DE GLI ELEMENTI DI EVCLIDE

LIBRO QVINTO

CON LI SCHOLII ANTICHI, ET COMMENTARII

Di Federico Commandino da Vrbino.

DIFFINITIONI.

I.

LA grandezza è parte della grandezza, cioè la minore della maggiore, quando la minore misura la maggiore.

SCHOLIO.

La parte (come molti giudicano) è minore di quello, che è della medesima spetie, si come 3 è parte di 5. ma appo il Geometra la parte è quella che misura il maggiore, quando il rimanente è vguale a quello che misura: & quando non è vguale, essa non è parte, come 3 di 5, perche rimane 2, che non è vguale a 3. non è dunque 3 parte di 5, ma parti, cioe due quinte $\frac{2}{5}$.

IL COMMANDINO.

La parte anchora appo il Geometra si piglia per quella, che semplicemente è minore del maggiore della medesima spetie, come quando si dice, il tutto è maggiore della sua parte. adunque la parte in quanto è opposta al moltiplice, sarà quella, che misura il maggiore, cioè il suo moltiplice, la quale altramente si chiama submoltiplice, & da alcuni è detta parte alicota. ma inquanto si oppone al tutto non è necessario che lo misuri.

II.

La grandezza maggiore è moltiplice della minore, quando la minore misura la maggiore.

III.

La proportione è di due grandezze del medesimo genere in quanto appartiene alla quantità, vna certa conuenienza.

SCHOLIO.

Proportione (dice) *per significare vna conuenienza.* Di due grandezze] *per separarla dalle altre spetie della quantita.* del medesimo genere] *accio che non si faccia comparatione della linea con la superficie, perche queste non hanno fra loro proportione alcuna.* in quãto appartiene alla quantità] *per separarla dalle grandezze infinite, conciosiacosa, che la quantita continua sia termine del continuo non infinito, & la quantita discreta termine del discreto non infinito. ma il discreto non e grandezza, che e moltitudine.* Vna certa conuenienza] *perche sono cinque le specie delle conuenienze, ò vero proportioni, come gia s'e detto.*

IL COMMANDINO.

In quanto appartiene alla qualità] *considera, che questo non sia detto piu presto perche s'intenda la proportione che è nella quantità, & non anchor quella che è nella stima.*

IIII.

Le grandezze si dicono hauer proportione fra loro, le quali moltiplicate si possono auanzare.

SCHOLIO.

Ne numeri ogni proportione ha quantita rationale, ma nelle grandezze si troua vna certa proportione, che col numero isprimere non si può, percioche sono alcune grandezze, delle quali si conosce solamente l'eccesso, nel quale l'vna auanza l'altra, ma la quantità dell'eccesso nõ si può conoscere. Queste dunque si dicono hauer proportione, cioe dell'eccesso, ma nõ gia quella che ha il numero al numero, cioe rationale: & però nel diffinire la proportione delle grãdezze ci aggiunge. in quanto appartiene alla quantità] *cioè continua, non gia discreta, & rationale. adunque volendo piu vniuersalmente diffinire, quali siano quelle grandezze che hanno proportione fra loro. disse,* che moltiplicate si possono auanzare] *percioche questo conuiene alle rationali & irrationali, come il diametro del quadrato, quanto alle rationali ha proportione al lato, ma quanto all'eccesso ha proportione del maggiore al minore, & può il lato moltiplicandosi auanzare alla fine il diametro.*

IL COMMANDINO.

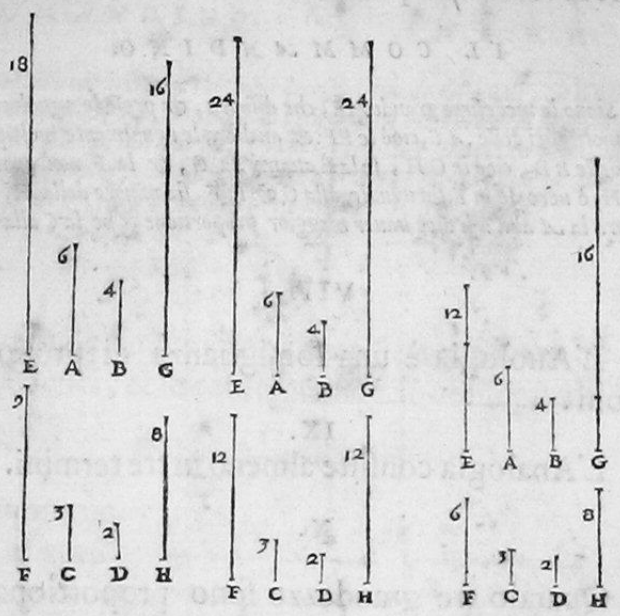
Questo mi pare esser detto, acciò che le grandezze infinite siano rimosse, (ò per dir cosi) esclu se dalle proportioni, percioche la quantità finita moltiplicandosi quantunque si voglia, non solo non auanzerà la quantità infinita, ma non l'agguaglierà gia mai.

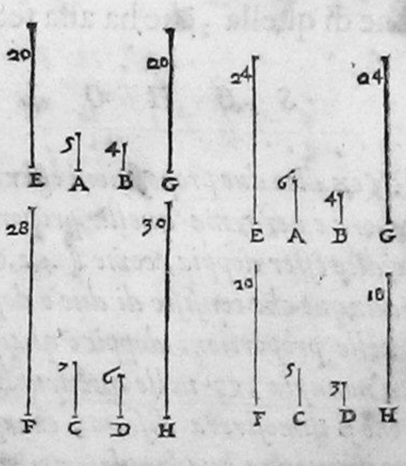
V.

Le grandezze si dicono essere nella medesima proportione, la prima alla seconda, & la terza alla quarta, quando le ugualmente moltiplici della prima, & della terza, ò uero insieme auanzano le ugualmente moltiplici della seconda, & della quarta secondo qual si uoglia moltiplicatione, ò uero insieme le pareggiano ò uero insieme sono auanzate da loro.

IL COMMANDINO.

Sia la prima grandezza A, la seconda B, la terza C, la quarta D: & piglinsi le ugualmẽte moltiplici della prima, & della terza, cio è delle A C le E F, dimodo che E sia ugualmẽte moltiplice della A & la F della C. oltre acio piglinsi delle B D cioè della seconda & della quarta, le ugualmente moltiplici G H. & se essendo la E maggiore della G ancor la F sia maggiore della H, ò uero se essendo la E uguale alla G, la F sia uguale alla H, ò uero se essendo minore, sia minore, secondo qual si uoglia moltiplicatione, allhora si dirà la A alla B hauer la medesima proportione, che la C alla D. ma bisogna intender l'eccesso, & il diffetto semplicemente, non secondo la proportione, come uolse il Campano, altramente il medesimo se dichiararia per il medesimo, che è inconueniente. proposte dunque quattro grandezze commensurabili & uolendosi disubito conoscere, se habbiano la medesima proportione, accòmodaremo le moltiplici talmente, che la moltiplice della prima sia uguale alla moltiplice della seconda, & se la moltiplice della terza sarà uguale alla moltiplice della quarta, haueremo compreso che la prima alla seconda ha la medesima proportione, che la terza alla quarta: ma se la moltiplice della terza sarà minore della moltiplice della quarta, la prima alla seconda hauerà maggior proportione, che la terza alla quarta, & se la moltiplice della terza sarà maggiore della moltiplice della quarta, hauerà la prima alla seconda minor proportione, che la terza alla quarta.



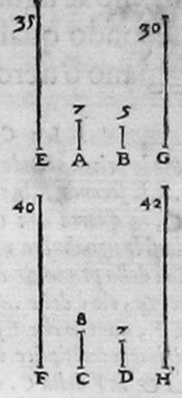


VI.

Le grandezze, che hanno la medesima proportione si chiamino proportionali.

VII.

Quando delle ugualmente moltiplici, la moltiplice della prima auanzerà la moltiplice della seconda, & la moltiplice della terza non auanzerà la moltiplice della quarta, allhora la prima alla seconda si dirà hauer maggior proportione, che la terza alla quarta.



IL COMMANDINO.

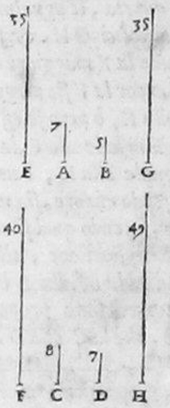
Siano le medesime grandezze, che disopra, & prese le ugualmente moltiplici delle A C, cioè le EF: & anchora le ugualmente moltiplici delle B D, cioè le G H, se la E auanzi la G, & la F non auanzi la H, ò uero se la E sia uguale alla G & la F sia minore della H, allhora la A alla B si dice hauer maggior proportione, che la C alla D.

VIII.

L'Anologia è una somiglianza di proportioni.

IX.

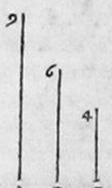
L'Analogia consiste almeno in tre termini.



X.

Quando tre grandezze sono proportionali la prima alla terza, si dirà hauer doppia proportione di quella, che ha alla seconda.

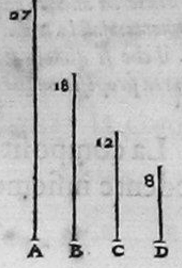
SCHOLIO.



Non dice due proportioni esser doppie di una; il che anchora e uerò, ma quella proportione che consiste di due dice esser doppia, come 8 4 2. & 9 3 1. la proportione dunque che consiste di due e doppia. & la grandezza nelle proportioni doppie e quadrupla, & nelle triple e nonupla, & nelle quadruple e sesdecupla; perciòche si dimostrera disotto, che quelle che sono doppie in longhezza, sono in potenza quadruple, & quelle che sono triple in lunghezza sono in potenza nonuple. adunque la proportione de quadrati essendo qua *drupla e doppia della proportione de lati, la quale e doppia, perche il doppio del doppio e quadruplo.*

XI.

Quando quattro grandezze ſono proportionali, la prima alla quarta ſi dirà hauer tripla proportione di quella, che ha alla ſeconda, & ſempre vna di più, ſecondo che l'Analogia procederà innanzi.



IL COMMANDINO.

La decima & vndecima diffinitione ricercano i termini neceſſariamente diſuguali, & il primo maggiore de gli altri, percioche ſe vguali, la medeſima proportione è del primo al ſecondo, & al terzo. ma ſe il primo ſia minore, non può il primo al terzo hauer doppia proportione di quella che ha al ſecondo propriamente, conciosiacoſa, che il primo al ſecondo habbia maggior proportione. che non ha al terzo, per l'ottaua del preſente libro.

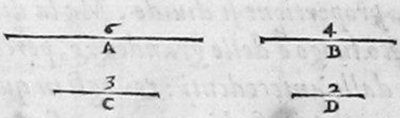
hic totadmodo erravit Comand. Caeteru- bique doctissi- me disseruerit

XII.

Homologhe, ò vero de ſimil ragione ſono le grandezze antecedenti alle antecedenti, & le conſeguenti alle conſeguenti.

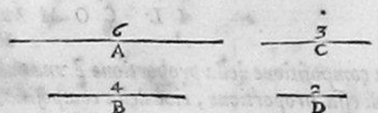
XIII.

La proportione permutata è quando ſi piglia l'antedente all'antecedente & la cõſeguente alla cõſeguẽte.



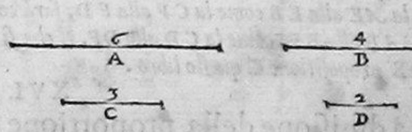
IL COMMANDINO.

Sia la A alla B, come la C alla D. sarà permutandoſi la A alla C, come la B alla D, percioche queſto ſi dimoſtrerà eſſer coſi, nella ſeſtadecima propoſitione del preſente libro.



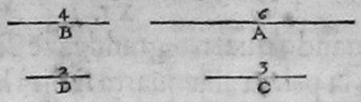
XIIII.

La proportione conuerſa è quando ſi piglia la conſeguente come l'antecedente all'antecedente come alla conſeguente.



IL COMMANDINO.

Sia la A alla B, come la C alla D. sarà conuertendosi la B alla A, come la D alla C. il che si dimostra nel corollario della quarta propositione di questo.



XV.

La compositione della proportione è quando si piglia l'antecedente insieme con la conseguente come vna, alla conseguēte.

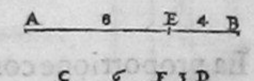
SCHOLIO.

Li moderni hanno posta questa proportione, percioche la compositione delle grandezze non e la medesima che la compositione delle proportioni, & in questo luogo l'antecedente & conseguente prese insieme fanno tutta la grandezza, che e composta delle due grandezze, & questa e la compositione delle grandezze, perche la compositione delle proportioni fa vn'altra proportione, come egli dirà di sotto.

La proportione si dice esser composta delle proportioni, quando le quantita delle proportioni moltiplicate fra loro fanno vn'altra proportione. ma egli come si legge ne i libri antichi questa compositione chiama componendosi, conciosiacosa che nelle rationali non dica altramente, che componendosi: & similmente la diuisione, percioche vna proportione si diuide. Ma la diuisione, della quale si ragiona in questo luogo è delle grandezze, perche l'eccesso delle antecedenti si taglia dalle antecedenti: & egli in questo anchora dice diuidendosi: & cosi quella che si chiama conuersione della proportione, egli chiama conuertendosi, perche si riuolge alle antecedenti.

IL COMMANDINO.

La compositione della proportione è vna proportione, che nasce dalla compositione de i termini di essa proportione, cioè della compositione dell'antecedente con il conseguente, quando si fa comparatione del tutto al conseguente, anchor che impropriamente dalli moderni questa sia chiamata compositione della proportione, percioche la compositione della proportione è molto differente da questa, come si nota nel precedente scholio.

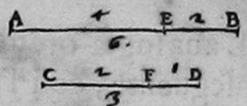


Sia la AE alla E B come la C F alla F D, sarà componendosi la A B alla B E, come la C D alla DF. Il che si dimostra nella 18 propositione di questo libro.

XVI.

La diuisione della proportione è quando si piglia l'eccesso, nel quale l'antecedente auanza la cōseguēte, ad essa cōseguēte.

IL COMMANDINO.

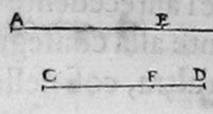


Sia la A B alla B E, come la C D alla D F, ſarà diuidendoſi la A E alla E B, come la C F alla F D. il che ſi dimoſtrerà nella 17 di queſto libro.

XVII.

La conuerſione della proportione, è quando ſi piglia l'antecedente all'eccesso, nel quale l'antecedente auanza la conſeguente.

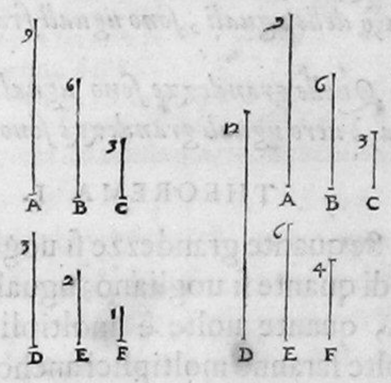
IL COMMANDINO.



Sia la AB alla BE come la CD alla DF, ſarà per la cõuerſione della proportione la B A alla AE, come la D C alla C F. il che ſi dimoſtrerà nel corollario della 19 di queſto libro.

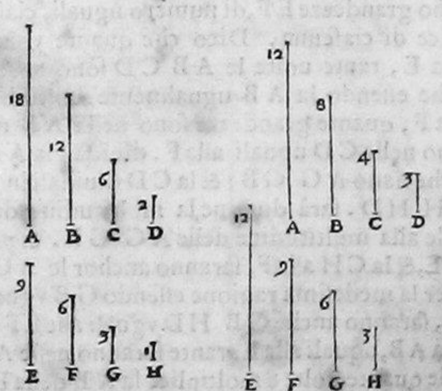
XVIII.

La vgual proportione è quando ſiano piu grandezze, & altre grandezze di numero vguali à quelle, che ſi piglino à due à due, & nella medeſima proportione: & come nelle prime grandezze la prima all'vltima, coſi nelle ſeconde grandezze la prima ſia all'vltima. ò uero altramente, quando ſi piglino le grandezze eſtreme leuandone quelle, che ſono in mezo.



IL COMMANDINO.

Queſto ſi fa nell'analogia ordinata, & nella perturbata, nella ordinata in queſto modo. Siano tre grandezze A B C & ſiano altre grandezze di numero vguali à quelle D E F, & ſia come la A alla B, coſi la D alla E; & come la B alla C. coſi la E alla F. ſarà per l'vgual proportione come la A alla C, coſi la D alla F. il che ſi dimoſtrerà nella 22 del preſente libro. Nella perturbata in queſto modo. ſiano ſimilmente tre grandezze ABC; & ſiano tre altre D E F, & come la A alla B, coſi la E alla F, & come la B alla C, coſi la D alla E. ſarà per l'vgual proportione come l'A alla C, coſi la D alla F. il che ſi dimoſtrerà nella 23 del preſente. Il medeſimo ſeguirà anchor che ſiano più grandezze di tre, per cioche ſiano quattro ABCD & ſiano altre grãdezze di numero vguali à quelle EFGH, & nella analogia ordinata, ſia come la A alla B, coſi la E alla F, & come la B alla C, coſi la F alla G, & come la C alla D, coſi la G alla H. ſarà per l'vgual proportione come la A alla D, coſi la E alla H. Et nella perturbata ſia come la A alla B, coſi la F alla G,



& come la B alla C, così la G alla H, & come la C alla D, così la E alla F; sarà per l'vgual proportione come la A alla D, così la E alla H, & il simile auuiene nelle altre grãdezze, quãte elle si siano.

XIX.

L'analogia ordinata è quando sia come l'antecedente alla conseguente, così l'antecedente alla conseguente, & come la conseguente ad un'altra, così la conseguente ad un'altra.

XX.

L'analogia perturbata è quando siano tre grandezze & siano altre grandezze di numero uguali, & come nelle prime grandezze l'antecedente alla conseguente, così nelle seconde l'antecedente alla conseguente, & come nelle prime la conseguente ad un'altra, così nelle seconde un'altra all'antecedente.

IL COMMANDINO.

Gli essempi di queste sono posti di sopra. ma oltre alle diffinitioni sono certe communi notitie, che si accettano in questo libro, cioè.

COMMVNI NOTITIE.

I.

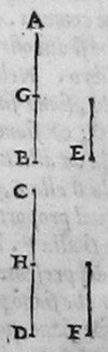
Quelle grandezze, che sono ugualmente moltiplici di una medesima, ò delle uguali, sono uguali fra loro.

II.

Quelle grandezze sono uguali fra loro, delle quali ò una medesima, ò uero uguali grandezze sono ugualmente moltiplici.

THEOREMA I. PROPOSITIONE I.

Se quante grandezze si uogliano siano ugualmente moltiplici di quante si uogliano, uguali di numero, ciascuna di ciascuna, quante uolte è moltiplice una grandezza di vna, tante volte saranno moltiplici anchor tutte di tutte.

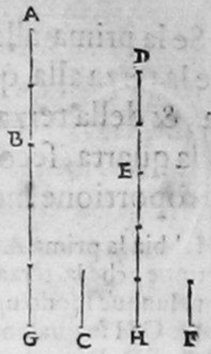


Siano quante grandezze si uogliano A B C D di quante si uogliano grandezze E F, di numero uguali, ciascuna ugualmente moltiplice di ciascuna. Dico che quante volte la A B è moltiplice della E, tante uolte le A B C D sono moltiplici delle E F. percioche essendo la A B ugualmente moltiplice della E, & la C D della F, quante grandezze sono nella A B uguali alla E, tante saranno nella C D uguali alla F. diuidasi la A B in parte uguali alla E, che siano A G G B; & la C D diuidasi in parti uguali alla F, cioè C H H D. sarà dunque la moltitudine delle parti C H H D vguale alla multitudine delle A G G B. & perche la A G è vguale alla E, & la C H alla F, saranno anchor le A G C H uguali alle E F. & per la medesima ragione essendo G B vguale alla E, & la H D alla F, saranno anche G B H D vguali alle E F. quante dunque sono nella A B, uguali alla E, tante saranno nelle A B C D vguali alle E F. onde quante uolte è moltiplice la A B della E, tante volte saranno moltiplici le A B C D delle E F. se dunque quante grandezze si vogliano siano ugualmente moltiplici di quante si vogliano, vguali di numero, ciascuna di ciascuna, quante volte è moltiplice vna grandezza di vna, tante volte saranno moltiplitiplici anchor tutte di tutte. il che bisognaua dimostrare.

THEOREMA II. PROPOSITIONE II.

Se la prima della seconda sia moltiplice, come la terza della quarta, & sia la quinta della seconda moltiplice, come la sesta della quarta, sarà anchor composta la prima, & la quinta della seconda moltiplice, come la terza, & la sesta della quarta.

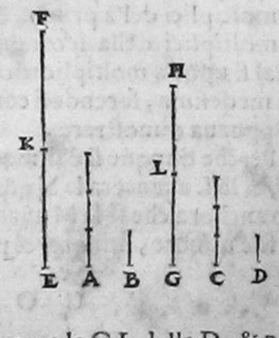
Sia la prima A B della seconda C moltiplice, come la terza D E della quarta F: & sia la quinta B G della seconda C moltiplice, come la sesta E H della quarta F. Dico anche composta la prima, & la quinta A G esser moltiplice della seconda C, come la terza & la sesta D H della quarta F. perche essendo la A B moltiplice della C, come la D E della F, quante grandezze sono nella AB uguali alla C, tante sarãno etiandio nella D E vguali alla F. & per la medesima ragione quante sono nella B G vguali al la C, tante saranno nella E H vguali alla F. quante dunque sono in tutta la A G vguali alla C, tante saranno in tutta la D H vguali alla F. onde quante uolte è moltiplice la A G della C, tante volte sarà la D H moltiplice della F, & perciò composta la prima, & la quinta A G della seconda C, sarà moltiplice, come la terza & la sesta D H della quarta F. adunque se la prima della seconda sia moltiplice, come la terza della quarta, & la quinta della seconda sia moltiplice, come la sesta della quarta, sarà anche composta la prima & la quinta moltiplice della seconda, come la terza & la sesta della quarta. il che bisognaua dimostrare.



THEOREMA III. PROPOSITIONE III.

Se la prima sia moltiplice della seconda, come la terza della quarta, & si piglino le vgualmente moltiplici della prima & del la terza, sara anchora per la ugual proportione, l'una & l'altra delle grandezze prese ugualmente moltiplici dell'una & dell'altra, cioè l'una della seconda & l'altra della quarta.

Sia la prima A della seconda B moltiplice, come la terza C della quarta D, & piglinsi le E F G H, vgualmente moltiplici delle A C. Dico che la E F è moltiplice della B, come la G H della D. percioche essendo la E F moltiplice della A, come la G H della C, quante grandezze sono nella E F vguali alla A, tante saranno anche nella G H vguali alla C. diuidasi la E F in grandezze vguali alla A, cioè E K K F. & la G H diuidasi in grandezze vguali alla C, cioè G L L H. sarà dunque la moltitudine delle E K K F uguale alla moltitudine delle G L L H. & perche la A è moltiplice della B, come la G della D, & la E K è vguale alla A, & la G L alla C, sarà la E K moltiplice della B, come la G L della D. & per la medesima ragione la KF sarà moltiplice della B, come la L H della D. perche



dunque la prima EK della seconda B è moltiplice, come la terza GL della quarta D, & la quinta KF della seconda B è moltiplice, come la sesta LH della quarta D, sarà anche composta la prima, & la quinta EF, della seconda B, moltiplice, come la terza & la sesta GH della quarta D. se dunque la prima sia moltiplice della seconda, come la terza della quarta, & si piglino le vgualmente moltiplici della prima & della terza, sarà anchora per la vgual proportione l'una & l'altra delle grandezze prese vgualmente moltiplice dell'una, & dell'altra: cioè l'una della seconda, & l'altra della quarta. il che bisognaua dimostrare,

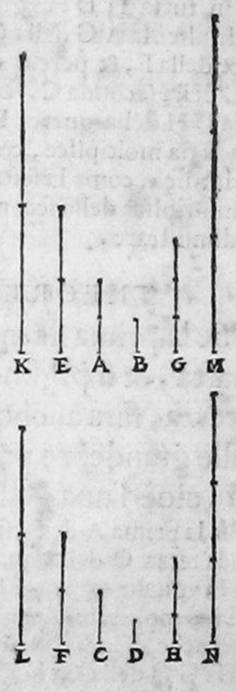
per l'antecedente.

THEOREMA IIII. PROPOSITIONE IIII.

Se la prima alla seconda habbia la medesima proportione, che la terza alla quarta, & le ugualmente moltiplici della prima, & della terza, alle ugualmente moltiplici della seconda & della quarta, secondo qual si uoglia moltiplicatione, haueranno la proportione medesima, facendosi comparatione fra loro.

Habbia la prima A alla seconda B, la medesima proportione, che la terza C alla quarta D, & piglinsi E F in qualunque modo ugualmente moltiplici delle A C, & altre G H in qualunque modo vgualmente moltiplici delle BD. Dico che la E alla G è come la F alla H. piglinsi anchora le K L vgualmente moltiplici delle E F & le M N ugualmente moltipilci delle G H. perche dunque la E è moltiplice della A, come la F del la C, & si pigliano le K L ugualmente moltiplici delle E F, sarà la K moltiplice della A, come la L della C. per la medesima ragione la M sarà moltiplice della B, come la N della D. & perche come la A alla B, così è la C alla D; & si sono prese le K L ugualmente moltiplici delle A C, & altre M N in qualunque modo ugualmente moltiplici delle B D: se la K auanza la M, & la L auanzerà la N, & se è uguale, sarà vguale, & se minore, minore. & sono le K L ugualmente moltiplici delle EF, & le M N in qualunque modo vgualmente moltiplici delle G H. come dunque la E alla G, così sarà la F alla H. la onde se la prima alla seconda habbia la medesima proportione che la terza alla quarta, & le ugualmente moltiplici della prima, & della terza, alle vgualmente moltiplici della seconda & della quarta, secondo qual si uoglia moltiplicatione, haueranno la proportione medesima, facendosi comparatione fra loro. il che bisognaua dimostrare.

per l'antecedente.



Perche dunque si è dimostrato, che se la K auanza la M, & la L auanzera la N; & se è uguale, uguale; & se minore, minore: è manifesto anchora che se la M auanza la K, & la N auanzerà la L, & se è uguale, uguale, & se è minore, minore, & però come la G alla E, così la H alla F.

COROLLARIO.

Da questo si fa chiaro, che se quattro grandezze siano pro-

portio-

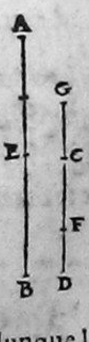
portionali, saranno anche per il contrario cioè conuertendosi proportionali.

SCHOLIO.

Questo theorema appartiene alla dimostratione della diffinitione di quelle grandezze, che sono nella medesima proportione, come è quando le vgualmente moltiplici della prima, & della terza, cioè delle antecedenti, ò uero auazano insieme le vgualmente moltiplici della seconda, & della quarta, cioè delle conseguenti, ò uero insieme le pareggiano, ò insieme sono auanzate da loro. percioche qui dimostra anchor quelle hauer la medesima proportione. il che tacque nel principio: conciosiacosa, che non si potesse dire quelle hauer la medesima proportione, delle quali le moltiplici hanno la medesima proportione, ricercando noi quali siano quelle, che habbiano la medesima proportione. adunque hauendo egli detto nel principio quelle ò uero insieme auanzare, ò insieme appareggiare, ò insieme essere auanzate, qui dimostra anchora essere nella medesima proportione; facendosi comparatione fra loro, accioche appaia la diffinitione di quelle, che sono nella medesima proportione, cioè quando le vgualmente moltiplici della prima, & della terza, alle vgualmente moltiplici della seconda, & della quarta, habbiano la medesima proportione. & dimostra quelle essere nella medesma proportione, per questo, & per la conuersione.

THEOREMA V. PROPOSITIONE V.

Se vna grandezza sia moltiplice di un'altra grandezza, come la parte tratta dall'una della parte, parte tratta dall'altra, sarà la rimanente moltiplice della rimanente, come tutta di tutta.



Sia la grandezza A B moltiplice della grandezza C D, come la parte tratta A E, della parte tratta C F. Dico la rimanente anchora E B, della rimanente F D esser moltiplice, come tutta la A B di tutta la C D. percioche quante uolte la A E è moltiplice della C F, tante volte si faccia la E B moltiplice della C G. & perche la A E è moltiplice della C F, come la E B della C G, sarà la A E vgualmente moltiplice della C F, & la A B della G F. & si pone la A E vgualmente moltiplice della C F, & la A B della C D. adunque la A B è vgualmente moltiplice dell'una & dell'altra G F G D; & perciò la G F è vguale alla C D. traggasi la C F commune. la rimanente dunque G C è vguale alla rimanente D F. onde essendo la A E vgualmente moltiplice della C F, & la E B della C G, & la C G vguale alla D F, sarà la A E vgualmente moltiplice della C F, & la E B della F D, & si pone la A E vgualmente moltiplice della C F, & la A B della C D. adunque la

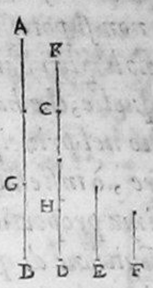
1. di questo.

1. com. not.

E B è vgualmente moltiplice della F D, & la A B della C D. la rimanente dunque E B è moltiplice della rimanẽte FD, come tutta la AB di tutta la CD. onde se una grandezza sia moltiplice di un'altra grandezza, come la parte tratta dall'una della parte tratta dall'altra, sarà la rimanente moltiplice della rimanente, come tutta di tutta. il che bisognaua dimostrare.

THEOREMA VI. PROPOSITIONE VI.

Se due grandezze siano vgualmente moltiplici di due altre grandezze, & siano tratte da loro parti vgualmente moltiplici delle medesime, saranno le rimanenti ò vguali alle medesime, ò vgualmente moltiplici di esse.



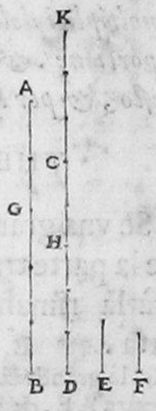
Siano due grandezze A B C D vgualmente moltiplici di due grandezze E F, & le A G C H tratte da esse siano vgualmente moltiplici delle medesime. Dico che le rimanenti G B H D ò sono vguali ad esse E F ò vgualmente moltiplici. sia primieramente la G B vguale alla E. Dico che la H D è vguale alla F, pongasi la C K vguale alla F. & perche la A G è vgualmente moltiplice della E, & la C H della F, & è la G B vguale alla E, & la C K vguale alla F,

1. di questo.

sarà la A B vgualmente moltiplice della E, & la K H della F. ma si pone la A B ugualmente moltiplice della E, & la C D della F. onde la K H è vgualmente moltiplice della F, & la C D della F. perche dunque ciascuna di esse K H C D è vgualmente moltiplice della F, sarà la K H vguale alla C D.

1. com. not.

traggasi la C H commune. adunque la rimanente K C è vguale alla rimanente H D. ma la K C è vguale alla F. onde etiandio la H D è vguale alla F, & perciò la GB sarà vguale alla E, & la H D alla F. dimostreremo similmente, che se la G B è moltiplice della E, anchora la H D essere vgualmente moltiplice della F. adunque se due grandezze siano vgualmente moltiplici di due altre grandezze, & siano tratte da loro parti vgualmente moltiplici delle medesime, saranno le rimanenti ò vguali alle medesime, ò vgualmente moltiplici di esse. il che bisognaua dimostrare.



S C H O L I O.

Non è proposto di dimostrare se dal moltiplice sia tratto il moltiplice, il rimanente ò essere vguale ò moltiplice, perciò che questo è manifesto. ma essendo due grandezze à rispetto di due altre, come s'è detto, se la rimanente è moltiplice della prima, anchora la rimanente essere moltiplice dell'altra. & se è vguale essere vguale, come se essendo quadrupla, ne sia tratta la tripla, sara la rimanente vguale, & cosi nelle altra al medesimo modo.

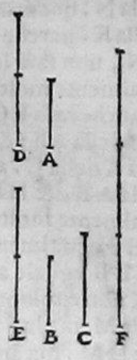
THEOREMA VII. PROPOSITIONE VII.

Le grandezze vguali alla medesima hanno la medesima pro-

portio-

portione, & la medesima alle vguali.

Siano grandezze vguali A B, & un'altra qual si uoglia gran
dezza C. Dico che ciascuna di esse A B ha la medesima
proportione alla C, & la C parimente à ciascuna di esse A B
ha la medesima proportione. piglinsi le DE vgualmente mol
tiplici delle A B, & vn'altra F, come si uoglia moltiplice del
la C. perche dunque la D è vgualmente moltiplice della A, &
la E della B; & è la A vguale alla B: sarà etiandio la D vguale
alla E, & è un'altra come si voglia moltiplice la F. se dunque 1.com.not.
la D auanza la F, & la E auanzerà essa F, & se è vguale, sarà
vguale, & se minore, minore. & le D E sono vgualmente mol 5.diff.
tiplici delle A B, & l'altra F come si voglia moltiplice della C.
sarà dunque come la A alla C, cosi la B alla C. Dico oltre à ciò
la C hauer la medesima proportione all'una & l'altra di esse
A B. percioche facendosi le medesime cose, dimostreremo
similmente la D essere vguale alla E, & vn'altra esser la F.
onde se la F auanza la D, auanzerà anchora la E, & se è vgua
le, vguale; & se è minore, minore. & la F è moltiplice della C, & altre D E in
qual modo si uoglia vgualmente moltiplici delle AB. adunque come la C alla A,
cosi sarà la C alla B. onde le vguali alla medesima hanno la medesima proportio 5.diff.
ne, & la medesima alle vguali. il che bisognaua dimostrare.



IL COMMANDINO.

Similmente dimostreremo etiandio le vguali grandezze al
le vguali hauer la medesima proportione.

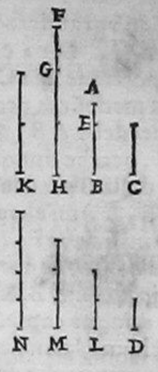
*Siano grandezze vguali A B, & siano altre grandezze fra loro vgua
li C D. Dico che la A ha la medesima proportione alla C; che la B alla
D. piglinsi le E F vgualmente moltiplici delle AB, & altre G H in qual
si uoglia modo vgualmente moltiplici delle C D. perche dunque la E è v-
gualmente moltiplice della A, & la F della B, & è la A vguale alla
B; sarà anchor la E vguale alla F. oltre à cio perche la G è vgualmen-
te moltiplice della C, & la H della D, & è la C vguale alla D; sarà etian
dio la G vguale alla H. onde se la E auanza la G, & la F auanzera la* 1.com·not.
*H, & se è vguale, vguale; & se è minore, minore. adunque la A al-
la C hà la medesima proportione, che la B alla D. il che bisognaua di-
mostrare.* 5.diff.

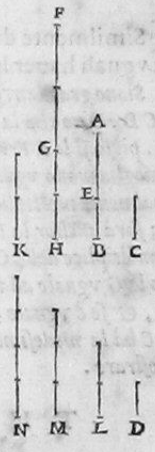
THEOREMA VIII.
PROPOSITIONE VIII.

Delle grandezze disuguali, la maggiore alla medesima, ha maggior proportione, che la minore: & la medesima alla minore ha maggior proportione, che alla maggiore.

Siano A B C grandezze disuguali; & sia la A B maggiore, & un'altra D sia
comunque si uoglia. Dico che la A B ha maggior proportione alla D, che la C
alla D: & la D ha maggiore proportione alla C, che alla A B. percioche essendo
la A B maggiore della C, pongasi la B E uguale alla C. onde la minore di esse
A E E B moltiplicata sarà alla fine maggiore della D. sia prima la A E minore 4.diff.
della E B: & moltiplichisi la A E fin tanto che si faccia maggiore della D, & sia la
F G moltiplice della A E, la quale sia maggior della D: & quante uolte la F G è
moltiplice della A E, tante uolte si faccia moltiplice la C H della E B, & la K del

la C; & piglisi la L doppia della D, & la M tripla, & sem pre vna più, sin che quella che si piglia, sia fatta moltiplice della D, & primieramente maggiore della K. piglisi, & sia la N, quadrupla della D, & primieramente maggiore della K. perche dunque la K è primieramente minore del la N, non sarà la K minore della M; & essendo la F G vgualmente moltiplice della A E, & la G H della E B, sa-
1. di questo. rà anchora la F G vgualmente moltiplice della A E, & la F H della AB; & la FG vgualmente moltiplice della A E, & la K della C. adunque la F H è vgualmente moltiplice della A B, & la K della C; & perciò le F H K saranno vgualmente moltiplici delle A B C. oltre à ciò perche la G H è vgualmente moltiplice della E B, & la K della C, &
1. com. not. è la E B vguale alla C, sarà anche la G H vguale alla K. ma la K non è minore della M. adunque la G H non è minore della M. ma la F G è maggiore della D. onde tutta la F H sarà maggiore di amen due D M. ma amendue D M sono vguali alla N; percioche la M è tripla della D, & amendue M D sono quadruple della D, & la N è quadrupla della D. adunque amendue M D sono vguali alla N. ma la F H è maggiore della M D. onde la F H auanza la N, ma la K non auanza la N; & sono F H K ugualmente moltiplici delle A B C; & un'altra N comunque si uoglia moltiplice della D. adunque
* la A B ha maggior proportione alla D, che la C alla D. Dico anchora la D alla C hauer maggior proportione, che la D alla A B. percioche facendosi le medesime cose similmente dimostreremo la N auanzare la K, & non auanzare la F H. & è la N moltiplice della D, & le F H K altre in qualunque modo vgualmente moltiplici delle A B C. adunque la D ha maggior proportione alla C, che la D alla A B. Ma sia la A E maggiore della E B. sarà la minore E B moltiplicata alla fine maggiore della D. moltiplichisi, & sia la G H moltiplice della E B, & maggiore della D. & quante uolte la G H è moltiplice della E B, tante uolte facciasi la F G motiplice della A E, & la K della C. dimostreremo similmente le F H K essere ugualmente moltiplici delle A B C. piglisi poi la N moltiplice della D, & primieramente maggiore della F G. adunque la F G non è minore della M: & è la F G maggiore della D. onde tutta la F H auanza la D M, cioè la N, & la K non auanza la N, perche la F G essendo maggiore della GH, cioè della K, non auanza la N. & similmente finiremo la dimostratione come disopra. adunque delle grandezze disuguali la maggiore alla medesima ha maggior proportione, che la minore: & la medesima alla minore, ha maggior proportione, che alla maggiore. il che bisognaua dimostrare.





SCHOLIO.

* Adunque la A B ha maggior proportione alla D, che la C alla D] *quattro sono le grandezze, la prima A B, la seconda D, la terza C, & la quarta D. percioche la D si piglia due volte, & come seconda, & come quarta; & è la FH moltiplice della prima AB, & la N moltiplice della seconda D, & la K moltiplice della terza C. è dunque la F H maggiore del la N, che è moltiplice della seconda D: & la K moltiplice della terza C, è minore della N, che è moltiplice della quarta D. onde perche la moltiplice della prima è maggiore della moltiplice della seconda, & la moltiplice della terza, non è maggiore della moltiplice della quarta,*

hara

harà la A B alla D maggior proportione, che la C alla medesima D, per quella diffinitione, che dice, quando delle vgualmente moltiplici la moltiplice della prima, auanza la moltiplice della seconda, & la moltiplice della terza non auanza la moltiplice della quarta, allhora si dirà che la prima alla seconda ha maggior proportione, che la terza alla quarta.

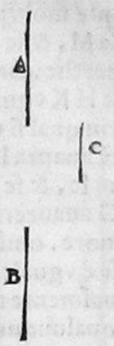
THEOREMA IX. PROPOSITIONE IX.

Quelle grandezze che alla medesima hanno la medesima proportione, sono vguali fra loro; & quelle, alle quale la medesima ha la medesima proportione, sono anchora fra loro vguali.

Habbia ciascuna di esse A B la medesima proportione alla C. Dico che la A è vguale alla B. perche se non fosse vguale, non hauerebbe ciascuna di esse A B la medesima proportione alla C. ma ha la medesima. adunque la A è vguale alla B. habbia oltre à ciò la C la medesima proportione à ciascuna di esse A B. Dico che la A è vguale alla B. & se non è così, la C non harà la medesima proportione à ciascuna di esse A B. ma ha la medesima. adunque la A necessariamente è vguale alla B. onde quelle grandezze, che alla medesima hanno la medesima proportione, sono fra loro vguali: & quelle alle quali la medesima ha la medesima proportione, sono anchora fra loro vguali. il che bisognaua dimostrare.

per l'antecedente.

per l'antecedente.



THEOREMA X. PROPOSITIONE X.

Delle grandezze che hanno proportione alla medesima, quella che hà maggior proportione, è maggiore; & quella alla quale, la medesima ha maggior proportione, è minore.

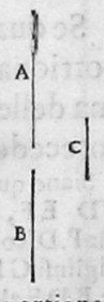
Habbia la A alla C maggior proportione che la B alla C. Dico che la A è maggiore della B. percioche se non è maggiore, ò vero è vguale, ò minore. ma non è vguale la A alla B, percioche ciascuna di esse A B hauerebbe la medesima proportione alla C. ma non ha la medesima. adunque la A non è vguale alla B. ma ne anche la A è minore della B, perche la A hauerebbe minor proportione alla C che la B. ma nō l'ha minore. onde la A non è minore della B. & si è dimostrato che non è anche vguale. adunque sarà la A maggiore della B. oltre à ciò habbia la C maggior proportione alla B, che la C alla A. Dico che la B è minore della A. & se non è minore, ò vero è vguale, ò maggiore. ma la B non è vguale alla A. perche la C hauerebbe la medesima proportione à ciascuna di esse A B, il che non hà. adunque la A non è vguale alla B. ma ne anche la B è maggiore della A, che la C hauerebbe minor proportione alla B, che alla A. il che non hà. non è dunque la B maggiore della A. & si è dimostrato che non è anche vguale. & però la B sarà minore della A. adunque delle grandezze che hanno proportione alla medesima, quella che hà maggior proportione è maggiore, & quella alla quale la medesima ha maggior proportione è minore. il che bisognaua dimostrare.

7. di questo.

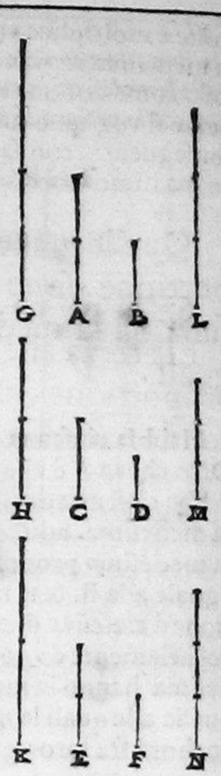
8. di questo.

7. di questo.

8. di questo.



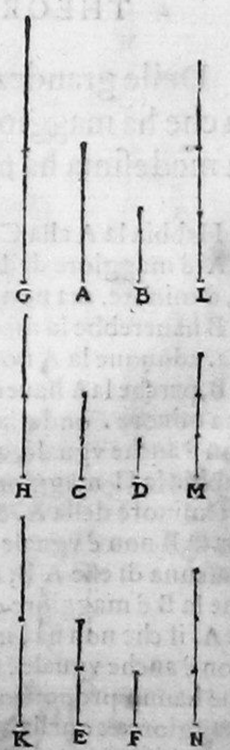
THEOREMA XI. PROPOSITIO. XI.



Quelle proportioni che sono le medesime ad vna medesima, sono anchora le medesime fra loro.

Sia come la A alla B, cosi la C alla D: & come la C alla D, cosi la E alla F. Dico come la A alla B, cosi essere la E alla F. piglinsi le GHK vgualmente moltiplici delle ACE & delle BDF piglinsi altre in qual si modo vgualmēte moltiplici LMN. perche dunque come la A alla B, cosi è la C alla D, & si sono prese le GH vgualmente moltiplici delle AC, & delle BD altre in qualunque modo vgualmente moltiplici LM; se la G auanza la L, & la H auanzerà la M, & se è vguale, sarà vguale, & se minore, minore. (conuersa della 5. diff.) & perche come la C alla D; cosi è la E alla F, & si sono prese le HK vgualmente moltiplici delle CE, & delle DF altre in qual si uoglia modo vgualmente moltiplici MN; se la H auanza la M, & la K auanzerà la N, & se è vguale, sarà vguale, & se minore, minore. ma se la H auanza la M, & la G auanzerà la L, & se è vguale, vguale, & se minore, minore. onde se la G auanza la L, & la K auanzerà la N, & se è vguale, vguale, & se minore, minore. & sono le GK vgualmente moltiplici delle AE, & le LN delle BF altre in qualunque modo vgualmente moltiplici. (5. diff.) adunque come la A alla B, cosi sarà la E alla F, & perciò quelle proportioni che sono le medesime ad vna medesima, sono anchora le medesime fra loro. il che bisognaua dimostrare.

THEOREMA XII. PROPOSITIO. XII.



Se quante grandezze si vogliano siano proportionali, come vna delle antecedenti è ad vna delle conseguenti, cosi saranno tutte le antecedenti, à tutte le conseguenti.

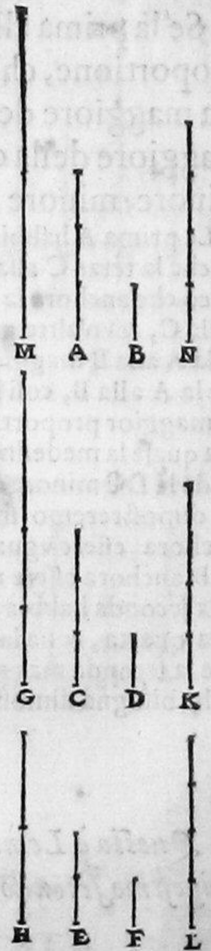
Siano quante grandezze si uogliano proportionali AB CD EF, & come la A alla B, cosi sia la C alla D, & la E alla F. Dico come la A alla B, cosi essere le ACE alle BDF, piglinsi GHK vgualmente moltiplici delle ACE, & delle BDF altre in qualunque modo ugualmente moltiplici LMN. perche dunque come la A alla B, cosi è la C alla D, & la E alla F, & si sono prese le GHK vgualmente moltiplici delle ACE, & delle BDF altre in qualunque modo vgualmente moltiplici LMN, se la G auanza la L, (Conuersa della 5. diff.) & la H auanzerà la M, & la K la N, & se è vguale sarà vguale, & se minore, minore. onde se la G auanza la L, & le GHK auanzeranno le LMN, & se è vguale saranno uguali, & se minore, minori; & sono le G & GHK vgualmente moltiplici delle A, & ACE, (1. di questo.) perche se siano quante si vogliano grandezze, di quante si vogliano grandezze di numero vguali, ciascuna vgualmente moltiplice ciascuna, quante

volte

volte è moltiplice vna grandezza di una, tante uolte saranno tutte di tutte. & per la medesima ragione la L, & le L M N sono vgualmente moltiplici delle B & B D F. come dunque la A alla B così sono le A C E alle B D F. onde se quante grandezze si vogliano siano proportionali, come vna delle antecedenti è ad una delle conseguenti, così saranno tutte le antecedenti à tutte le conseguenti. il che bisognaua dimostrare. 5. diff. di qste.

THEOREMA XIII. PROPOSITIONE XIII.

Se la prima alla seconda habbia la medesima proportione che la terza alla quarta, & la terza alla quarta habbia maggior proportione, che la quinta alla sesta, anchora la prima alla seconda hauerà maggior proportione, che la quinta alla sesta.



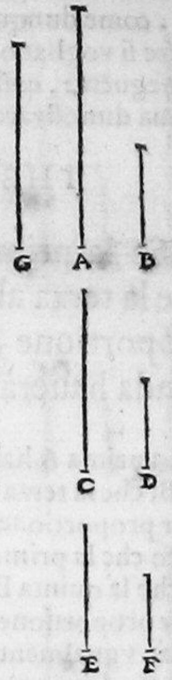
La prima A habbia la medesima proportione alla seconda B, che la terza C alla quarta D, & la terza C habbia maggior proportione alla quarta D, che la quinta E alla sesta F. Dico che la prima A ha maggior proportione alla seconda B, che la quinta E alla sesta F. percioche hauendo la C maggior proportione alla D, che la E alla F, sono alcune grandezze vgualmente moltiplici delle C E, & altre in qualunque modo vgualmente moltiplici delle D F, & la moltiplice della C auanza la moltiplice della D, & la moltiplice della E non auanza la moltiplice della F. conuersa delle 7. diff. 8. di questo. piglinsi & siano G H vgualmente moltiplice delle C E, & delle D F altre in qualunque modo ugualmente moltiplici K L, di modo che la G auanzi la K, ma la H non auanzi la L. & quante uolte la G è moltiplice della C, tante uolte la M sia moltiplice della A; & quante volte la K è moltiplice della D, tante volte sia moltiplice la N della B. & perche come la A alla B, così è la C alla D, & si sono prese delle A C le M G vgualmente moltiplici, & delle B D altre in qualunque modo vgualmente moltiplici N K, se la M auanza la N, & la G auanzerà la K, & se è vguale, sarà vguale; & se minore, minore. conuersa della 5. diff. ma la G auanza la K. adunque la M auanzerà la N. ma la H non auanza la L, & sono le M H vgualmēte moltiplici delle A E, & le N L delle B F, altre in qualunque modo vgualmēte moltiplici. onde la A hauerà maggior proportione alla B, che la E alla F. 7. diff. se dunque la prima alla seconda habbia la medesima proportione, che la terza alla quarta, & la terza alla quarta habbia maggior proportione che la quinta alla sesta: & la prima alla seconda hauerà maggior proportione, che la quinta alla sesta. il che bisognaua dimostrare.

IL COMMANDINO.

Nel medesimo modo si dimostrerà se la prima alla seconda habbia la medesima proportione, che la terza alla quarta, & la terza alla quarta habbia proportione minore, che la quinta alla sesta, etiandio la prima alla seconda hauere minor proportione che la quinta alla sesta.

Ma se la prima alla seconda habbia maggior proportione, che la terza alla quarta, & la terza alla quarta habbia proportione maggiore, che se la quinta al la sesta, la prima anchora alla seconda hauerà maggior proportione, che la quinta alla sesta.

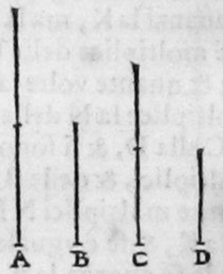
Habbia la A alla B proportione maggiore, che la C alla D. & la C alla D habbia maggiore che la E alla F. Dico la A hauer maggior proportione alla B, che la E alla F. facciasi come la C alla D, così la G alla B. sa-
8. di questo. *rà la G minore della A. & perche la G alla E ha la medesima proportione, che la C alla D. & la C ha maggior proportione alla D, che la E alla F: hauerà anche la G alla B maggior proportione che la E alla F. onde la A harà molto maggior proportione alla B, che la E alla F. Dimostreremo parimente che se la prima alla seconda habbia minor proportione, che la terza alla quarta, & la terza alla quarta habbia minore che la quinta alla sesta, la prima hauerà minor proportione alla seconda, che la quinta alla sesta.*



THEOREMA XIIII. PROPOSITIO. XIIII.

Se la prima alla seconda habbia la medesima proportione, che la terza alla quarta, & sia la prima maggiore della terza, sarà anche la seconda maggiore della quarta, & se vguale, vguale, & se minore, minore.

La prima A habbia la medesima proportione alla seconda B, che la terza C alla quarta D, & sia la A maggiore della C. Dico che anchora la B sarà maggiore della D: percioche essendo la A maggiore
8. di questo, per l'antecedente. della C, & vn'altra grandezza in qualunque modo B, hauerà la A alla B maggior proportione, che la C alla B, ma come la A alla B, così la C alla D. adunque anche la C haue-
10. di questo, rà maggior proportione alla D, che la C alla B. & quella alla quale la medesima ha maggior proportione è minore. onde la D è minore della B. & perciò la B è maggiore della
A D. dimostreremo similmente se la A è vguale alla C, la B
B anchora essere vguale alla D: & se la A è minore della C, la B anchora essere minore della D. adunque se la prima alla seconda habbia la medesima proportione, che la terza alla quarta, & sia la prima maggiore della terza, sarà anche la seconda maggiore della quarta, & se vguale, vguale: & se minore, minore. il che bisogna dimostrare.



SCHOLIO.

Questo è Lemma del sesto decimo, si come il vigesimo è Lemma del vigesimo secondo, & il vigesimo primo del vigesimo terzo.

IL COMMANDINO.

A Dimostraremo similmente se la A è vguale alla C, & la B anchora essere uguale alla D] *percioche essendo la A vguale alla C, hauerà la A alla B la medesima proportio-*
11. di questo, *ne che la C alla B. ma come la A alla B, così la C alla D. adunque anchor la C alla D hauerà la*
9. di questo. *medesima proportione, che la C alla B; ma quelle alle quali la medesima ha la medesima proportione sono fra loro vguali. onde la B è uguale alla C.*

B Et se la A è minore della C & la B essere minore della D] *essendo la A minore del*

la C, hauerà la A alla B minor e proportione, che la C alla B. ma come la A alla B, così la C 8. di questo.
alla D. onde per l'antecedente la C hauerà minor proportione alla D, che la C alla B. & per-
ciò la C hauerà maggiore proportione alla B che la C alla D. adunque la B sarà minore della D. 10. di questo:

THEOREMA XV. PROPOSITIONE XV.

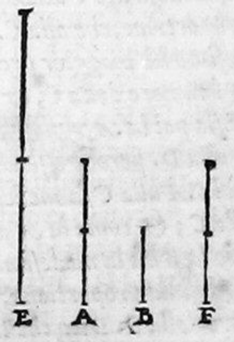
Le parti di quelle grandezze che sono moltiplici nel medesimo modo facendosi comparatione fra loro, hanno la medesima proportione.

Sia la A B vgualmente moltiplice della C, & la D E della F. Dico che come la C alla F, così è la A B alla D E. percioche essendo la A B vgualmente moltiplice della C, & la D E della F, quante grandezze sono nella A B vguali alla C, tante saranno nella D E vguali alla F, diuidasi la A B in grandezze uguali alla C, che siano A G G H H B. & la D E diuidasi in grandezze vguali alla F, cioè D K K L L E. sarà dunque la moltitudine delle A G G H H B, vguale alla moltitudine delle D K K L L E, & perche sono A G G H H B vguali; & sono D K K L L E fra loro vguali, come la A G alla D K, così sarà la G H alla K L, & la H B alla L E & sarà come vno degli antecedenti ad uno delli conseguenti; così tutti gli antecedenti à tutti li conseguenti. è dunque come la A G alla D K, così la A B alla D E. ma la A G è vguale alla C, & la D K alla F. onde come la C alla F, così sarà la A B alla D E. le parti dunque di quelle grandezze, che sono moltiplici nel medesimo modo facendosi comparatione fra loro, hanno la medesima proportione. il che bisognaua dimostrare.

* 11. di questo. et 12

IL COMMANDINO.

* Come la A G alla D K, così sarà la G H alla K L, & la H B alla L E] *per quella che noi habbiamo aggiunta alla settima di questo.*



THEOREMA XVI. PROPOSITIONE XVI.

Se quattro grandezze siano proportionali, saranno anchora permutandosi proportionali.

Siano quattro grandezze proportionali A B C D, sia come la A alla B, così la C alla D. Dico che anchora permutandosi sono proportionali, cioè che come la A alla C, così è la B alla D. piglinsi le E F vgualmente moltiplici delle A B, & delle C D, altre in qualunque modo vgualmente moltiplici G H. perche dunque la E è vgualmente moltiplice della A, & la F della B, & le parti delle grandezze che sono moltiplici nel medesimo modo facendosi comparatione fra loro, hanno la medesima proportione; sarà come la A alla B, così la E alla F: ma come la A alla B, così è la C alla D. adunque come la C alla D, così è la E alla F. & perche le G H sono vgualmente moltiplici delle C D, & le parti delle grandezze che sono moltiplici nel medesimo mo-

per l'antecedente.

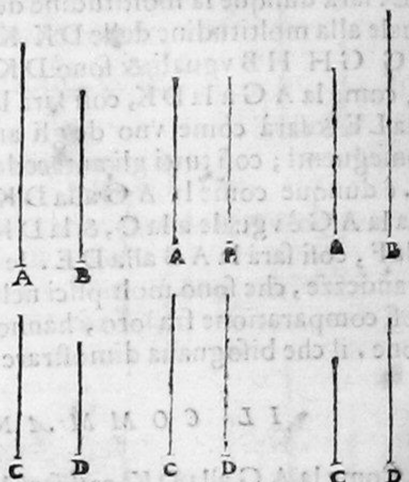
do

facendosi comparatione fra loro, hanno la medesima proportione; sarà come la C alla D, cosi la G alla H. ma come la C alla D, cosi la E alla F. adunque come la E alla F, cosi è la G alla H. ma se quattro grandezze siano proportionali; & la prima sia maggiore della terza, sarà anche la seconda maggiore della quarta, & se vguale, vguale; & se minore, minore. se dunque la E auanza la G, & la F auanzerà la H, & se vguale, vguale, & se minore, minore. & sono le E F vgualmente moltiplici delle A B, & le G H, altre in qualunque modo vgualmente moltiplici delle C D. onde come la A alla C, cosi sarà la B alla D. se dunque quattro grandezze siano proportionali, saranno anchora permutandosi proportionali. il che bisognaua dimostrare.

IL COMMANDINO.

Dalle cose già dimostrate si dimostrerà quello anchora.

Se la prima alla seconda habbia la medesima proportione, che la terza alla quarta, & la prima sia maggiore della seconda, sarà anche la terza maggiore della quarta, & se vguale, vguale; & se minore, minore.



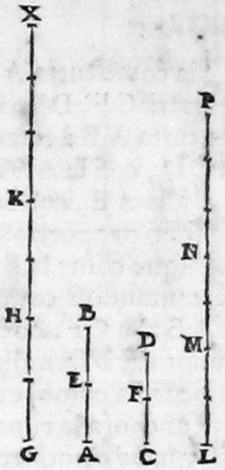
Habbia la prima A alla seconda B la medesima proportione, che la terza C alla quarta D, & sia la A maggiore della B. dico che la C è maggiore della D. percioche hauendo la A alla B, la medesima proportione, che la C alla D, hauerà permutandosi per l'antecedente la A alla C la medesima proportione, che la B alla D. Et perche la A è maggiore della B, & un'altra in qual si voglia modo C, ha
7. di questo. *uerà la A alla C maggior proportione, che la B alla C. ma come la A alla C, cosi è la B alla D. il che s'è dimostrato. adunque la B alla D ha maggior proportione, che alla C. ma quella alla quale la me*
10. di questo. *desima ha maggior proportione è minore. onde la D è minore della C, & però la C è maggiore della D. sia poi la A vguale alla B. Dico che la C è vgua*
1. di questo. *le alla D. perche essendo la A & B vguali: hauerà la A alla C la medesima proportione, che la B alla C; & come la A alla C, cosi la B alla D. adun*
9. di questo. *que la B hà la medesima proportione alla D, che alla C, ma quelle alle quali la medesima hà la medesima proportione, sono vguali fra loro. Onde la C è vguale alla D. sia finalmente la A minore della B. Dico che la C è minore della D. percioche essendo la A minore della B, hauerà la A alla C minor proportione, che la B alla C. ma come la A alla C, cosi la B alla D. onde la B alla D hauerà minor proportione, che alla C: & però la B hauerà maggior proportione alla C che alla D. ma quella, alla quale la medesima ha maggior proportione è minore. adunque la C sarà minore della D. la onde se la prima alla seconda habbia la medesima proportione, che la terza alla quarta; & sia la prima maggiore della seconda, sarà anche la terza maggiore della quarta, & se vguale, vguale, & se minore, minore.*

ALTRAMENTE. Habbia la A alla B la medesima proportione, che la C alla D, & sia la A maggiore della B. Dico che la C è maggiore della D. perche hauendo la A la medesima proportione alla B, che la C alla D, hauerà permutandosi la A alla C la medesima proportione che la B alla D, ma la A è maggiore della B. adunque per la quarta decima di questo sarà la C maggiore della D. nel medesimo modo dimostreremo, se la A sia vguale alla B, etiandio la C essere vguale alla D, & se la A sia minore della B, la C anchora essere minore della D. il che bisognaua dimostrare.

THEOREMA XVII. PROPOSITIONE XVII.

Se le grandezze composte siano proportionali, saranno anchora diuise proportionali.

Siano le grandezze composte proportionali A B BE CD DF, & sia come la A B, alla B E, cosi la C D, alla D F. Dico anchora diuise essere proportionali, cioè come la A E alla E B, cosi la CF alla F D. piglinsi delle A E EB CF F D le vgualmente moltiplici G H HK LM MN, & delle E B F D altre in qualunque modo vgualmente moltiplici KX NP. perche dunque la G H è vgualmente moltiplice della A E, & la HK della E B sarà la G H vgualmente moltiplice della A E, & la G K della A B. ma la G H è ugualmente moltiplice della A E, & la L M della C F. onde la G K è vgualmente moltiplice della A B, & la L M della C F. & perche L M è ugualmente moltiplice della CF, & la M N della FD, sarà la L M vgualmente moltiplice della C F, & la L N della C D. ma la L M era vgualmente moltiplice della CF, & la G K della A B. è dunque la G K ugualmente moltiplice della A B; & la L N della C D. onde le G K L N saranno vgualmente moltiplici delle A B C D. oltre à ciò perche la H K è ugualmente moltiplice della E B, & la M N della F D, & è la K X vgualmente moltiplice della E B, & la N P della F D, sarà etiandio composta la H X vgualmente moltiplice della EB, & la M P della F D. ma essendo come la AB alla B E, cosi la C D alla D F, & essendosi prese le GK LN vgualmente moltiplici delle A B CD, & delle E B F D, altre in qualunque modo ugualmente moltiplici HX MP, se la G K auanza la H X, & la L N auanzera la M P, & se vguale, vguale, & se minore, minore. adunque la G K auanzi la H X, & tratta la commune H K, auanzerà anchora G H la H X. ma se la G K auanza la H X, & la L N auanzerà la M P. auanzi dunque L N la M P: & tratta la commune M N, la L M anchora auanzerà la N P. onde se la G H auanza la K X, & la L M auanzerà la N P. dimostreremo similmente che se la G H sia vguale alla KX, & la L M sarà uguale alla N P, & se minore, minore, & sono G H L M ugualmente moltiplici delle A E C F, & altre K X N P in qualunque modo vgualmente moltiplici delle E B F D. come dunque la A E alla E B, cosi sarà la C F alla FD. la onde se le grandezze composte siano proportionali, saranno anchora diuise proportionali. il che bisognaua dimostrare.

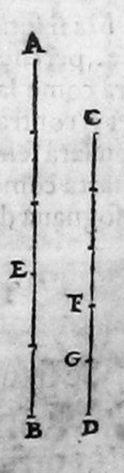


1. di questo.
11. di questo.
1. di questo.
11. di questo.
2. di questo.
conuersa della 5. diff.
5. diff.

THEOREMA XVIII. PROPOSITIONE XVIII.

Se le grandezze diuise siano proportionali, saranno anchora composte proportionali.

Siano le grandezze diuise proportionali A E E B C F F D, & come la A E alla E B, cosi la C F alla F D. Dico che composte anchora sono proportionali. cioè che come la A B alla B E, cosi è la C D alla D F. percioche se non è come la A B alla B E, cosi la C D alla D F, sarà come la A B alla B E, cosi la C D ò alla minore di D F, ò alla maggiore; sia prima alla minore, cioè alla D G. & perche è come la A B alla B E, cosi la C D alla D G, sono le grandezze composte proportionali. adunque anchora diuise saranno proportionali. & percio come la A E alla E B, cosi è la C G alla G D. & si pone anchora come la AE alla EB, cosi la CF alla FD. adunque, etiandio come la C G alla G D; cosi è la C F alla F D, ma la prima



per l'antecedente.
11. di questo.

C G è maggiore della terza C F. onde la seconda D G sarà maggiore della quarta D F, ma è minore, il che è impossibile. non è dunque come la A B alla B E, così la C D alla D G. dimostreremo parimente, che non è alla maggiore di D F. adunque è necessario che sia alla D F. la onde se le grandezze diuise siano proportionali, saranno anchora composte proportionali. il che bisognaua dimostrare.

THEOREMA XIX. PROPOSITIONE XIX.

Se sia come tutta à tutta, così vna parte tratta ad una parte tratta, sarà anchora la rimanente alla rimanente, come tutta à tutta.

Sia come tutta A B à tutta C D, così la parte tratta A E alla parte tratta C F. Dico che la rimanente E B è alla rimanente F D, come tutta A B à tutta C D. perciò che essendo come tutta A B à tutta C D, così la A E alla C F; sarà etiandio permutandosi come la
16. di questo. B A alla A E, così la D C alla C F. & perche le grandezze compo-
ste sono proportionali, & diuise anchora saranno proportionali.
17. di questo. adunque come la B E alla E A, così la D F alla F C. & similmente permutandosi come la B E alla D F, così la E A alla F C. ma come la A E alla C F, così fu posta essere la A B alla C D. la rimanente dunque E B sarà alla rimanente F D, come tutta A B à tutta C D. onde se sia come tutta à tutta, così la parte tratta alla parte tratta, sarà anchora la rimanente alla rimanente, come tutta à tutta. il che bisognaua dimostrare.

Et perche si è dimostrato, che come la A B alla C D, così è la E B alla F D, sarà permutandosi come la A B alla B E così la C D alla D F. adunque le grandezze composte sono proportionali. ma si è dimostrato come la B A alla A E, così la D C alla C F, il che è per la conuersione della proportione:

COROLLARIO.

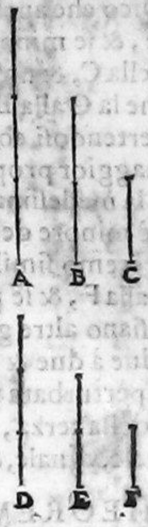
Da questo è chiaro, che se le grandezze composte siano proportionali, etiandio per la conuersione della proportione saranno anchora proportionali.

Ma si sono fatte le proportioni, & nelle vgualmente moltiplici, & nelle analogie. perche se la prima sia della seconda moltiplice, come la terza della quarta; sarà come la prima alla seconda, così la terza alla quarta. ma non si conuerte poi per il contrario. che se sia come la prima alla seconda, così la terza alla quarta, non sarà sempre la prima della seconda vgualmente moltiplice, & la terza della quarta come nelle sesquialtere, & sesquitertie proportioni, ò altre simili. il che bisognaua dimostrare.

THEOREMA XX. PROPOSITIONE XX.

Se siano tre grandezze, & siano altre grandezze di numero vguali à quelle, che si piglino à due à due, & nella medesima proportione, & per la proportione vguale, la prima sia maggio re della terza, sarà anchora la quarta maggiore della sesta; & se vguale, vguale; & se minore, minore.

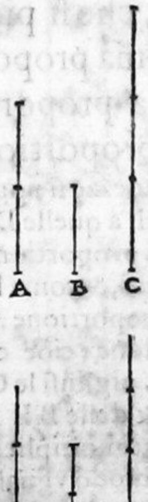
Siano tre grandezze A B C, & altre ad esse vguali di numero D E F, prese à due à due, & nella medesima proportione: & sia come la A alla B, così la D alla E, & come la B alla C, così la E alla F. ma per l'ugual proportione sia maggior la A della C. Dico che la D è maggior della F; & se vguale, vguale; & se minore, minore. percioche essendo la A maggior della C, & un'altra in qualunque modo B, & la maggiore alla medesima ha maggior proportione, che la minore; hauerà la A maggior proportione alla B, che la C alla B. 8. di questo. A
ma come la A alla B, così la D alla E, & conuertendosi come la C alla B, così la F alla E. adunque anchor la D alla E ha maggior proportione, che la F alla E. 10. di questo. B
ma delle grandezze che hanno proportione alla medesima, quella che ha maggior proportione è maggiore. onde la D è maggiore della F. dimostreremo similmente se la A sia vguale alla C, & la D essere vguale alla F, & se minore, minore. adunque se siano tre grandezze, & siano altre grãdezze di numero uguali à quelle, che si piglino à due à due, & nella medesima proportione, & per la proportione vguale la prima sia maggiore della terza, sarà anchora la quarta maggiore della sesta, & se vguale, vguale; & se minore, minore. il che bisognaua dimostrare.

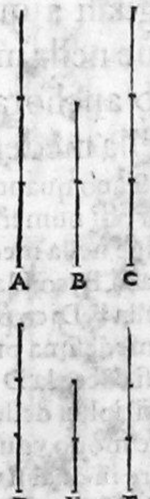


IL COMMANDINO.

Hauerà la A maggior proportione alla B che la C alla B, ma come la A alla B, così la D alla E.] A
Da questo ne segue per la 13 di questo, la D hauer maggior proportione alla E, che la C alla B. ma come la C alla B, così la F alla E. onde per la medesima la D hà maggior proportione alla E, che la F alla E.

Dimostreremo similmente se la A sia vguala alla C, & la D essere uguale alla F, & se minore, minore. B



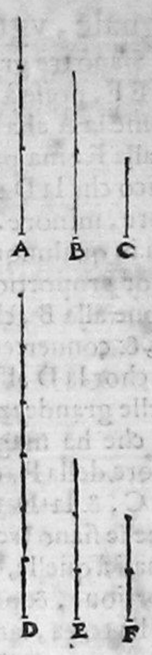


Percioche se la A sia vguale alla C, hauerà la A alla B la medesima proportione, che la C alla B. 7. di questo.
ma come la A alla B, così la D alla E, & come la C alla B, così la F alla E. 11. di questo.
onde la D alla E hauerà la medesima proportione, che la F alla E, 9. di questo.
& quelle che hanno la medesima proportione alla medesima sono fra loro vguali. adunque la D è vguale alla F. ma se la A sia posta minore della C, hauera la A minor proportione alla B, che la C alla B: 8. di questo.
& come la A alla B, così è la D alla E. adunque la D hà minor proportione alla E, che la C alla B. 13. di questo.
ma come la C alla B, così la F alla E. adunque hauera la D alla E minor proportione, che la F alla E, & perciò la D sarà minore della F. 10. di questo.

THEOREMA XXI. PROPOSITIONE XXI.

Se siano tre grandezze, & siano altre grandezze di numero vguali à quelle, che si piglino à due à due, & nella medesima proportione, & sia l'analogia loro perturbata, & per l'ugual proportione la prima sia maggiore della terza, sarà anchora la quarta maggior della sesta; & se vguale, vguale; & se minore, minore.

Siano tre grandezze proportionali A B C, & altre di nume-
ro vguali à quelle D E F prese à due à due, & nella medesima
proportione, & sia la loro analogia perturbata, cioè co-
me la A alla B, cosi sia la E alla F, & come la B alla C, cosi la
D alla E, & per l'ugual proportione la A sia maggiore della C.
Dico che anchora la D è maggiore della F, & se vguale, vgua-
le, & se minore, minore; perciò che essendo la A maggiore
8. di questo. della C, & un'altra B, hauerà la A maggior proportione alla B,
che la C alla B. ma come la A alla B, cosi è la E alla F, & con-
uertendosi come la C alla B, cosi la E alla D. onde la E hauerà
10. di questo. maggior proportione alla F, che la E alla D. ma quella alla qua
le la medesima hà maggior proportione, è minore. adunque la
F è minore della D, & percio la D sarà maggior della F. dimo-
streremo similmente se la A sia uguale alla C, & la D essere vgua
le alla F, & se minore, minore. la onde se siano tre grandezze,
& siano altre grãdezze di numero uguali à quelle, che si piglino
à due à due & nella medesima proportione, & sia l'analogia lo
ro perturbata, & per l'ugual proportione, la prima sia maggio
re della terza, sarà anchor la quarta maggior della sesta, & se v-
guale, vguale, & se minore, minore. il che bisognaua dimostrare.



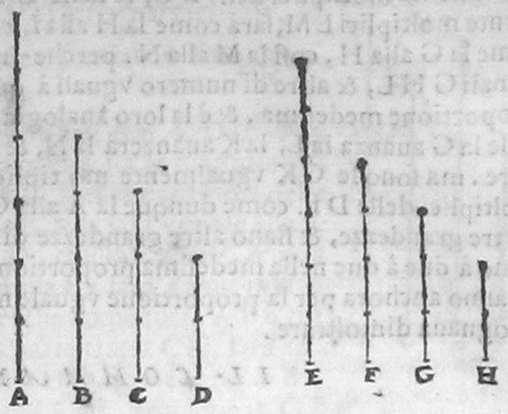
THEOREMA XXII. PROPOSITIONE XXII.

Se siano quante grandezze si vogliano, & siano altre grandezze di numero vguali à quelle, che si piglino à due à due nella medesima proportione, saranno anchora per la proportione vguale nella medesima proportione.

Siano quante grandezze si uogliano A B C, &
altre di numero vguali à quelle D E F prese à due
à due nella medesima proportione; & sia come la
A alla B, cosi la D alla E, & come la B alla C, cosi la
E alla F. Dico per la proportione vguale essere nel
la medesima proportione, cioè come la A alla C,
cosi essere la D alla F. piglinsi le G H vgualmente
moltiplici delle AD, & delle B E altre in qualun-
que modo vgualmente moltiplici K L; & delle CF
altre in qual si voglia modo vgualmente moltipli-
ci M N. perche dunque come la A alla B cosi è la
D alla E, & si sono prese GH vgualmẽte moltiplici
delle A D. & delle B E altre in qualunque modo
4. di questo. vgualmente moltiplici K L, sarà come la G alla K, cosi la H alla L; & per la mede
sima ragione, come la K alla M, cosi la L alla N. & essendo tre grandezze G K M,
& altre di numero vguali à quelle H L N, prese à due à due; & nella medesima
20. di questo. proportione, per la proportione vguale, se la G auanza la M, & la H auanzerà
la N, & se vguale, vguale, & se minore, minore. & sono le G H vgualmente
5. diff. moltiplici delle A D, & le M N delle C F altre in qual si voglia modo ugualmen
te moltiplici. onde come la A alla C, cosi sarà la D alla F. se dunque siano quan-
te grandezze si uogliano, & siano altre grãdezze di numero vguali à quelle, che si
piglino à due à due nella medesima proportione; saranno anchora per la propor
tione vguale nella medesima proportione. il che bisognaua dimostrare.

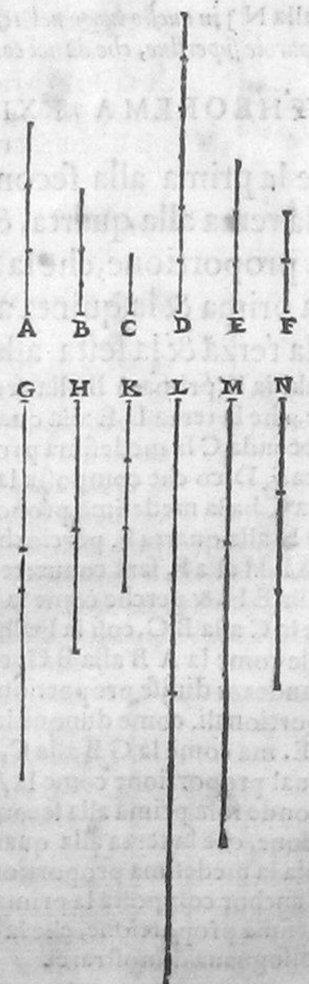
IL COMMANDINO.

Il medesimo si dimostrerà ancora se siano piu di tre grãdezze.



Siano quattro grandezze A B C D, & altre di numero vguali à quelle E F G H prese à due à due nella medesima proportione, & sia come la A alla B, cosi la E alla F, & come la B alla C, cosi la F alla G, & come la C alla D, cosi la G alla H. Dico per la proportione vguale come la A alla D, cosi essere la E alla H. percioche essendo come la A alla B, cosi la E alla F, & come la B alla C, cosi la F alla G; saranno per la proportione vguale dalle cose poco innanzi dimostrate, come la A alla C, cosi la F alla G, & come la C alla D, cosi la G alla H. onde essendo parimente tre grandezze A C D, & altre di numero vguali à quelle EGH, prese à due à due, nella medesima proportione; sarà per la proportione vguale come la A alla D, cosi la E alla H. il che bisognaua dimostrare. & al medesimo modo, si dimostrerà nelle altre grandezze simili, siano quante si vogliano, non solo nella analogia ordinata, ma anche nella perturbata, perche sempre si ridurrano similmente à tre grandezze del medesimo ordine.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIONE XXIII.



Se siano tre grandezze, & siano altre grandezze di numero vguali à quelle, che si piglino à due à due nella medesima proportione, & sia l'analogia loro perturbata, saranno anchora per la proportione vguale nella medesima proportione.

Siano tre grandezze A B C, & altre grandezze di numero vguali à quelle prese à due à due nella medesima proportione D E F, & sia la loro analogia perturbata, & come la A alla B, cosi sia la E alla F; & come la B alla C, cosi la D alla E. Dico come la A alla C, cosi essere la D alla F. piglinsi le G H K vgualmente moltiplici delle A B C, & delle D E F altre in qualunque modo vgualmente moltiplici LMN. & perche le G H sono vgualmente moltiplici delle A B, & le parti delle moltiplici nel medesimo modo hanno la medesima proportione, sarà 15 di questo

come la A alla B, così la G alla H. & per la medesima ragione come la E alla F, così la M alla N, & è come la A alla B, così la E alla F. come dunque la G alla H, così la M alla N. & perche come la B alla C, così è la D alla E, & si sono prese H K vgualmente moltiplici delle B C, & delle D E altre in qual si voglia modo vgual mente moltiplici L M, sarà come la H alla L, così la K alla M. & si è dimostrato che
B come la G alla H, così la M alla N. perche dunque le tre grandezze sono propor tionali G H L, & altre di numero vguali à quelle K M N, prese à due à due nella proportione medesima, & è la loro analogia perturbata, per la vgual proportio ne se la G auanza la L, la K auanzerà la N, & se è vguale, vguale; & se minore, mi nore. ma sono le G K vgualmente mo tiplici delle A C, & le L N vgualmente moltiplici delle D F. come dunque la A alla C, così sarà la D alla F. la onde se siano tre grandezze, & siano altre grandezze di numero vguali à quelle, che si piglino à due à due nella medesima proportione, & sia l'analogia loro perturbata; saranno anchora per la proportione vguale nella medesima proportione. il che bisognaua dimostrare.

IL COMMANDINO.

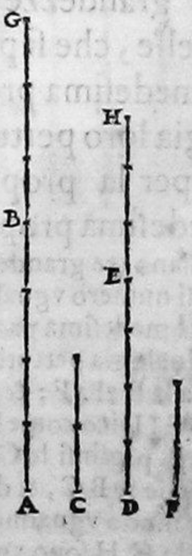
Dico come è la A alla C, così essere la D alla F] *nel testo greco stampato mancano*
A *le parole che rispondono a queste.*

Sarà come la H alla L così la K alla M: & si è dimostrato come la G alla H, così
B la M alla N] *in questo luogo nel testo greco, & nella tradottione del Zamberto si leggono molte parole superflue, che da noi con deliberato consiglio sono state lasciate.*

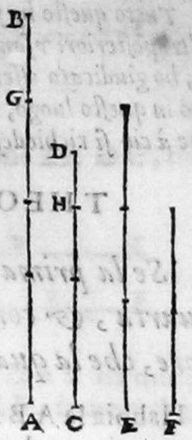
THEOREMA XXIIII. PROPOSITIONE XXIIII.

Se la prima alla seconda habbia la medesima proportione, che la terza alla quarta, & la quinta alla seconda habbia la mede sima proportione, che la sesta alla quarta, hauerà anchor compo sta la prima & la quinta alla seconda la medesima proportione, che la terza & la sesta alla quarta.

Habbia la prima A B alla seconda C la medesima proportione, che la terza D E alla quarta F: & habbia la quinta B G alla seconda C la medesima proportione, che la sesta E H alla quarta F. Dico che composta la prima & la quinta A G alla se conda C ha la medesima proportione, che la terza & la sesta D H alla quarta F. percioche essendo come la B G alla C, così la E H alla F, sarà conuertendosi come la C alla B G, così la F alla E H. & perche come la AB alla C, così la D E alla F, & come la C alla B G, così la F alla E H, sarà per la proportione
22. di questo. vguale come la A B alla B G, così la D E alla E H. & essendo le grandezze diuise proportionali, saranno anchor composte proportionali. come dunque la A G alla G B, così è la D H al la H E. ma come la G B alla C, così la E H alla F. adunque per la vgual proportione come la A G alla C, così sarà la D H alla F. onde se la prima alla seconda habbia la medesima proportione, che la terza alla quarta, & la quinta alla seconda habbia la medesima proportione che la sesta alla quarta, hauerà anchor composta la prima & la quinta alla seconda la medesima proportione, che la terza, & la sesta alla quarta. il che bisognaua dimostrare.



THEOREMA XXV. PROPOSITIO. XXV.



Se quattro grandezze siano proportionali, la maggiore di tutte & la minore saranno maggiori delle due rimanenti.

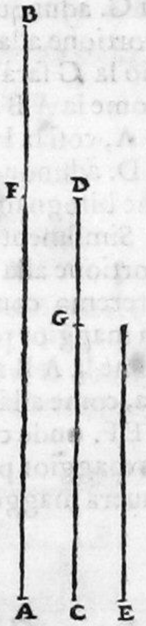
Siano quattro grandezze proportionali A B C D E F; & sia come la A B alla C D, cosi la E alla F: & sia la maggiore di tutte A B, & la minore F. Dico le A B F esser maggiori delle C D E. pongasi la A G vguale alla E, & la C H vguale alla F. perche dunque come la A B alla C D, cosi la E alla F, & è la A C vguale alla E, & la C H vguale alla F; sarà come la A B alla D C, cosi la A G alla C H. & perche come tutta A B à tutta C D, cosi la parte tratta A G alla parte tratta C H, sarà anchor la rimanente G B alla rimanente H D, come tutta A B à tutta C D. & è la A B maggiore della C D. adunque la G B è maggiore della H D. & essendo la A G vguale alla E, & la C H alla F, saranno le A G F vguali alle C H E. ma se alle cose disuguali se aggiungano cose vguali, tutte saranno disuguali. adunque essendo le G B H D disuguali, percioche la G B è maggiore, se alla GB si aggiungano le A G F, & alla HD si aggiungano CH E, si faranno AB F necessariamente maggiori delle CD E. la onde se quattro grandezze siano proportionali, la maggior di tutte & la minore saranno maggiori delle due rimanenti. il che bisognaua dimostrare.

19. di questo.

4. com. not.

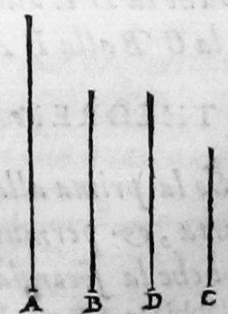
IL COMMANDINO.

Dalle cose dimostrate poco innanzi possiamo dimostrare anchor questo theorema.



Se tre grandezze siano proportionali, la maggior di tutte & la minore saranno maggiori che doppie della rimanente.

Siano tre grãdezze proportionali AB CD E, la maggiore delle quali sia la AB: & come la AB alla CD, cosi sia la CD alla E. Dico che le AB E sono maggiori, che doppie della CD. pongasi la A F vguale alla C D, & la C G vguale alla E. perche dunque come la A B alla C D, cosi la C D alla E, sarà come la A B alla C D, cosi la A F alla C G, cioè come tutta à tutta, cosi la parte tratta alla parte tratta. onde etiandio la rimanente F B alla rimanente G D è come la A B alla C D. & la A B si pone maggiore della C D. adunque anchor la F B è maggiore dalla G D. ma la AF è vguale alla CD, & la C G alla E. sono dunque le A F E vguali alle C D C G. & se alle cose disuguali si aggiungano le vguali tutte sono disuguali. onde aggiunte A F E alla F B che è maggiore della G D & aggiumte C D C G alla G D si faranno le A B E cioè la maggiore di tutte & la minore maggiori, che doppie della C D. se dunque tre grandezze siano proportionali, la maggiore di tutte & la minore saranno maggiori che doppie della rimanente. il che bisognaua dimostrare.



ALTRAMENTE siano tre grandezze proportionali A B C & pongasi la D vguale alla B. perche come la A alla B cosi è la B alla C, sarà come la A alla B cosi la D alla C. sono dunque quattro grandezze proportionali A B D C. onde per le cose gia dimostrate le A C saranno maggiori delle B D, cioè maggior

che

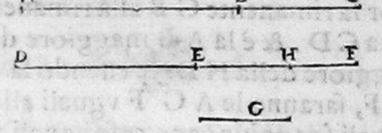
che doppie della E.

Tutto questo ha scritto Euclide delle proportioni. ma porche Archimede Apollonio, & gli altri posteriori vsano alcuni theoremi appartenenti à questo trattato, si come fussero dimostrati, ho giudicato esser ben fatto se dalle collettioni mathematiche di Pappo quelli trasportatissimo in questo luogo, mutato però l'ordine & aggiuntoui & trattene alcune cose, come pareua che à cio si richiedesse.

THEOREMA XXVI. PROPOSITIONE XXVI.

Se la prima alla seconda ha maggior proportione, che la terza alla quarta, & conuertendosi la seconda alla prima hauera proportion minore, che la quarta alla terza.

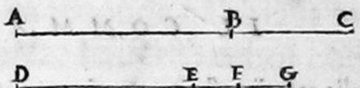
Habbia la A B alla B C maggior propor proportione, che la D E alla E F. Dico che la C B ha minor portione alla B A, che la F E alla E D. percioche come la A B alla B C, cosi sia la D E à qualche altra, come alla G. adunque la DE hauerà maggior proportione alla G, che la D E alla E F: & perciò la G sarà minore della E F. pongasi la E H vguale alla G. perche dunque è come la A B alla B C, cosi la D E alla E H; sara conuertendosi come la C B alla B A, cosi la HE alla E D. ma la H E ha minor proportione alla E D, che la F E alla E D. adunque la C B alla B A hauerà minor proportione che la F E alla E D. il che bisognaua dimostrare.



8. di questo.

8. di questo.

Similmente anchora se la A B ha minor portione alla B C, che la D E alla E F, dimostreremo conuertendosi che la C B alla B A ha maggior portione, che la F E alla E D. ma come la A B alla B C, cosi sia la D E ad vn'altra, come alla E G; la quale sarà maggiore del la E F. onde conuertendosi come la C B alla B A, cosi è la GE alla E D. ma la GE ha maggior proportione alla E D, che la F E alla E D. adunque la C B alla BA hauerà maggior proportione che la F E alla E D.



8. di questo.

COROLLARIO.

Da queste cose appare, che se la AB habbia maggior proportione alla B C, che la D E alla E F, etiandio la F E ha maggior proportione alla E D, che la C B alla B A: & se la A B habbia minor proportione alla B C che la D E alla E F, & la F E ha minor proportione alla E D, che la C B alla B A.

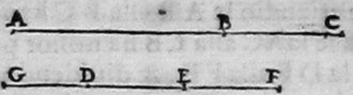
THEOREMA XXVII. PROPOSITIONE XXVII.

Se la prima alla seconda ha maggior proportione che la terza alla quarta, & permutandosi la prima alla terza hauerà maggior proportione che la seconda alla quarta.

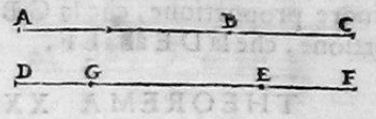
Habbia la A B alla B C maggior proportione che la D E alla E F. Dico che la A B ha maggior proportione alla D E che la B C alla E F. percioche come la AB

alla

alla B C, così sia un'altra G E alla EF. è chiaro quella esser maggiore della D E. onde permutandosi come la A B alla G E, così è la B C alla E F. & ha la A B alla D E maggior proportione, che la A B alla G E, cioè che la B C alla E F. adunque la A B hauerà maggior proportione alla D E, che la B C alla EF. il che bisognaua dimostrare. 8. di questo.



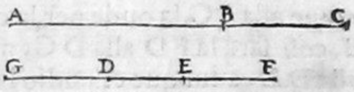
Et per la medesima ragione se la A B alla B C ha minor proportione che la D E alla E F, ne seguirà permutandosi che la A B alla D E habbia minor proportione, che la B C alla E F, percioche sarà come la A B alla B C, così vn'altra G E alla E F, che è minore della D E. ma la A B hà minor proportione alla D E, che la A B alla G E, cioè che la B C alla E F. hauerà dunque la A B alla D E minor proportione, che la B C alla E F.



THEOREMA XXVIII. PROPOSITIONE XXVIII.

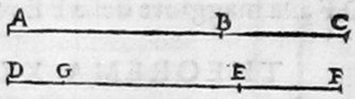
Se la prima alla seconda ha maggior proportione che la terza alla quarta, componendosi anchor la prima & la seconda alla seconda hauera proportion maggiore, che la terza & la quarta alla quarta.

Habbia la A B alla B C proportion maggiore che la D E alla E F. Dico che la A C ha maggior proportione alla C B, che la D F alla F E. percioche come la A B alla B C, così sia un'altra GE alla EF. sarà la GE maggiore della D E. perche dunque è come la A B alla B C così la G E alla E F, sarà componendosi come la A C alla C B, così la G F alla F E. ma la G F ha maggior proportione alla F E, che la D F alla F E. adunque etiandio la A C hauerà maggior proportione alla C B, che la D F alla F E. il che bisognaua dimostrare.



8. di questo. 18. di questo. 8. di questo. 13. di questo.

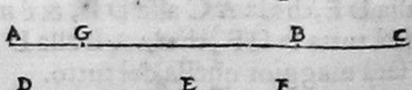
Ma se la A B alla B C ha minor proportione, che la D E alla E F, hauerà anchora componendosi la A C alla C B minor proportione, che la D F alla F E. & perche la AB ha minor proportione alla B C, che la D E alla EF, se come la A B alla B C, così sia vn'altra alla E F, cioè la G E, quella sarà minore della D E, & come la A C alla C B, così sarà la G F alla F E. ma la GF alla FE ha minor proportione che la D F alla F E. adunque anchor la A C hauerà minor proportione alla C B, che la D F alla F E. 8. di questo.



THEOREMA XXIX. PROPOSITIONE XXIX.

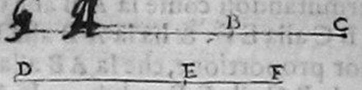
Se la prima, & la seconda alla seconda ha maggior proportione, che la terza, & la quarta alla quarta, anchor diuidendosi la prima alla seconda hauera maggior proportione, che la terza alla quarta.

Habbia la A C alla C B maggior proportione, che la D F alla F E. Dico che la A B alla B C ha maggior proportione, che la D E alla E F. percioche come la D F alla F E, così sia vn'altra G C alla C B, sarà la G C minore della A C, & diuidendosi G B alla B C, come la D E



alla E F: ma la A B ha maggior proportione alla B C, che la G B alla B C. adunque etiandio la A B alla B C hauerà maggior proportione, che la D E alla E F.

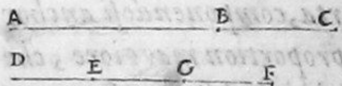
Ma se la A C alla C B ha minor proportione, che la D F alla F E, & diuidendosi la A B alla B C hauerà minor proportione, che la D E al la E F. se poi sia come la D F alla F E, cosi vn'altra G C alla C B, sarà la G C maggiore della A C, & sarà diuidendosi la G B alla B C, come la D E alla E F: & ha la A B alla B C minore proportione, che la G B alla B C. adunque hauerà etiandio minor proportione, che la D E alla E F.



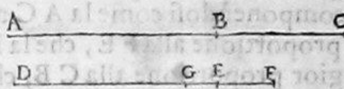
THEOREMA XXX. PROPOSITIONE XXX.

Se la prima, & la seconda alla seconda ha maggior proportione, che la terza, & la quarta alla quarta; per la conuersione della proportione hauera la prima, & la seconda alla prima proportion minore, che la terza, & la quarta alla terza.

Habbia la A C alla C B maggior proportione, che la D F alla F E. Dico che la C A alla A B ha minor proportione, che la F D alla D E. sia come la A C alla C B, cosi la D F ad vn'altra. sarà ad una minore di F E, come alla F G. la onde per la conuersione della proportione, come la C A alla A B, cosi sarà la F D alla D G. ma la F D ha proportion minore alla D G, che la F D alla D E. adunque etiandio la C A alla A B, hauera minor proportione, che la F D alla D E.



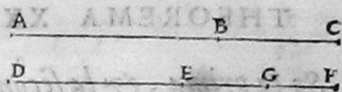
Similmente se la A C alla C B ha minor proportione, che la D F alla F E; hauera per la conuersione della proportione la C A maggior proportione alla A B, che la F D alla D E, percioche sarà come la A C alla C B, cosi la D F alla maggiore della F E. & il rimanente sara manifesto.



THEOREMA XXXI. PROPOSITIONE XXXI.

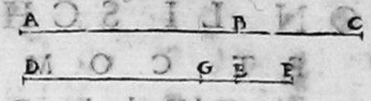
Se la prima alla terza ha maggior proportione, che la seconda alla quarta, hauera anchora la prima alla terza proportion maggiore, che la prima & la seconda alla terza & alla quarta.

Habbia la A B alla D E maggior proportione, che la B C alla E F. Dico la A B hauer maggior proportione alla D E, che la A C alla D F. sia come la A B alla D E, cosi la B C ad un'altra. sarà ad una minore di E F, cioè ad E G. adunque tutta la A C à tutta la D G è come la A B alla D E. ma la A C ha maggior proportione alla D G, che alla D F. onde la A B hauerà maggior proportione alla D E, che la A C alla D F, & è manifesto che tutta la A C ha minor proportione à tutta la D F, che la A B alla D E. & se la proportione della parte sia minore, sarà maggior quella del tutto.



THEOREMA XXXII. PROPOSITIONE XXXII.

Se tutta a tutta ha maggior proportione, che una parte tratta ad vna parte tratta, hauera la rimanente alla rimanente maggior proportione, che tutta a tutta.



Habbia la A C alla DF maggior proportione, che la A B alla D E. Dico che la rimanente B C alla rimanente E F ha maggior proportione, che la A C alla D F. sia come la A C alla D F, cosi la A B alla D G. adunque 19. del primo anchor la rimanente B C alla rimanente G F è come la A C alla D F. ma la B C ha maggior proportione alla E F, che alla F G. onde la B C hauera maggior proportione alla E F, che la A C alla D F.

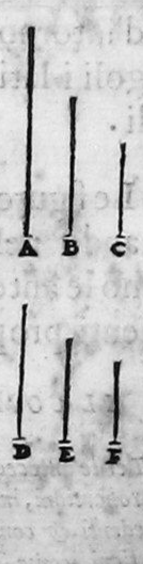
Ma se la AC ha minor proportione alla DF, che la A B alla DE; & la rimanente B C alla rimanente E F hauera minor proportione, che la A C alla D F. il che nel medesimo modo che disopra, si dimostrera.

THEOREMA XXXIII. PROPOSITIONE XXXIII.

Se siano tre grandezze, & altre grandezze di numero vguali a quelle, & habbia la prima delle prime alla seconda maggior proportione, che la prima delle altre alla seconda; & la seconda delle prime alla terza habbia proportione maggiore, che la seconda delle altre alla terza: hauerà per la vgual proportione anchor la prima delle prime alla terza maggior proportione, che la prima delle altre alla terza.

Habbia la A alla B maggior proportione, che la D alla E. & la B habbia alla C maggior proportione, che la E alla F. Dico per la vgual proportione che la A alla C ha maggior proportione che la D alla F. perche la A ha maggior proportione alla B, che la D alla E, hauera permutandosi la A alla D maggior proportione, che la B alla E. 27. di questo. & per la medesima ragione la B alla E maggiore, che la C alla F. adunque la A alla D ha maggior proportione che la C alla F. & similmēte permutādosi hauera la A maggior per le cose dimostrate alla 13. di questo. proportione alla C, che la D alla F. il che bisognaua dimostrare.

Ma se la prima delle prime alla seconda habbia minor proportione, 27. di questo. che la prima delle altre alla seconda; & la seconda delle prime habbia minor proportione alla terza, che la seconda delle altre alla terza; si dimostrera anche per la ugual proportione che la prima delle prime ha minor proportione alla terza, che la prima delle altre alla terza.



IL FINE DEL QVINTO LIBRO.