservi che, nel gioco iniziale, il numero di mosse possibili può essere considerato una forma di complessità nell’immaginare il proseguire del gioco: per poter prevedere con certezza la mossa del giocatore successivo, è più efficace utilizzare numeri da cui si accede a poche mosse.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Casella | possibili mosse | Casella | possibili mosse |
|  |  | 51 | 3,17 |
| 2 | 4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28,30,32,34,36,38,40, 42,44,46,48,50,52,54,56,58,60,62,64,66,68,70,72,74,76, 78,80,82,84,86,88,90,92,94,96,98,100 | 52 | 2,4,13,26 |
| 3 |

|  |
| --- |
| 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99 |

 | 53 |  |
| 4 | 2,8,12,16,20,24,28,32,36,40,44,48,52,56,60,64,68,72,76, 80,84,88,92,96,100 | 54 | 2,3,6, 9,18,27 |
| 5 | 10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60,65,70,75,80,85,90,95,100 | 55 | 5,11 |
| 6 | 2,3,12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90,96 | 56 | 2,4,7,8, 14, 28 |
| 7 | 7,14,21,28,35,42,49,56,63,70,77,84,91,98 | 57 | 3,19 |
| 8 | 2,4,16,24,32,40,48,56,64,72,80,88,96 | 58 | 2,29 |
| 9 | 3, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99 | 59 |  |
| 10 | 2,5,10,20,30,40,50,60,70,80,90,100 | 60 | 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 |
| 11 | 22,33,44,55,66,77,88,99 | 61 |  |
| 12 | 2,3,4,6,24,36,48,60,72,84, 98 | 62 | 2,31 |
| 13 | 26,39, 52,65,78,91 | 63 | 3,7,9, 21 |
| 14 | 2,7,14,28,42,56,70,84,96 | 64 | 2,4,8,16,32 |
| 15 | 3, 5, 30, 45, 60, 75, 90 | 65 | 5,13 |
| 16 | 2,4,8,32,48,64,80, 96 | 66 | 2,3,6,11,22,33 |
| 17 | 34,51,68,85 | 67 |  |
| 18 | 2,3,6,9,36, 54,72, 90 | 68 | 2,4,17, 34 |
| 19 | 38,57,76, 95 | 69 | 3,23 |
| 20 | 2,4, 5,10,40,60,80,100 | 70 | 2,5,7,10,14,35 |
| 21 | 3,7, 42, 63, 84 | 71 |  |
| 22 | 2,11,44,66,88 | 72 | 2,3,4,6,8,9,12,18,24,36 |
| 23 | 46,69,92 | 73 |  |
| 24 | 2,3,4,6,8,12,48,72,96 | 74 | 2,37 |
| 25 | 5,50,75,100 | 75 | 3, 5, 15, 25 |
| 26 | 2,13,52,78 | 76 | 2,4,19,38 |
| 27 | 3,9,54,81 | 77 | 7,11 |
| 28 | 2,4,7,14,56,84 | 78 | 2, 3,6,13, 26, 39 |
| 29 | 58, 87 | 79 |  |
| 30 | 2, 3, 5, 6, 10, 15, 60, 90 | 80 | 2,4,5,8, 10,16, 20,40 |
| 31 | 62, 93 | 81 | 3,9,27 |
| 32 | 2,4,8,16,64,96 | 82 | 2,41 |
| 33 | 3,11,66,99 | 83 |  |
| 34 | 2,17, 68 | 84 | 2,3,4,6,7,12,14,21,28,42 |
| 35 | 5,7,70 | 85 | 5,17 |
| 36 | 2,3,4,6,9,12,18,72 | 86 | 2,43 |
| 37 | 74 | 87 | 3,29 |
| 38 | 2,19, 76 | 88 | 2,4,8,11,22,44 |
| 39 | 3,13, 78 | 89 |  |
| 40 | 2,4,5,8,10,20, 80 | 90 | 2,3,5,6,9,10, 15, 18,30, 45 |
| 41 | 82 | 91 | 7, 13 |
| 42 | 2,3,6,7,14,21,84 | 92 | 2,4,23,46 |
| 43 | 86 | 93 | 3,31 |
| 44 | 2,4,11,88 | 94 | 2,47 |
| 45 | 3, 5, 9, 15, 90 | 95 | 5,19 |
| 46 | 2,23,92 | 96 | 2,3,4,6,8,12,16,24,32,48 |
| 47 | 94 | 97 |  |
| 48 | 2,3,4,6,12,16,24,96 | 98 | 2,7,14, 49 |
| 49 | 7,98 | 99 | 3,9,11,33 |
| 50 | 2,5,10,25 | 100 | 2,4,5,10,20,25,50 |