

“ III Scuola d’Autunno di Matematica e Scienze ”

S. Martino al Cimino

La simmetria con le mani e con i piedi



Luca Dragone (luca.dragone71@gmail.com)

I.C. Alessandro Magno

26 / 10 / 2018

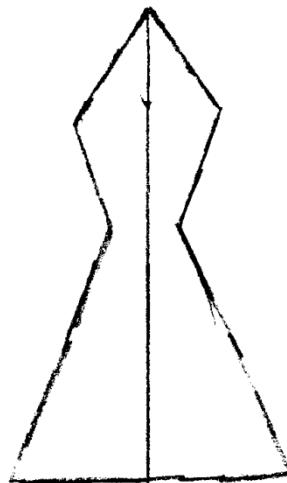
Simmetria: “questa sconosciuta”

Analisi delle preconoscenze

Lavoro individuale:

- Disegna qualcosa che secondo te è “simmetrico”.
- Spiega a parole tue perché ciò che hai disegnato è “simmetrico”.

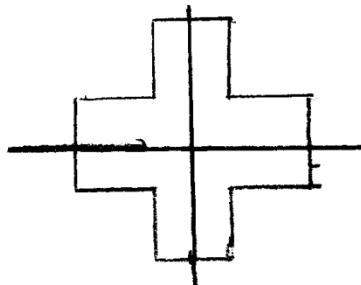
Analisi delle preconoscenze



UNA FIGURA CHE TAGLIATA A METÀ LE DUE PARȚI SI SOVRAPPONGANO PERFETTAMENTE.

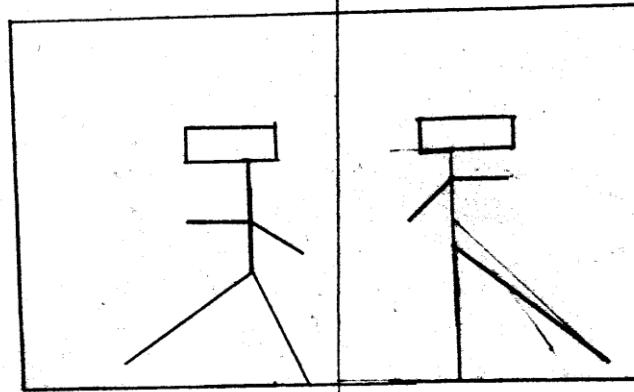
Sembra che → simmetrico = “non varia se lo rifletto”
Inoltre → spesso l'asse è “verticale”

Analisi delle preconoscenze



Una figura simm. è un'figura che può essere
divisa in 2 parti uguali

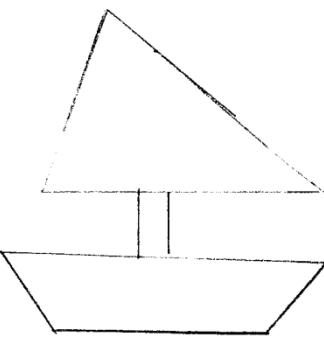
L'alunno: "Ho messo due assi di simmetria, uno verticale ed uno orizzontale, anche se quest'ultimo non lo dovevo mettere, o almeno non tutti e due insieme".



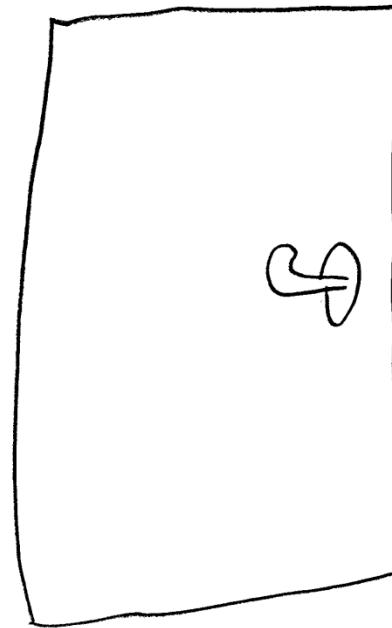
È SIMMETRICO PERCHÉ È UGUALE MA AL
CONTRARIO

Simmetria:
particolare isometria (riflessione) o caratteristica di una figura?

Analisi delle preconoscenze



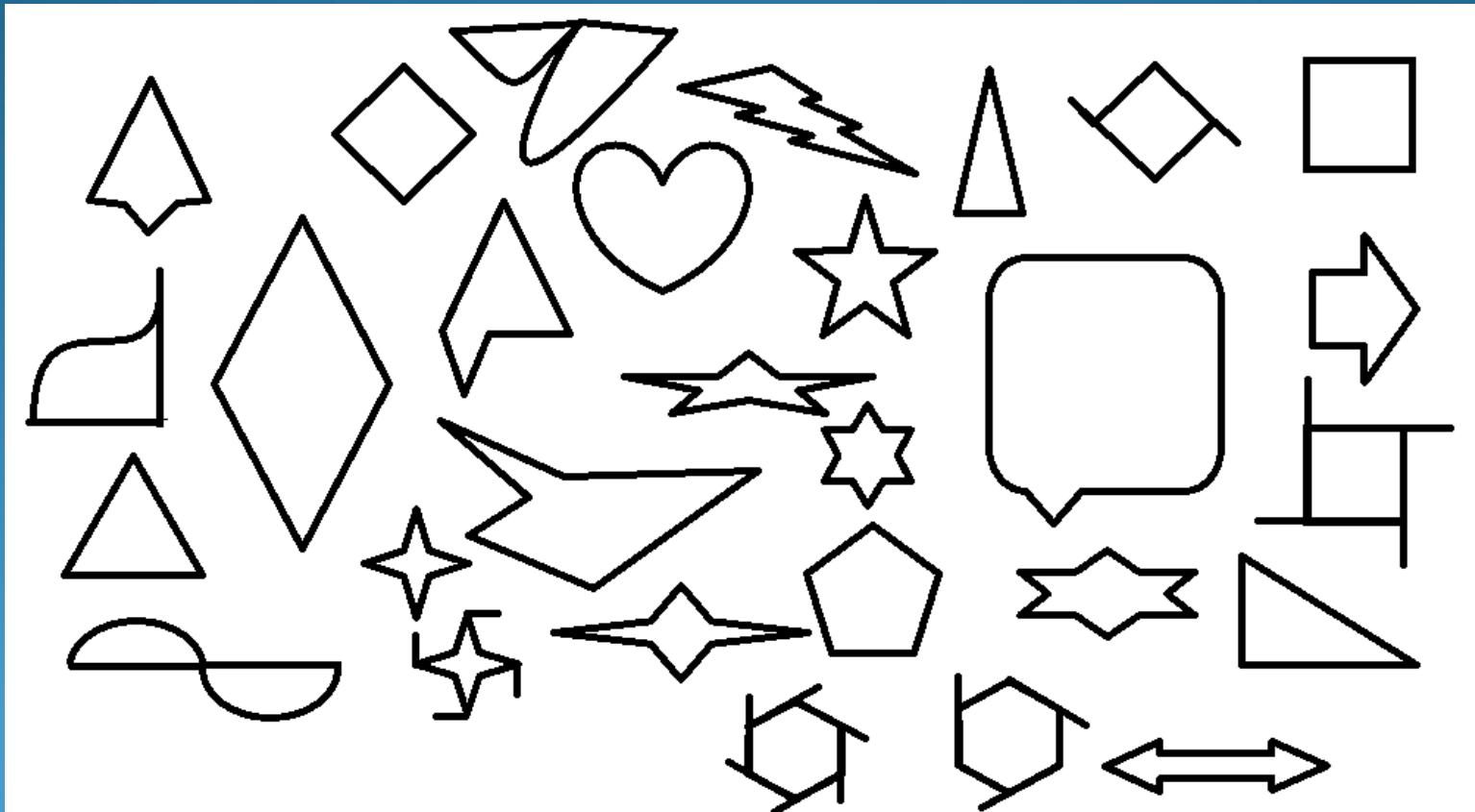
QUESTO OGGETTO È SIMMETRICO
PERCHÉ È COMPOSTO SOLO DA LINEE
DIRitte . E NON TONDE



E' simmetrica perche` ha 4 lati.
Ed e' simmetrico

Simmetrico, sì o no?

Analisi delle preconoscenze



Simmetrico, sì o no?

Analisi delle preconoscenze

Lavoro in piccoli gruppi - Figura assegnata

- E' simmetrica perché?
- Non è simmetrica perché?

Analisi delle preconoscenze

Figura



Non è simmetrica perché...
SE LA FIGURA VIENE DIVISA A METÀ LE 2 PARTI
NON SONO UGUALI.

Figura



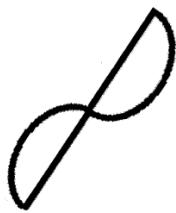
Questa figura non è simmetrica perché
tracciando l'asse di simmetria non viene a spiccare

Si conferma che per gli alunni “simmetrico” significa “uguale a se stesso dopo riflessione”.

Non considerano altre isometrie se non la riflessione.

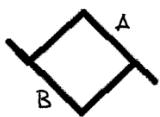
Figura

Questa figura non è simmetrica perché
tracciando l'asse di simmetria non viene a spe



FIGURA

①



E' SIMMETRICO PERCHÉ

② I LATI A-B SONO UGUALI.

NON E' SIMMETRICO PER

Analisi delle preconoscenze

Figura



Questa figura è simmetrica perché, tracciando l'asse di simmetria, viene a specchio.

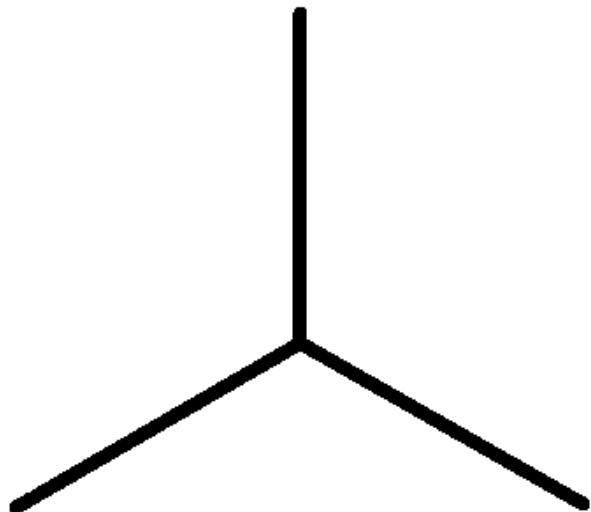
Anche per i fregi si conferma che per gli alunni “simmetrico” significa “uguale a se stesso dopo riflessione”.

Notare che il fregio è stato posizionato “verticalmente”.

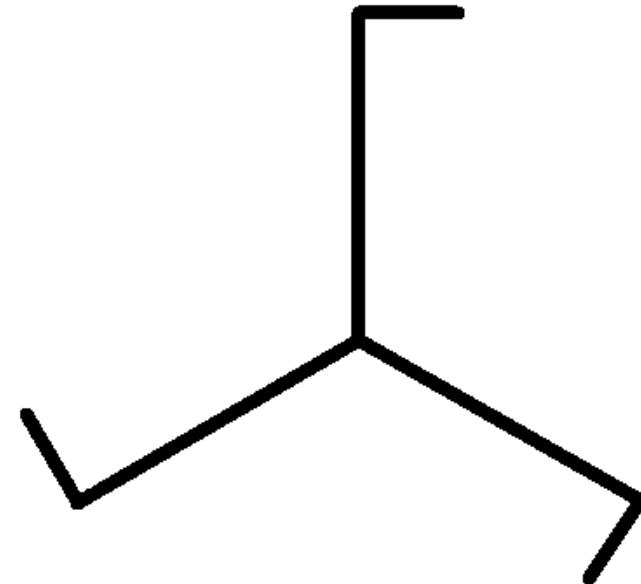
Teorema di Leonardo

Un gruppo finito di isometrie nel piano è un gruppo ciclico C_n o un gruppo diedrale D_n .

Gruppi finiti 2D

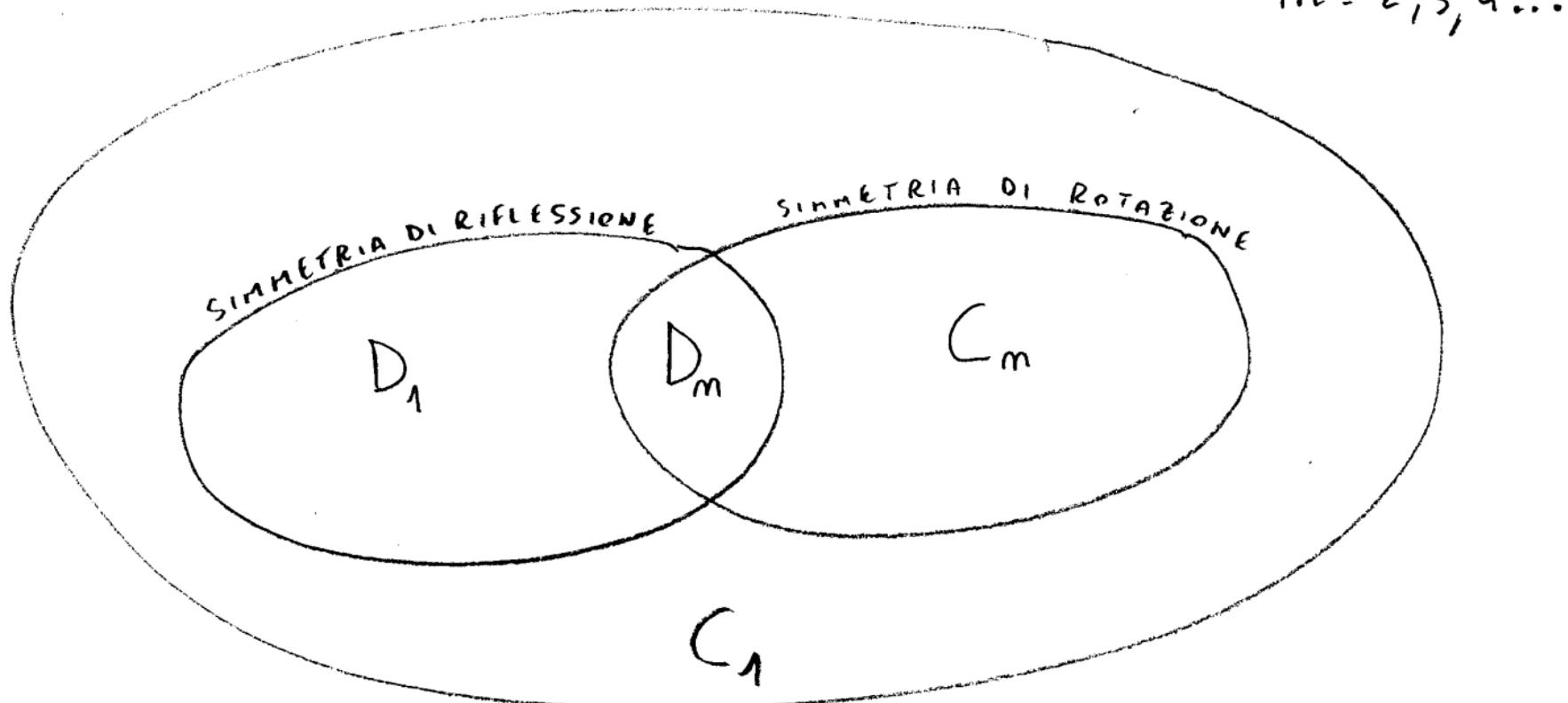


D_3 gruppo diedrale



C_3 gruppo ciclico

ROSONI



Simmetria delle lettere



Simmetria delle lettere

Lavoro in piccoli gruppi

- Determinare la simmetria delle lettere in legno.
- Compilare le schede.

Lavoro a gruppo unico

- Collocare le lettere nel diagramma di Venn.
- Discussione finale.

LETTERA



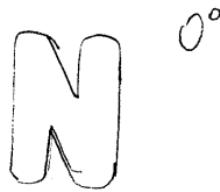
RIFLESSIONE

È simmetrica perché se traccio l'asse di simmetria e sovrappongo le 2 parti è uguale

ROTAZIONE

Nom è simmetrica

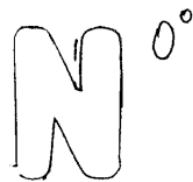
Lettera



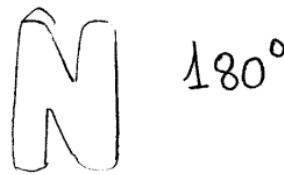
0°

Riflessiva

Non è simmetrica



0°

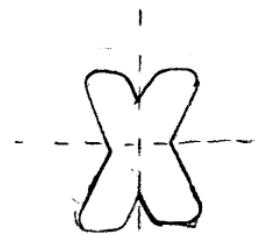


180°

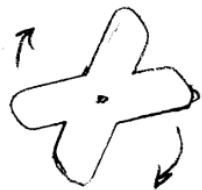
Rotazionale

Non è simmetrica

LETTERA



RIFLESSIONE
E' SIMMETRICA 2 ASSI



ROTAZIONE
E' SIMMETRICA DI 180°

LETTERA

G

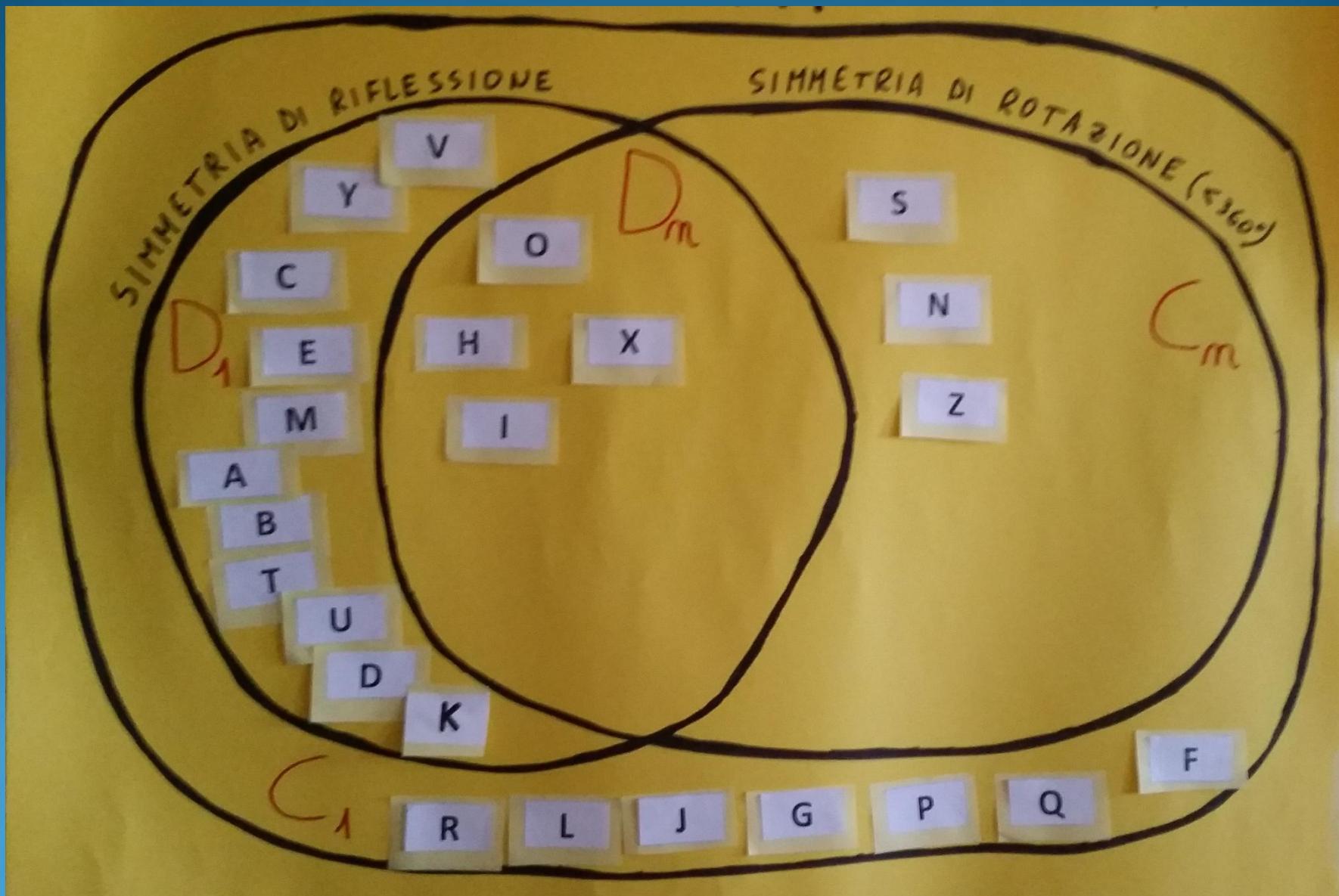
RIPETIZIONE

NON È SIMMETRICA PERCHÉ SE SI
DIVIDE O ORIZZONTALMENTE O VERTICALMENTE
NON È UGUALE

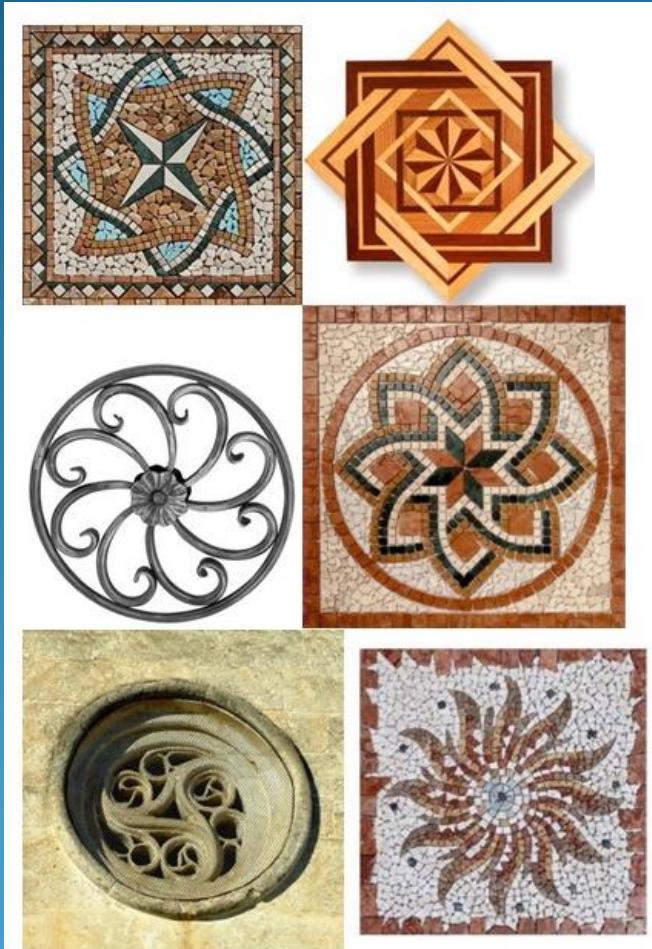
ROTAZIONE

NON È SIMMETRICA PERCHÉ SE LA SI
GIRA NON È UGUALE

Simmetria delle lettere



Simmetria dei rosoni



Simmetria dei rosoni

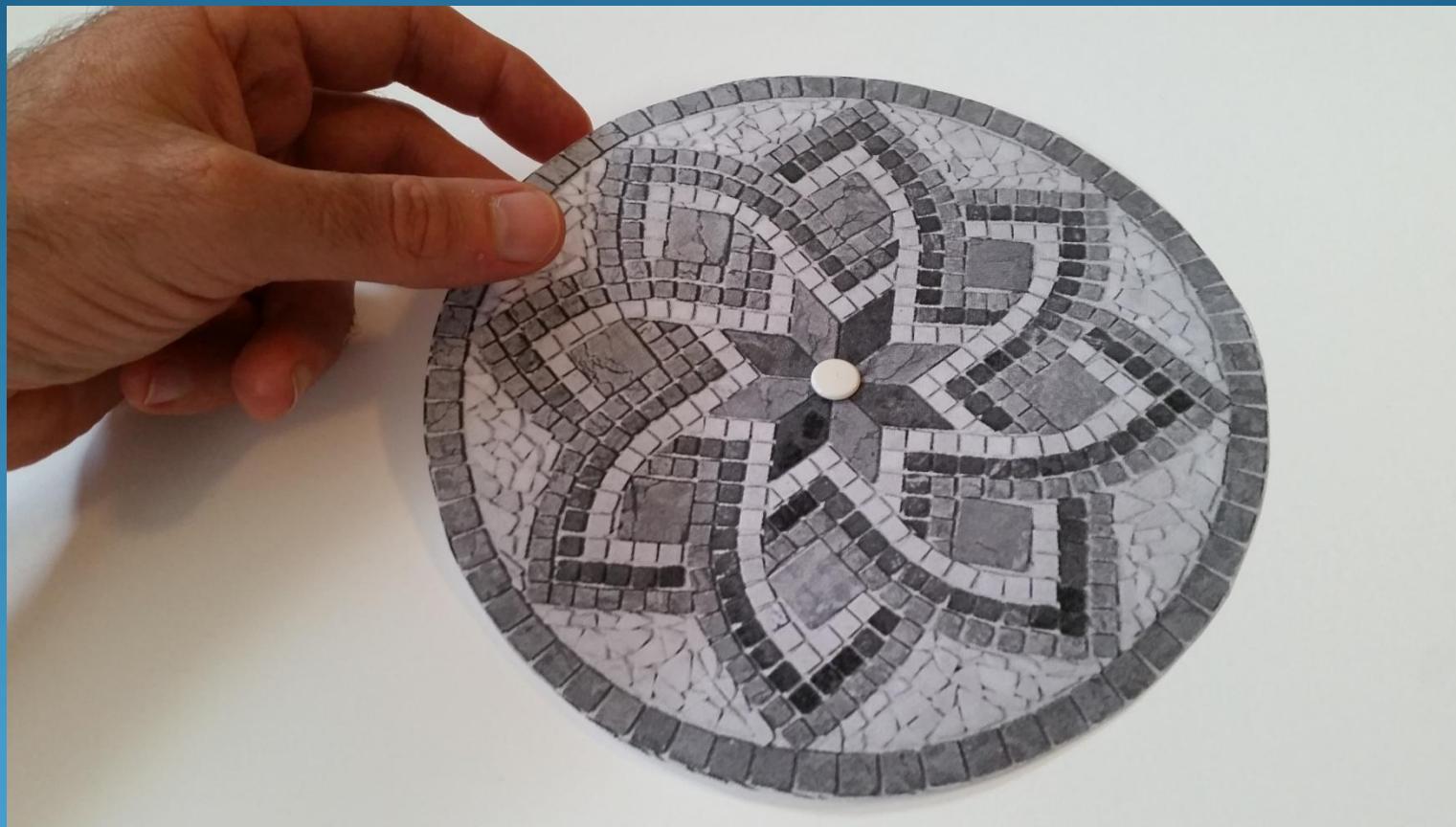
Lavori in piccoli gruppi

- Sperimentare la simmetria.
- Disegnare la simmetria.
- Compilare le schede.
- Un lavoro fatto “con le nostre mani”.

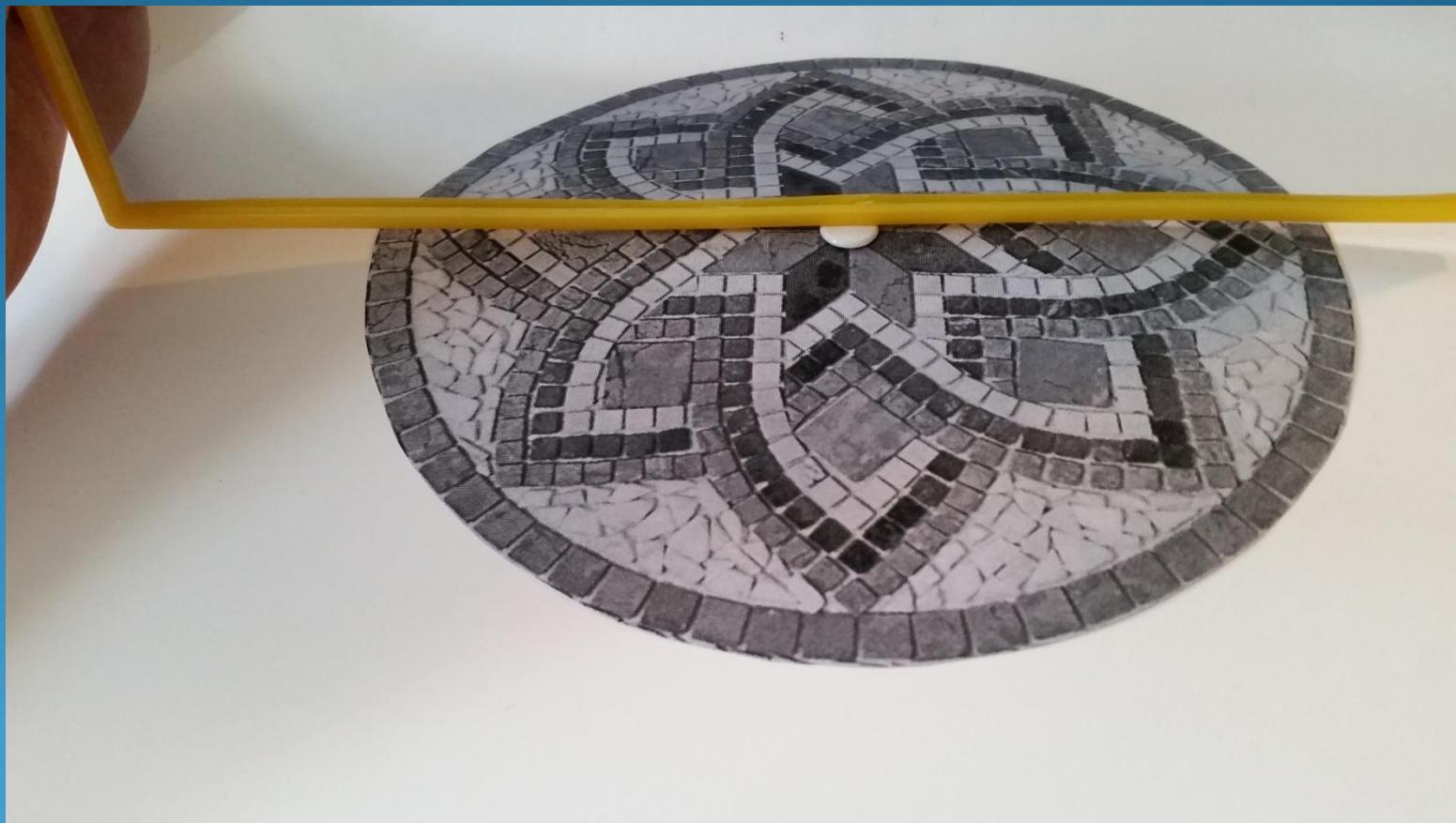
Lavori a gruppo unico

- Collocare le lettere nel diagramma di Venn.
- Discussione finale.

Sperimentare la simmetria dei rosoni



Sperimentare la simmetria dei rosoni



Sperimentare la simmetria dei rosoni



Sperimentare la simmetria dei rosoni



Disegnare la simmetria dei rosoni



Disegnare la simmetria dei rosoni



Cousin Sara IIIc

Simmetria dei rosoni

D₄

SIMMETRIA
DI
RIFLESSIONE

(Si) / No

SIMMETRIA
DI
ROTAZIONE

(Si) / No

GRADI DI
ROTAZIONE

90°

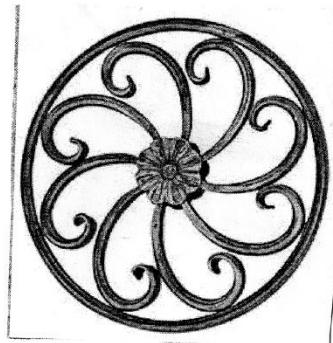
Simmetria dei rosoni

Rosone



Simmetria di riflessione

Si / No



Simmetria di rotazione

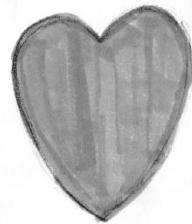
Si / No

Circoli di
Rotazione

65°

Simmetria dei rosoni

Figura



D₁

Simmetria
di riflessione

Si

Simmetria di
rotazione

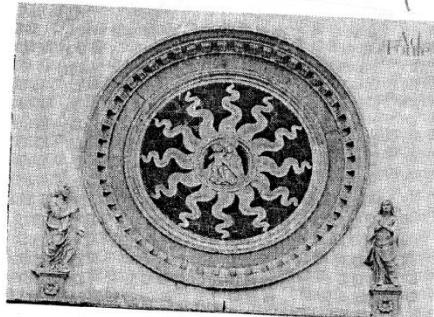
NO

Gradi di rotazione

No

Simmetria dei rosoni

ROSONE



C₁

SIMMETRIA DI RIFLESSIONE

SI / NO

SIMMETRIA DI ROTAZIONE

SI / NO

GRADO DI ROTAZIONE

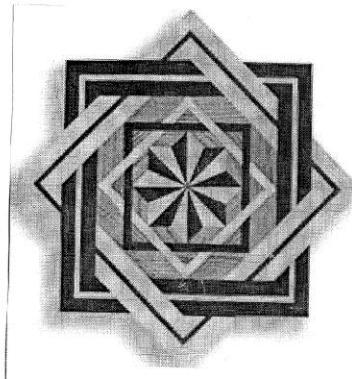
360°, NON SI PUÒ ROTARE PER COLLOCARE FIGURA AL CENTRO

Simmetria dei rosoni

Gruppo

C_4

Immagine



E' simmetrico per riflessione?

Sì

No

Se sì, disegna gli assi di riflessione.

E' simmetrico per rotazione? (<360°)

Sì

No

Se sì, indica l'angolo di rotazione in gradi:

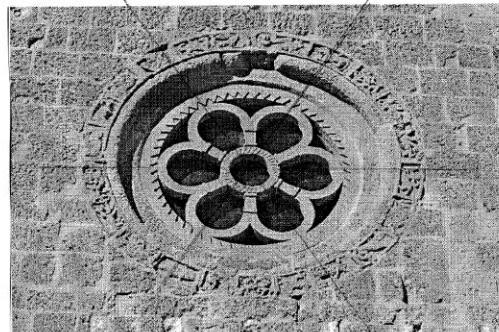
.....
 90°

Simmetria dei rosoni

Gruppo

D₆

Immagine



E' simmetrico per riflessione?

Sì



No



Se sì, disegna gli assi di riflessione.

E' simmetrico per rotazione? (<360°)

Sì



No



Se sì, indica l'angolo di rotazione in gradi:

.....^{60°}

ROSONI

$n = 2, 3, \dots$

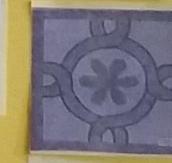
SIMMETRIA DI RIFLESSIONE
 D_1



SIMMETRIA DI ROTAZIONE ($< 360^\circ$)
 D_m



SIMMETRIA DI ROTAZIONE ($< 360^\circ$)
 C_m



C_1



Rosoni fatti “a mano”

Lavoro in piccoli gruppi:

- Ad ogni gruppo (di lavoro) si assegna un gruppo (di simmetria) es. C_4 , C_6 , C_8 , D_4 , D_6 ; D_8 (meglio evitare i dispari, perché sono più difficili da disegnare).
- Su un foglio grande (almeno A2) si chiede di disegnare rosoni della simmetria assegnata usando le mani (ricoperte da guanti monouso) intrise di colore .

Lavoro a gruppo unico:

- Ogni gruppo illustra agli altri il suo “manufatto”.
- Discussione finale.

Simmetria dei fregi



Simmetria dei fregi

Lavoro in piccoli gruppi:

- Sette gruppi: ogni gruppo (di lavoro) un gruppo (di simmetria).
- Costruire la simmetria.
- Compilare le schede.
- Un lavoro fatto “con i piedi”.

Lavoro a gruppo unico:

- Ed ora saltiamoci sopra!
- Discussione finale.

Teorema (Chasles, 1837)

Ogni simmetria del piano è una traslazione, una rotazione, una riflessione o una glissoriflessione. Le traslazioni e le rotazioni non alterano la orientazione delle figure (sono *pari*, o *destrorse*), le riflessioni e le glissoriflessioni sono isometrie *dispari*, o *sinistrorse*. Solo le riflessioni e le rotazioni hanno punti fissi.

p111 (hop)

solo traslazione



p1a1 (step)

traslazione e glissorifles-
sione



p1m1 (jump)

traslazione, rifles-
sione rispetto ad un
asse orizzontale, e
glissoriflessione



pm11 (sidle)

traslazione e riflessione
rispetto ad un asse verti-
cale



p112 (dizzy hop)

traslazione e rotazione di
 180°



pma2 (dizzy sidle)

traslazione, rotazione
 180° , riflessione con asse
verticale, glissoriflessione



pmm2 (dizzy jump)

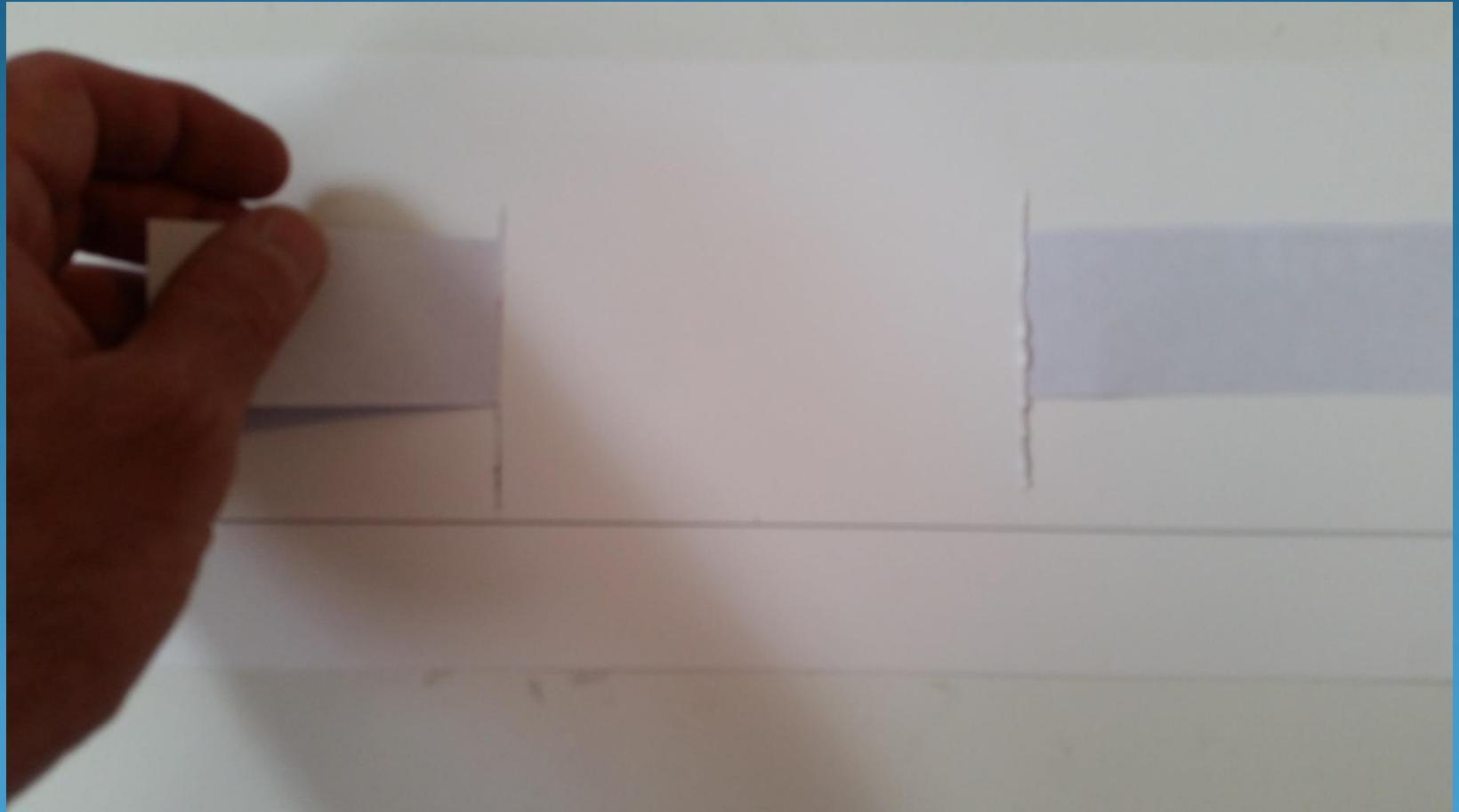
traslazione, rotazione
 180° , riflessione con asse orizzontale, rifles-
sione con asse verticale,
glissoriflessione



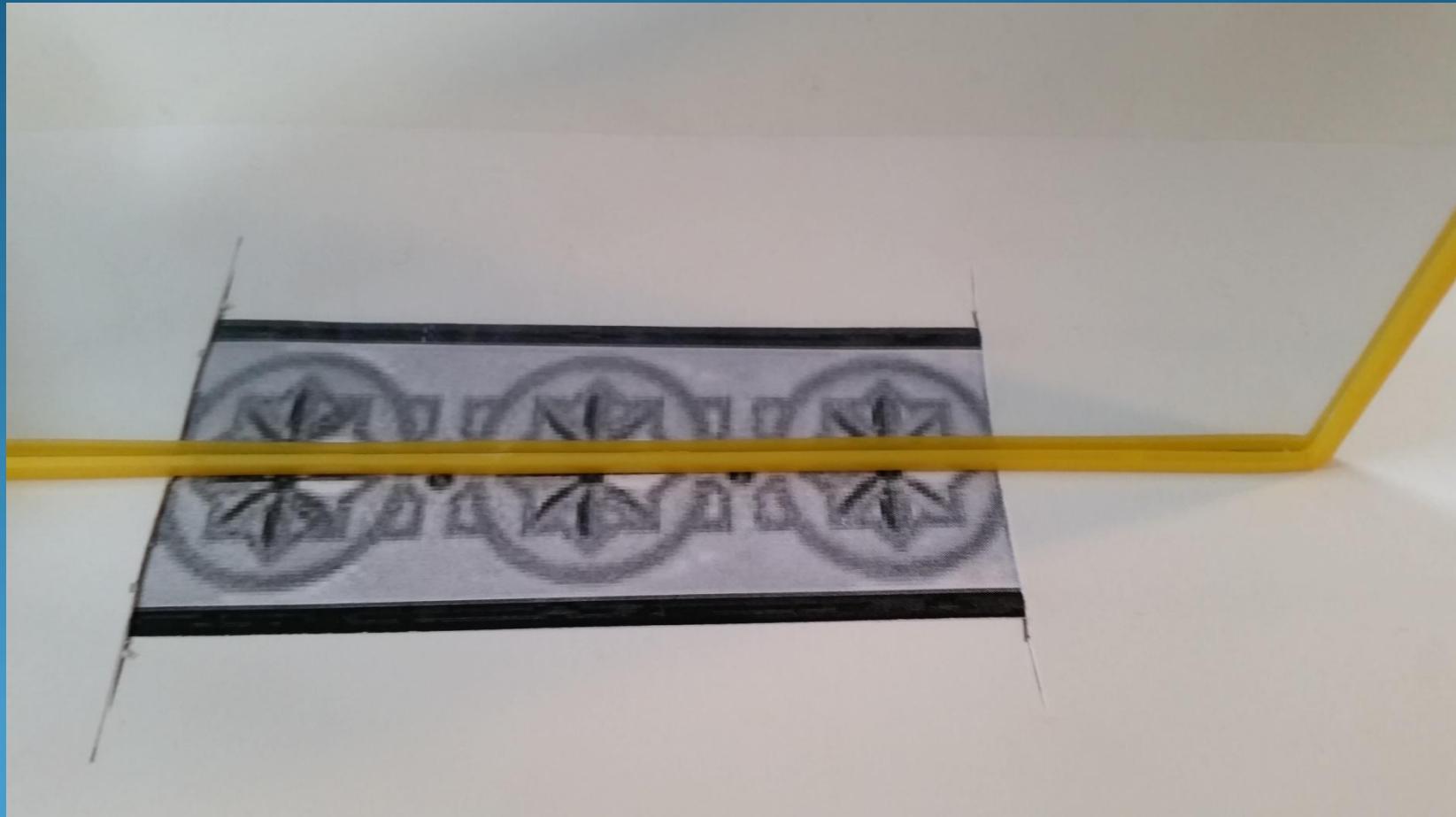
Sperimentare la simmetria dei fregi



Sperimentare la simmetria dei rosoni



Sperimentare la simmetria dei rosoni



Gruppo

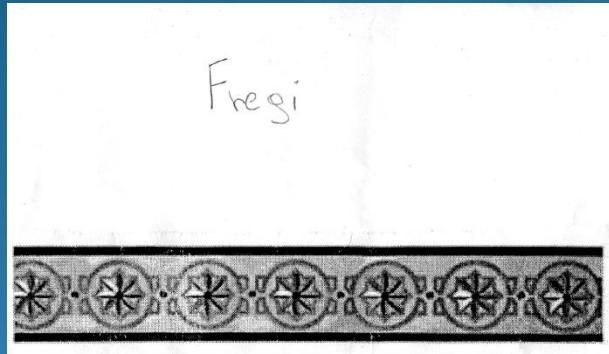
Pmm2

Simbolo

Immagine

P	E' simmetrico per traslazione?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
m	E' simmetrico per riflessione rispetto ad assi trasversali (perpendicolari alla direzione di sviluppo all'infinito)?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
m	E' simmetrico per riflessione rispetto ad un asse longitudinale (asse nella direzione di sviluppo all'infinito)?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
2	E' simmetrico per rotazione? (=180°)	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
g	E' simmetrico per glissoriflessione?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>

Rappresentazioni a confronto



Fregi



Pmm 2 DIZZY JUMP

SIMETRIA

TRASLAZIONE

SI NO

RIFLESSIONE ORIZZONTALE

SI NO

RIFLESSIONE VERTICALE

SI NO

ROTAZIONE

SI NO

GLISSORIFLESSIONE

SI NO

Gruppo

Pm 11

Simbolo

Immagine

P

E' simmetrico per traslazione?

Sì

No

m

E' simmetrico per riflessione rispetto ad assi trasversali
(perpendicolari alla direzione di sviluppo all'infinito)?

Sì

No

l

E' simmetrico per riflessione rispetto ad un asse
longitudinale (asse nella direzione di sviluppo all'infinito)?

Sì

No

l

E' simmetrico per rotazione? (=180°)

Sì

No

/

E' simmetrico per glissoriflessione?

Sì

No

Rappresentazioni a confronto

TREGI



pm 11 (sidle)

TRASLAZIONE

(SI) / NO

RICLESSIONE ORIZZONTALE SI / (NO)

RICLESSIONE VERTICALE (SI) / NO

ROTAZIONE SI / (NO)

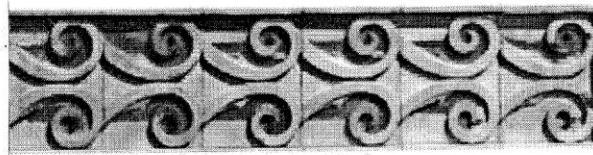
GUSCIO RICLESSIONE SI / (NO)

Gruppo

P1m1

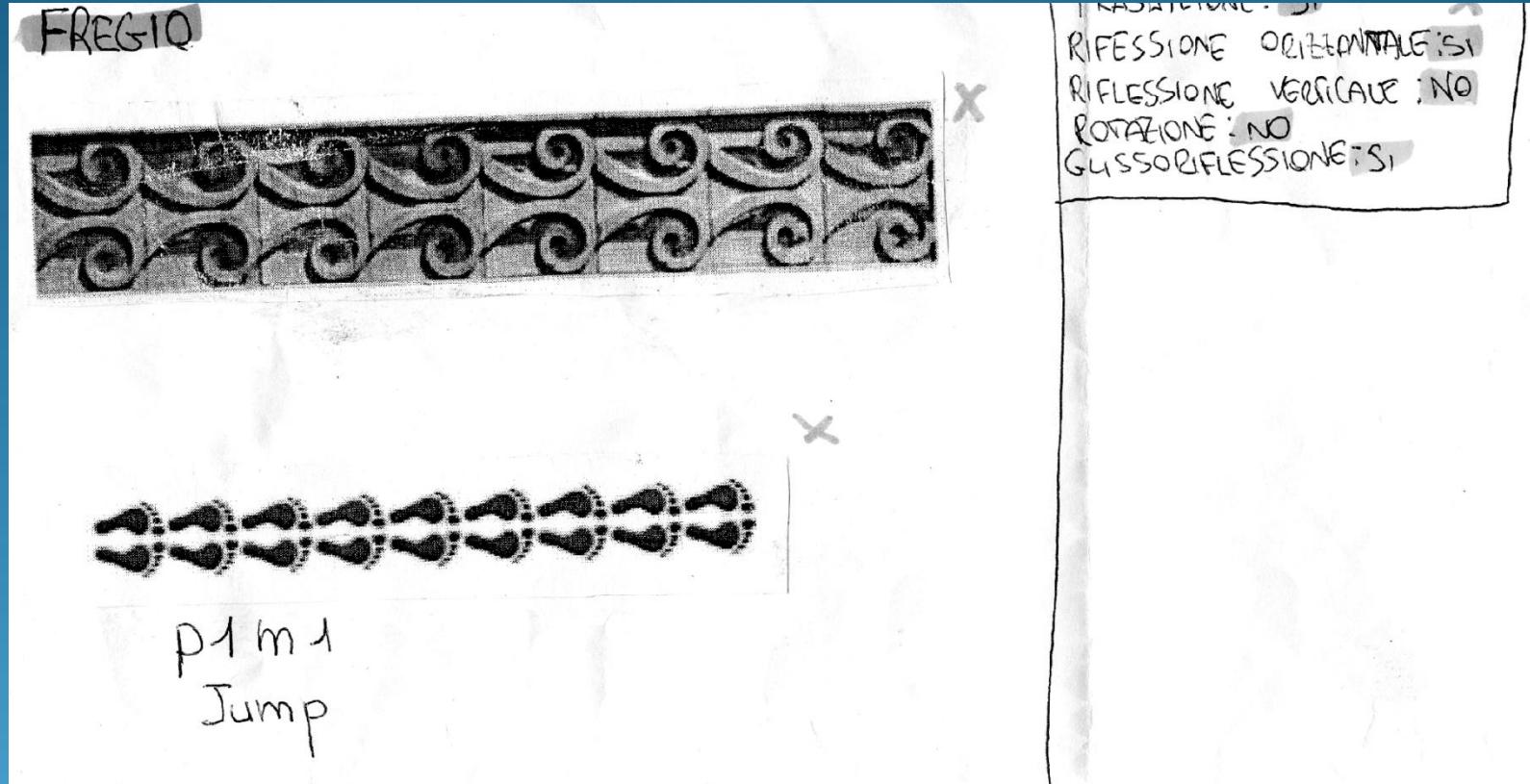
Simbolo

Immagine



P	E' simmetrico per traslazione?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
1	E' simmetrico per riflessione rispetto ad assi trasversali (perpendicolari alla direzione di sviluppo all'infinito)?	Sì <input type="checkbox"/>	No <input checked="" type="checkbox"/>
m	E' simmetrico per riflessione rispetto ad un asse longitudinale (asse nella direzione di sviluppo all'infinito)?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
1	E' simmetrico per rotazione? (=180°)	Sì <input type="checkbox"/>	No <input checked="" type="checkbox"/>
j	E' simmetrico per glissoriflessione?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>

Rappresentazioni a confronto

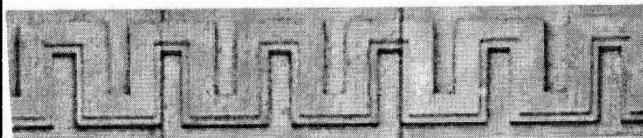


Gruppo

Pm_g2

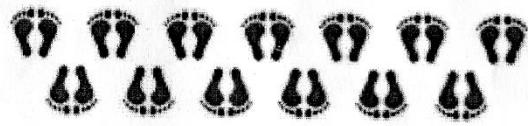
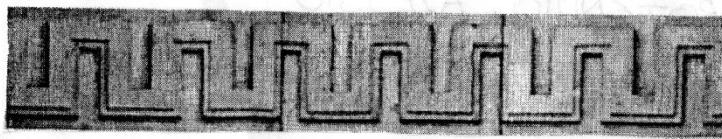
Simbolo

Immagine



P	E' simmetrico per traslazione?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
m	E' simmetrico per riflessione rispetto ad assi trasversali (perpendicolari alla direzione di sviluppo all'infinito)?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
/	E' simmetrico per riflessione rispetto ad un asse longitudinale (asse nella direzione di sviluppo all'infinito)?	Sì <input type="checkbox"/>	No <input checked="" type="checkbox"/>
2	E' simmetrico per rotazione? (=180°)	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
g	E' simmetrico per glissoriflessione?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>

Rappresentazioni a confronto



pma2 dizzy slide

Riflessione orizzontale:
si no

Riflessione verticale
 si no

Rotazione: si no

glissoriflessione:

si no

Gruppo

P1g1

Simbolo

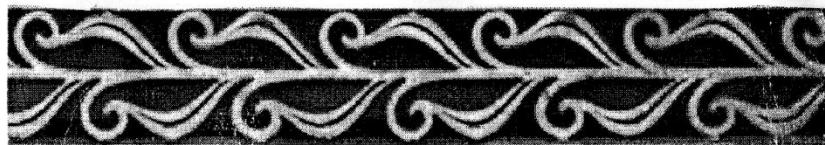
Immagine



P	E' simmetrico per traslazione?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
1	E' simmetrico per riflessione rispetto ad assi trasversali (perpendicolari alla direzione di sviluppo all'infinito)?	Sì <input type="checkbox"/>	No <input checked="" type="checkbox"/>
/	E' simmetrico per riflessione rispetto ad un asse longitudinale (asse nella direzione di sviluppo all'infinito)?	Sì <input type="checkbox"/>	No <input checked="" type="checkbox"/>
1	E' simmetrico per rotazione? (=180°)	Sì <input type="checkbox"/>	No <input checked="" type="checkbox"/>
g	E' simmetrico per glissoriflessione?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>

Rappresentazioni a confronto

Fregio



Pd A1



Step

TRACCIA
TRASLAZIONE Si NO
RIFLESSIONE ORIZZONTALE NO
RIFLESSIONE VERTICALE NO
ROTAZIONE NO
GLISSORIFLESSIONE Si

Gruppo

P112

Simbolo

Immagine

P

E' simmetrico per traslazione?

Sì



No



1

E' simmetrico per riflessione rispetto ad assi trasversali
(perpendicolari alla direzione di sviluppo all'infinito)?

Sì



No



1

E' simmetrico per riflessione rispetto ad un asse
longitudinale (asse nella direzione di sviluppo all'infinito)?

Sì



No



2

E' simmetrico per rotazione? (=180°)

Sì



No



1

E' simmetrico per glissoriflessione?

Sì



No



Rappresentazioni a confronto

Fregi



Dizzy hop

traslazione

Riflessione Orettuale

Riflessione Verticale

Rotazione

Glissoriflessione

SI

No

No

SI

No

Siglo = p112

Gruppo

P111

Simbolo

Immagine



P	E' simmetrico per traslazione?	Sì <input checked="" type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
1	E' simmetrico per riflessione rispetto ad assi trasversali (perpendicolari alla direzione di sviluppo all'infinito)?	Sì <input type="checkbox"/>	No <input checked="" type="checkbox"/>
1	E' simmetrico per riflessione rispetto ad un asse longitudinale (asse nella direzione di sviluppo all'infinito)?	Sì <input type="checkbox"/>	No <input checked="" type="checkbox"/>
1	E' simmetrico per rotazione? (=180°)	Sì <input type="checkbox"/>	No <input checked="" type="checkbox"/>
/	E' simmetrico per glissoriflessione?	Sì <input type="checkbox"/>	No <input checked="" type="checkbox"/>

Rappresentazioni a confronto



PIZZ - MOP

TRASLAZIONE SI

RIFLESSIONE ORIZZONTALE SI - NO

RIFLESSIONE VERTICALE SI - NO

ROTAZIONE \$ SI - NO

QUI SOO RIFLESSIONE SI - NO

Simmetria dei fregi ... con i piedi



Simmetria dei fregi ... con i piedi



Ed ora ... saltiamoci sopra!



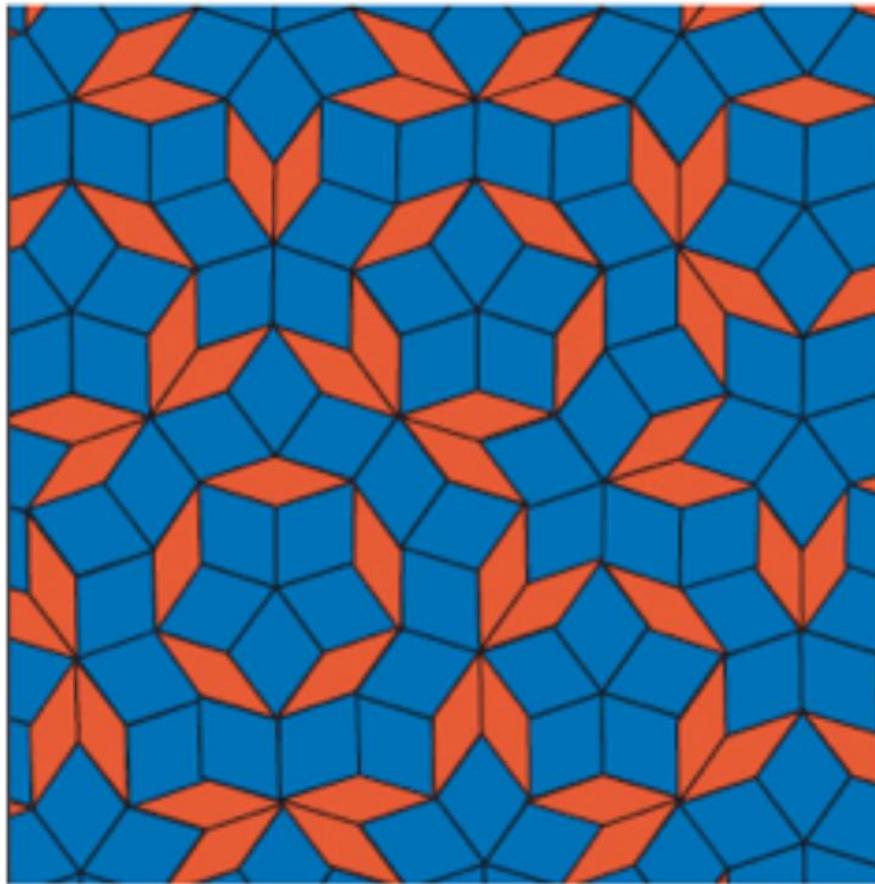
Ed ora ... saltiamoci sopra!





Ulteriori sviluppi

Tassellature



Ringraziamenti

Un ringraziamento speciale ad Andrea Bruno (Università di Roma Tre) per aver diretto e coordinato i lavori del gruppo "Simmetrie" del Corso "Con la Mente e con le Mani" presso L'Accademia Nazionale dei Lincei negli anni scolatici 2015/2016 e 2016/2017

E a voi per l'attenzione !

Le fonti

Bibliografia:

- P. Bellingeri, M. Dedò, S. Di Sieno, C. Turrini, Il ritmo delle forme, Mimesis, 2001
H. Weyl, La simmetria, Feltrinelli, 1962
R. Betti, E. Marchetti, L. R. Costa, Simmetria. Una scoperta matematica, Polipress, 2012
I Stewart, L'eleganza della verità, Einaudi 2008,
M. Du Sautoy, Il disordine perfetto, L'avventura di un matematico nei segreti della simmetria. BUR 2010
J. Navarro, Dall'altra parte dello specchio, RBA, 2010
Ida Sacchetti, Caleidoscopio, Tecnodid, 1993
Armstrong M.A., *Groups and Symmetry*, Springer, 1988
Caglioti G., *Simmetrie infrante, nella scienza e nell'arte*, Clup, Milano 1983
Dedò M., *Forme. Simmetria e topologia*, Zanichelli, Bologna 1999
Jablan S.V, *Theory of Symmetry and Ornaments*, Beograd Mat. Institut n. 17, 1995
Lockwood E.H., Macmillan, R.H., *Geometric Symmetry*, Cambridge University Press, 1978

Le fonti

Sitografia:

<http://matematica.unibocconi.it/articoli/simmetria-e-matematica-1>

<http://www.biblio.unimib.it/upload/pag/1134/sl/slidesded.pdf>

<http://crf.uniroma2.it/piano-lauree-scientifiche/laboratori-di-matematica/2010-2011/gruppi>

<http://www.matematita.it>

<http://www.linceieistruzione.it/>

<http://www.uniroma3.it/>