Scomposizione in fattori primi e geometria

Prof. T. Aebischer
IC Orsa Maggiore (Roma)

III^a Scuola d'autunno in didattica di matematica e scienze
26-28 ottobre 2018
San Martino al Cimino (VT)

1

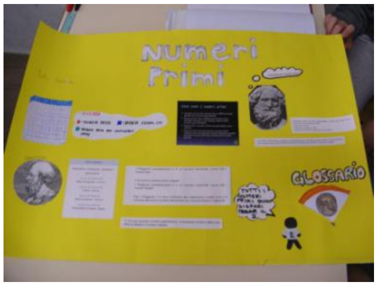
premio
Cesare Cancellieri
V EDIZIONE, 2016

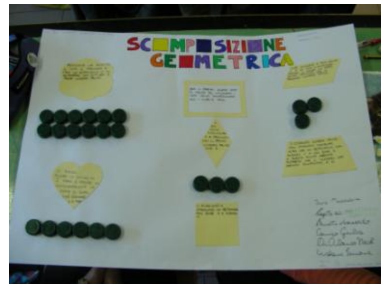
Menzione speciale della Giuria del Premio Cancellieri edizione 2016 (Mantova) per la sezione "Didattica della Matematica" del lavoro **Interpretazione geometrica della scomposizione in fattori primi per eseguirla con attività laboratoriale** svolto con la classe 1B (AS 2016/2017) dell'IC Orsa Maggiore Sec. I Grado (Roma):

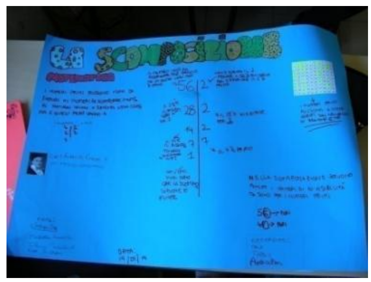
Laboratorio didattico, strutturato in quattro sessioni di lavoro, che costruisce un apprendimento significativo attraverso la combinazione di una didattica per problemi con il cooperative learning sul tema della divisibilità. L'impianto del laboratorio prevede un continuo confronto tra i gruppi degli allievi che affrontano assieme un problema, scelgono un percorso risolutivo e valutano poi collettivamente in classe i risultati raggiunti.

2

IC Orsa Maggiore (Roma) – classe 1B - AS 2017/2018







3

A cosa serve la scomposizione in fattori primi?

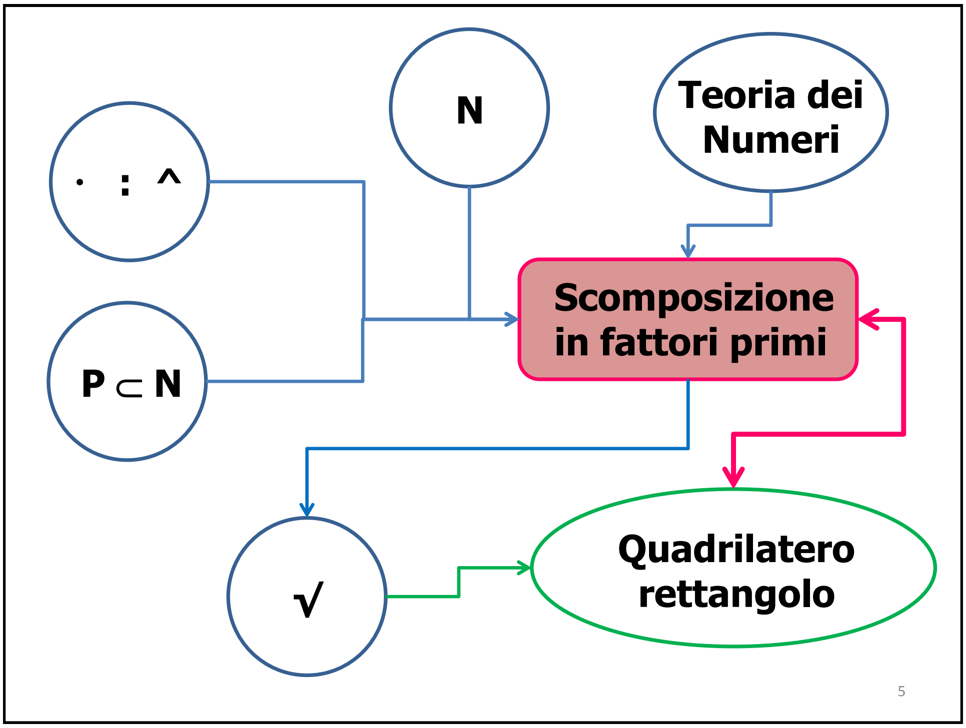
mcm
MCD
Riduzione ai minimi termini di una frazione > calcoli più semplici
Calcolo approssimato della radice quadrata di un numero non quadrato perfetto > proprietà radice quadrata
Utilizzo delle proprietà delle potenze

Storia
Teoria
Uso

Nella realtà:

Sicurezza delle trasmissioni (https)
Codici segreti (decrittazione)
Struttura dei cristalli

4



Ingredienti:

Numeri primi

Teorema Fondamentale dell'Aritmetica (TFA)

Scomposizione geometrica

Scomposizione in fattori primi coi tappi

6

Numeri primi

Oggetto di studio fin dall'antichità: i primi risultati risalgono agli antichi Greci e in particolare agli *Elementi* di Euclide (IV-III sec. a.C.). Primo metodo: crivello di Eratostene (III sec. a.C.).

Numerose congetture non ancora dimostrate: ipotesi di Riemann (1859), congettura di Goldbach forte (1742), congettura di Polignac sui primi gemelli (1849), …

7

Crivello di Eratostene

Metodo meccanico di generazione di numeri primi:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Altre forme: triangoli?

Variazione rettangolo?

Diagramma di flusso

Disposizione di P

8

Teorema Fondamentale dell'Aritmetica (TFA)

$$\mathbf{n = p_1\, p_2\, p_3\, p_4\, p_5 \ldots}$$

$$\text{con } \mathbf{n} \in \mathbf{N/0},\ \mathbf{p_a} \in \mathbf{P},\ \mathbf{a = \Omega(n)}$$

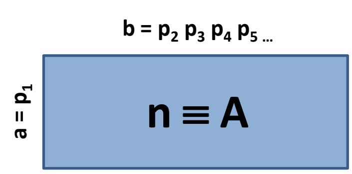
Il teorema fu dimostrato esplicitamente per la prima volta da Gauss nelle *Disquisitiones Arithmeticae* (1801). Euclide, negli *Elementi* (libro VII), insieme all'esistenza della fattorizzazione, aveva dimostrato una proposizione, oggi nota come lemma di Euclide, dalla quale si ricava la proprietà di fattorizzazione unica.

Scomposizione geometrica

$$\mathbf{n = p_1\, p_2\, p_3\, p_4\, p_5 \ldots}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{A = p_1\, (p_2\, p_3\, p_4\, p_5 \ldots) = ab}$$



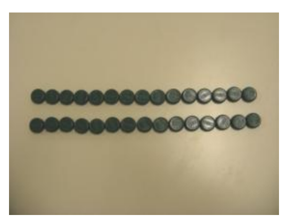
Il TFA dà la scomposizione in fattori primi di un numero naturale n, ma se n viene assimilato a un'area A, allora la scomposizione può essere divisa in due parti (secondo le combinazioni possibili), ossia come il prodotto di 2 termini. Ognuno di questi termini può essere interpretato come il lato di un quadrilatero rettangolo!

Scomposizione in fattori primi coi tappi

30	5
6	2
3	3
1	

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Scomposizione in fattori primi coi tappi



Scomposizione in fattori primi coi tappi




Scomposizione in fattori primi coi tappi

Al termine delle operazioni precedenti si può verificare se il numero di tappi è un quadrato perfetto anche se la scomposizione non è un'unica potenza di un numero primo al quadrato.