



III scuola d'autunno in didattica di matematica e scienze

Quali numeri sono somma e prodotto di numeri dati?

(Franco Ghione, Daniele Pasquazi)

Obiettivo di apprendimento

Trovare una strategia risolutiva per risolvere problemi del tipo :

Determina i lati di un rettangolo sapendo che il suo perimetro è 80 cm e l'area è 231cmq.

Introduzione

Sono problemi molto antichi di cui se ne può trovare traccia nella matematica babilonese (dinastia di Hammurabi, circa 1700 a.C.).

La strategia risolutiva di problemi di questo tipo è presentata anche negli Elementi di Euclide e precisamente nella proposizione II.8.

La soluzione di problemi di questi tipo è legata a quella di equazioni di secondo grado associate.

Introduzione

Data $ax^2 + bx + c = 0$ (1)

se $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$,

essendo $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$,

la (1) può essere riscritta come

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a(x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2) = 0$$

Introduzione

che equivale a risolvere

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0,$$

detta **equazione primitiva**, avendo coefficiente direttore uguale 1. Quindi tutte le equazioni con discriminante maggiore o uguale a zero possono essere poste in forma primitiva cioè

$$x^2 - sx + p = 0,$$

Trovare le sue soluzioni equivale a risolvere un sistema del tipo:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = s \\ x_1x_2 = p \end{cases}$$

Introduzione

Proponiamo un metodo geometrico per la ricerca di due numeri data la loro somma e il loro prodotto.