DEGLI ELEMENTI DI EVCLIDE

LIBRO SETTIMO

CON LI SCHOLII ANTICHI, ET COMMENTARII

Di Federico Commandino da Vrbino.

DIFFINITIONI.

I.

L'Vnità è quella, per la quale ciascuna delle cose che sono si chiama vna.

II.

Il numero è moltitudine composta di vnità.

III.

Il numero minore è parte del maggiore, quando egli misura il maggiore.

IL COMMANDINO.

Quella parte piglia il nome dal numero, secondo il quale il minore misura il maggiore, perciochе se il minore lo misura due volte, ella si dimanda la metà; se tre volte, la terza parte, ò vero il terzo, se quattro la quarta parte, ò verò il quarto, & cosi procederassi nel nominar la se più volte lo misurerà.

IIII.

Ma quando non lo misura, sarà parti di quello.

IL COMMANDINO.

Le parti pigliano il nome da quei numeri, secondo li quali vna misura commune di tutti due gli misura, perciochе se la misura lor commune misurerà il minor due volte & il maggior tre volte, si diranno due terzi, si misurerà l'istesso minore tre volte, & il maggiore quattro, tre quarti, ò vero se misurerà il maggiore cinque volte, tre quinti le chiameremo: & in questa maniera si procederà nel nominar l'altre. I moderni scrittori il numero, secondo il quale la misura commune misura il minore, chiamano numeratore, perciochе egli determina la moltitudine delle parti: & quello secondo il quale l'istessa misura commune misura il maggiore addimandano denominatore conciosiacosa che egli imponga il nome alle parti.

V.

Il numero maggiore è moltiplice del minore quando il minore lo misura.

IL COMANDINO.

Il moltiplice ha il nome da quel numero, secondo il quale il minore lo misura, percioche se'l minore misura il maggiore due volte, questo si dirà il doppio di quello, se tre, il triplo, se quattro il quadruplo & similmente ne gli altri.

VI.

Numero pari è quello che si diuide in due parti vguali.

VII.

Numero dispari è quello che non si diuide in due parti vguali: ò vero che è differente dal pari d'vna vnità.

VIII.

Numero parimente pari è quello, che vn numero pari misura secondo vn numero che sia medesimamente pari.

SCHOLIO.

Se aggiungeremo à questa diffinitione [solamente] di modo che parimente pari si dica quel numero, quale vn numero pari solamente misura secondo vn'altro pari, faremo il parimente pari de Pythagorici il quale si diuide in due parti vguali fin'all'unita, come è 8, che vn numero pari lo diuide secondo vn'altro pari solamente. ma appo Euclide 12 è numero parimente pari, il quale è misurato da vn numero pari secondo vn'altro pari, percioche due volte 6 sono 12, & da vn dispari secondo un pari, conciosiacosa che 4 pigliato tre volte faccia 12; & parimente dispari chiama quel numero, il quale è misurato da vn pari secondo vn dispari, come è 10 che è misurato da 2 cinque volte. ma il disparimente pari è 12, percioche 3 lo misura quattro volte, & semplicemente secondo quello che ha nome perfetto nella compositione diciamo un numero esser misurato dall'altro. onde è da sapere che il disparimente pari cosi chiamato da Pythagorici, riceue piu diuisioni, le quali si fanno, in parti vguali, ma però le diuisioni non arriuano fin'all'unità. conobbe questo anchora Euclide, & ne fa mentione nel nono libro, chiamando lo con gran giuditio ne parimente pari ne parimente dispari, accio lo conoscessero per la negatione degli estremi, come siamo soliti a fare ne con

trarij

trarij che hanno i mezi senza nome, quali nominiamo nel istesso modo. il luogo del nono doue Euclide fa mentione di questo è la trigesima quarta propositione.

IX.

Parimente dispari è quello, che è misurato da vn numero secondo vn dispari.

IL COMMANDINO.

Dalla ottaua & nona diffinitione, & da quello che si tratta nel nono libro, è manifesto, che Euclide chiama numero parimente pari quello, che vn numero pari secondo vn'altro pari misura, ò sia de numeri doppiati dal due, ò no, & parimente dispari quello che vn numero pari misura secondo vn dispari, ò che habbia la metà dispari ò no, percioche i numeri doppiati dal due egli chiama parimente pari solamente: & quelli che ne sono doppiati dal due, ne hanno la metà dispari, nomina, & parimente pari & parimente dispari. ma appo Nicomacho, & Boetio sono tre le spetie del numero pari, vna che si chiama parimente pari, l'altra parimente dispari, la terza disparimente pari. parimente pari è il numero che si puo diuidere in due parti pari, le quali anche si diuidono in altre due parti pari; & quelle similmente in altre parti, & ciò si può fare sempre finche la diuisione delle parti arriui all'unita, come 64. parimente dispari è quello che essendo pari si diuide in parti vguali; ma quelle sono indiuisibili, come 6. 10. 18. 22. imparimente pari è il numero in vn certo modo mezano fra questi due, percioche egli si diuide in parti vguali, & alcuna uolta le parti delle parti si possono in simil modo diuidere, ma però la diuisione non arriua fin'all'unità. quello dunque che appo costoro è parimente pari Euclide chiama parimente pari solamente: & quello che è parimente dispari egli nomina parimente dispari solamente: & quello che è disparimente pari addimanda, & parimente pari, & disparimente pari. la onde quello che nel fine del precedente scholio si aggiunge non par uero, se però noi non intendiamo il parimente pari, & parimente dispari nel modo che intende Euclide, cioè ne parimente pari solamente, ne parimente dispari solamente.

X.

Disparimente dispari numero è quello chi è misurato da vn dispari secondo vn'altro dispari.

XI.

Primo numero è quello che solamente la vnità misura.

IL COMMANDINO.

Niun numero misura il numero primo, fuor che esso da se stesso si misura.

XII.

Primi numeri fra loro sono quelli che hanno per misura commune sola mente l'vnità.

XIII.

Numero cõposto è quello che è misurato da qualche numero.

XIIII.

Composti fra loro sono i numeri che hanno qualche numero per misura commune.

XV.

Vn numero si dice moltiplicare vn'altro numero, quando quante vnità sono in esso, tante volte è composto il multiplicato & si produce qualche numero.

XVI.

Quando due numeri multiplicandosi fra loro producano qual che numero, il prodotto si chiama piano, i lati del quale sono i numeri che fra loro si moltiplicano.

XVII.

Quando tre numeri moltiplicandosi fra loro producano alcun numero, il prodotto si chiama solido, i lati del quale sono i numeri che si moltiplicano fra loro.

XVIII.

Quadrato numero è quello che vgualmente è vguale, ò vero che è contenuto da due numeri vguali.

XIX.

Ma il numero cubo è quello che ugualmente è vguale vgual mente, ò vero che è contenuto da tre numeri vguali.

XX.

I numeri allhora sono proportionali, quando il primo sarà vgualmente moltiplice del secondo, & il terzo del quarto, ò vero sarà la medesima parte ò le medesime parti.

IL COMMANDINO.

Il primo numero dunque ò vero è maggiore del secondo, ò vero è minore. se è maggiore ò vero il minore lo misura, ò nò. se lo misura sarà il primo moltiplice del secondo, come il terzo del quarto. & se non lo misura qual parti è il secondo del primo le medesime parti sarà il quar to del terzo, ò vero diremo in questo modo, se il primo è maggiore del secondo, qual parte ò parti è il secondo del primo, la medesima ò le medesime parti sarà il quarto del terzo. ma se il primo sarà minore, la medesima parte ò parti sarà egli del secondo, che il terzo del quarto. Ma che il minore numero sia parte ò parti del maggiore, hora lo presuppone, ma poi lo dimo strerà nel quarto theorema di questo libro.

XXI.

Quei numeri piani, & solidi si dicono essere simili, che hanno i lati proportionali.

XXII.

Perfetto numero è quello che è vguale alle parti di se stesso.

IL COMMANDINO.

Ma quello che è minor delle parti di se stesso si chiama abondante, & il maggiore diminuto; à queste diffinitioni ci è piacciuto di aggiungerne vna, come anche di mettere inanzi alcune petitioni, & communi notitie, delle quali pare che Euclide si serua in questi libri.

XXIII.

Quando siano quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali, il primo al terzo si dirà hauer proportione doppia di quella, che ha al secondo, & il primo al quarto tripla, & nell'istesso modo si dira ne gli altri.

PETITIONI O VERO DIMANDE.

1 *Poter si pigliare quanti numeri ci pareranno vguali, ò moltiplici à qual si voglia altro numero.*

2 *Poter si pigliare vn numero maggiore di qualunque altro.*

3 *Il numero infinitamente si accresce, ma non infinitamente se scema.*

COMMVNI NOTITIE

I.

Tutti i numeri che sono vgualmente moltiplici d'vn medesimo, o vero di numeri vguali, sono vguali fra loro.

II

Quei numeri, de quali vn medesimo è vgualmente moltiplice ò vero de quali gli vgualmente moltiplici sono vguali, anchor essi saranno vguali fra loro.

III.

Tutti i numeri che sono la medesima parte ò le medesime parti dell' istesso numero, ò vero di numeri vguali, saranno vguali fra loro.

IIII.

I numeri de quali il medesimo numero ò vero numeri uguali sono la medesima parte, ò le medesime parti, saranno fra loro uguali.

V.

D'ogni numero l'unità è parte, & da quello si denomina, percioche è parte del due, & da esso denominata dicesi la meta, & del tre è parte, dal quale chiamasi terza parte, & del quattro, onde si chiama quarta parte: & cosi ne gli altri.

VI.

L'unita misura ogni numero secondo l'unita che sono in esso.

VII.

Ogni numero misura se stesso.

VIII.

Se un numero misura un'altro numero, & quello, secondo il quale egli lo misura, misurera il medesimo secondo l'unita che sono in quello che misura.

IX.

Ogni numero che misura un'altro numero, moltiplicando quello secondo il quale egli lo misura, ò moltiplicato da lui produce il medesimo.

X.

Se un numero moltiplicando un'altro produce qualche numero, quello che moltiplica misura il prodotto secondo l'unita che sono nel moltiplicato: & il moltiplicato misura il medesimo secondo l'unita che sono nel moltiplicante.

XI.

Qualunque numero misura due numeri ò più, misurera anchora il composto da quelli.

XII.

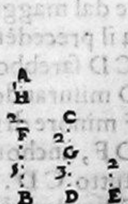
Qualunque numero misura un'altro numero, misurera anchora il misurato da quello.

XIII.

Qualunque numero misura il tutto, & la parte tratta da quello, misurera etiandio il rimanente.

THEOREMA I. PROPOSITIONE I.

Se proposti due numeri disuguali, & tratto sempre il minore dal maggiore, il rimanente non misuri quello che gli va innanzi finche non si sarà presa l'vnità; i numeri proposti da principio sono primi fra loro.



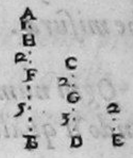
Proposti due numeri disuguali A B C D, & tratto sempre il minore dal maggiore, il rimanente non misuri quello, che gli uà innanzi finche non si sarà presa l'vnità. Dico A B C D essere primi fra loro, cioè l'vnità sola misurare detti numeri A B C D. che se A B C D non siano primi fra loro, qualche numero gli misurerà. misurigli dunque il numero E, & misurando C D il numero A B ne lasci vn minore di se stesso F A: & A F misurando D C lasci vn minore di se stesso G C: & G C misurando F A lasci l'vnità
H A. perche dunque il numero E misura C D, & C D misura B F, misurerà E il 12 com. not.
B F. ma misura anche il tutto B A. adunque misurerà altresi il rimanente A F, & 13 com. not.
A F misura D G. onde anchora E misurerà D G. ma egli misura il tutto D C, & perciò misurerà il rimanente C G: & C G misura F H. misurerà dunque E il medesimo F H. ma misura etiandio il tutto F A. adunque misurerà altresi la rimanen-

te vnità A H essendo numero. il che non può essere. la onde niun numero misurerà i numeri A B C D. adunque A B C D sono primi fra loro. il che bisognaua dimostrare.

IL COMMANDINO.

La conuersa di questa dimostreremo cosi.

Proposti due numeri primi fra loro, se dal maggiore si tragga sempre il minore, non si finirà questo finche non si arriui all'vnità.



Siano i numeri A B C D primi fra loro, & s'egliè possibile stando le medesime cose, & tratto sempre il minore dal maggiore si sia peruenuto al numero H A, il quale misuri il precedente G C. adunque se H A misura GC, misurerà anchor F H: & misura se stesso. adunque misurerà etiandio F A.
12. com.not. *& però D G. ma misuraua G C, onde misurerà altresì tutto DC: & per tal*
11. com. not. *cagione misura B F. ma misura F A come si è dimostrato. adunque misurerà anchor tutto D A. perche dunque il numero H A misura due numeri A B C D, saranno A B C D composti fra loro. ma si pongono primi, il che non è possibile. adunque proposti due numeri primi fra loro, se dal maggiore sempre si tragga il minore non cesserà la*
diff.14. *detrattione fin che non si sia peruenuto all'unità. il che bisognaua dimostrare. ma quello anchora è chiaro.*

Proposti due numeri fra loro composti se dal maggiore tuttauia si tragga il minore, facendo ciò non peruerremo gia mai all'unita.

Percioche se si peruenga all'unità questi saranno primi fra loro. ma sono anchora composti.
1. di questo, *il che è inconueniente.*

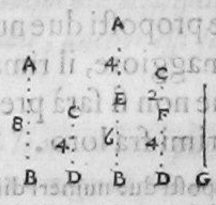
Dalle cose gia dimostrate quello problema anchora può apparere manifesto.

Proposti due numeri trouare se siano primi fra loro, ò uero composti.

Percioche fatta la detrattione come si è detto, se si peruenga sino all'unità, diremo quelli essere fra loro primi, altrimenti diremo esser composti.

PROBLEMA I. PROPOSITIONE II.

Dati due numeri non primi fra loro, trouare la commune maggiore misura di essi.



Siano due numeri dati nõ primi fra loro A B C D, de quali C D sia il minore. bisogna trouare la commune maggiore misura di essi, adunque se C D misura A B misurando anche se stesso, sarà C D commune misura di A B C D: & è chiaro che è la maggiore, percioche niuno maggiore di C D misurerà C D. ma se C D non misura A B, di A B C D tratto sempre il minore dal maggiore si lascerà qualche numero che misura il precedente, & non si lascera l'unità, percioche A
per l'antecedente. B C D sarebbono fra loro primi. il che non si pone. &
C D misurando A B lasci un minore di se stesso A E: & A E misurando C D lasci C F minore di se, & C F misuri A E. perche dunque C F misura A E, & A E misu
12. com not. ra D F, anchor C F misurerà D F. ma misura etiandio se stesso. adunque misure
11. com. not, ra tutto C D. ma C D misura B E, onde etiandio C F misurerà B E; & misura E A. adunque misurerà tutto A B. ma misura anche C D. C F dunque misura A B C D, & però C F è la commune misura di A B C D. Dico anchora che è la maggiore, percioche se non è la maggiore, qualche numero maggiore di C F misurerà A B C D. misurigli & sia G, & perche G misura C D, & C D misura BE, misurerà G anchora B E: & misura tutto B A. adunque misurerà altresì il rimanente A E. ma A E misura D F. adunque anchor G misurerà D F. & misura tutto D C, onde misurerà etiandio il rimanente C F, il maggiore il minore.

che è impossibile. adunque alcun numero maggiore di C F non misurerà i numeri A B C D, & però C F sarà la maggior commune misura di A B C D. dati dunque due numeri non primi fra loro, si è trouata la commune maggior misura di di essi. il che bisognaua fare.

COROLLARIO.

Da questo è chiaro che se un numero misuri due numeri, misurerà anchora la lor commune maggior misura.

IL COMANDINO.

Questo corollario è manifesto per l'ultima parte della demostratione. sia C F commune misura delli due numeri A B C D: & sia qualche numero G il quale misuri A B C D. Dico che misurerà anchor la loro commune maggior misura C F. percioche misurando G il C D, & C D il B E, etiandio G misurerà B E. ma misura tutto B A. adunque misurerà anchor il rimanente A E. & A E misura D F. adunque G misura D F. ma misura tutto D C. onde misurerà anche il rimanente C F, cioè la commune maggior misura loro. il che bisognaua dimostrare. 11. com. not. 13. com. not.

PROBLEMA II. PROPOSITIONE III.

Dati tre numeri non primi fra loro trouare la commune maggior misura di essi.

Siano dati tre numeri non primi fra loro A B C. bisogna trouare la commune maggior misura delli A B C. piglisi delli due A B la commune maggior misura D. adunque D ò misura C ò no. misurilo prima, ma misura anchor A B. onde D misura i tre numeri A B C, & però è la loro commune misura. Dico essere anchor la maggior. percioche se D non è la maggiore commune misura delli A B C, qualche numero maggiore di D gli misurerà. misurigli & sia E. perche dunque E misura i numeri A B C, misurerà anchor li A B, & la maggior commune misura delli A B, che è D. adunque E misurerà D il maggior il minore, che è impossibile. là onde alcun numero maggiore di D non misura i numeri A B C, & però D è la maggior commune misura delli A B C.

A 8
B 6
C 4
D . . 2
E ——

Ma D non misuri C. Dico prima che i numeri D C non sono primi fra loro. percioche non essendo A B C fra loro primi, qualche numero gli misurerà. & quello che misura A B C misurerà anchor li A B, & la loro maggior cõmune misura cioè D, & misura etiãdio C. adũq; qualche numero misurerà li D C & però D C nõ sono primi fra loro, piglisi la cõmune maggiore misura loro E. & perche E misura D & D misura li A B, anchor E misura li A B. ma misura C. adunque misurerà anchor li A B C & E sarà la commune misura delli A B C. Dico essere etiandio la maggiore. percioche se E non è la maggiore commune misura loro, misurerà i numeri A B C qualche numero maggiore di E. misurigli & sia F; & perche F misura i numeri A B C, misurerà anchor li A B, & la maggior commune misura loro, cioè esso D. adunque F misura D, & misura C. onde F misurera li D C, & la maggior commune misura delli D C cioè E. adunque F misura E, il maggior al minore, che è impossibile. adunque non misurerà i numeri A B C alcun numero maggiore

A 18
B 12
C 4
D 6
E . . 2
F ——

giore di E, & però E sarà la maggiore commune misura delli ABC. la onde dati tre numeri non primi fra loro, si è trouata la lor commune maggior misura. il che bisognaua fare.

COROLLARIO.

A Da queste cose è manifesto, che se vn numero misuri tre numeri, misurerà etiandio la lor commune maggior misura.

B Nel medesimo modo dati piu numeri trouaremo la lor commune maggior misura.

IL COMMANDINO.

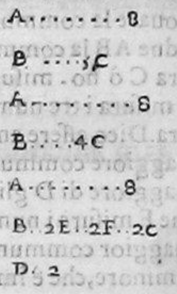
A Da queste cose è manifesto etc.] *questo seguita nel modo che habbiamo dimostrato nel l'antecedente.*

B Nel medesimo modo etc.] *ma quello anchora è chiaro che se vn numero misuri piu numeri, misurerà anche la loro commune misura.*

THEOREMA II. PROPOSITIONE IIII.

Ogni numero minore d'ogni numero maggiore ò vero è parte, ò vero parti.

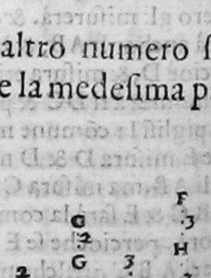
Siano due numeri A B C, il minore de quali sia B C. Dico B C ò vero essere parte ò ver parti di A, percioche i numeri A B C ò sono primi fra loro, ò no. & prima siano primi fra loro, & diuiso B C nelle vnità che sono in esso sarà ciascuna di quelle vnità parte di A. adunque B C è parti di A. ma non siano primi fra loro A B C. onde B C ò misura A ò no. & se lo misura, sarà B C parte di A. ma se non lo misura piglisi la maggior commune misura delli A B C che sia D, & diuidasi B C in numeri vguali à D, cioè in B E E F F C. perche dunque D misura il numero A, sarà D parte di A. ma D è vguale à ciascuno di essi B E E F F C. adunque ciascuno di essi B E E F F C è parte di A: & però B C è parti di A. adunque ogni numero minore di ogni numero maggiore ò vero è parte ò vero parti. il che bisognaua dimostrare.



THEOREMA III. PROPOSITIONE V.

Se un numero sia parte d'un numero, & un'altro numero sia la medesima parte d'un'altro, saranno amendue la medesima parte di amendue, che è uno di uno.

Il numero A sia parte del numero B C, & vn'altro numero D sia la medesima parte dell'altro E F, che è A di B C. Dico amendue A D essere di amendue B C E F la medesima parte, che è A di B C. percioche essendo D la medesima parte E F, che è A di B C, quanti numeri sono in B C vguali ad A, tanti saranno in E F vguali à D. diuidasi B C in numeri vguali ad A, cioè in B G G C & E F diuidasi in numeri vguali à D, cioè E H H F. sarà la moltitudine de numeri B G G C, vguale alla moltitudine delli E H H F. & perche B C è vguale ad A,



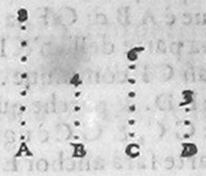
& E H à D, saranno B G E H vguali alli A D. & per la medesima ragione essendo G C vguale ad A, & H F à D etiandio G C H F saranno vguali alli A D. adunque quanti numeri sono in B C vguali ad A, tanti sono anchora in B C E F vguali alli A D. la onde quante volte B C è moltiplice di A, tante volte amendue B C E F saranno moltiplici di amendue A D. adunque qual parte è A di B C, la medesima parte saranno amendue A D di amendue B C E F. il che bisognaua dimostrare.

IL COMANDINO.

Da questo si può dimostrare anchora quello.

Se vn numero sia moltiplice di vn numero & vn'altro numero sia vgualmente moltiplice di vn'altro, sarãno amendue moltiplici di amendue, come vno di uno.

Sia il numero A moltiplice del numero B, & l'altro C vgualmente moltiplice dell'altro D. Dico amendue A C esser moltiplici di amendue B D, come è A di B. percioche essendo A moltiplice di B, & C vgualmente moltiplice di D, sarà B qualche parte di A, & D la medesima parte di C. onde per le cose che si sono dette poco fa, amendue B D saranno la medesima parte di amendue A C quale è B di A. adunque amendue A C sono moltiplici di amendue B D, come è A di B. il che bisognaua dimostrare.



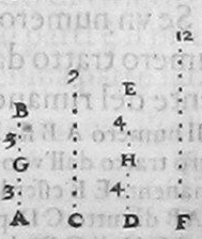
Ma quello che si dice di due possiamo ampiare anche à quanti numeri si vogliano.

Se siano quanti numeri si vogliano, di quanti numeri si vogliano uguali di moltitudine ciascuno vgualmente moltiplice di ciascuno, quante volte è moltiplice vno di vno, tante volte saranno moltiplici anchor tutti di tutti. *il che dimostreremo nel medesimo modo, & questo corrisponderà à quello che si dimostra nella prima propositione del quinto libro di tutte le grandezze.*

THEOREMA IIII. PROPOSITIONE VI.

Se vn numero sia parti di vn numero, & vn'altro numero sia le medesime parti di vn'altro; saranno etiandio amendue le medesime parti di amendue, che è vno di vno.

Il numero AB sia parti del numero C: & vn'altro D sia le medesime parti dell'altro F, che è A B di C. Dico amendue A B D E di amendue C F esser le medesime parti, che A B di C: percioche essendo D E le medesime parti di F, che è AB di C, quante parti sono in A B di C, tante saranno in D E parti di F. diuidasi la A B in parti di esso C, cioè A G G B: & la D E diuidasi nelle parti di F, cioè D H H E. sarà la moltitudine delle A G G B vguale alla moltitudine delle D H HE. & perche qual parte è A G di C, la medesima parte è D H di F, qual parte è A G di C, la medesima parte saranno etiandio amendue A G D H di amendue C F. similmente & qual parte è G B di C, la medesima parte saranno amendue G B H E di amendue C F. adunque quali parti è A B di C, le medesime parti sono anchor amendue A B D E di amendue C F. il che bisognaua dimostrare.



IL COMANDINO.

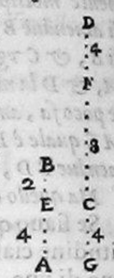
Possiamo parimente questa & la precedente transferire a quanti numeri si uogliano come.

Se siano quanti numeri si vogliano minori all'incontro di altretanti numeri maggiori, & sia ciascuno di ciascuno ò la medesima parte ò le medesime parti, qual parte, ò parti è vno di vno la medesima parte ò le medesime parti saranno altresi tutti di tutti.

THEOREMA V. PROPOSITIONE VII.

Se vn numero di vn numero sia la medesima parte, che è il numero tratto dall'vno del numero tratto dall'altro, sarà il rimanente del rimanente la medesima parte, che il tutto del tutto.

Sia il numero A B tal parte del numero C D, quale è A E tratto del tratto C F. Dico etiandio il rimanente E B essere la medesima parte del rimanente F D, che è tutto A B di tutto C D. percioche qual parte è A E di C F, la medesima parte
5. di questo. sia E B di C G. adunque qual parte è A E di C F la medesima parte è A B di G F: & qual parte è A E di C F, la medesima parte si pone A B di C D. qual parte dunque è A B di G F, la medesima è A B di C D. onde A B è la medesi-
4. com.not. ma parte dell'vn'& l'altro G F C D; & però G F è vguale à C D. tragga si C F commune. adunque il rimanente G C è vguale al rimanente F D. & perche qual parte è A E di C F, la medesima parte è E B di G C, & G C è vguale à F D, qual parte è A E di C F, la medesima parte sarà anchor E B di F D. ma qual parte è A E di C F, la medesima è anchor A B di C D. adunque qual parte è E B di F D, la medesima parte è anchor A B di C D. onde etiandio il rimanente E B sarà la medesima parte del rimanente F D, che è tutto A B di tutto C D. il che bisognaua dimostrare.

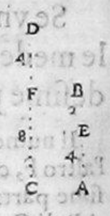


IL COMMANDINO.

Et da questo si potrà dimostrare quello anchora.

Se vn numero sia moltiplice di vn'altro numero, come il numero tratto dall'uno del numero tratto dall'altro, sarà il rimanente moltiplice del rimanente, come il tutto del tutto.

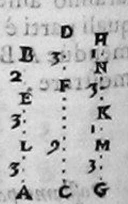
Stando le medesime cose che di sopra sia il numero CD moltiplice del numero AB, come il numero tratto dall'vno C F del numero tratto dall'altro A E. Dico anchor il rimanente F D essere moltiplice del rimanente E B, come tutto C D di tutto AB. percioche essendo CD moltiplice di AB, come il numero tratto C F del numero tratto A E, sarà A B la medesima parte di C D, che è A E di C F. adunque per le cose gia dimostrate anchor il rimanente EB è la medesima parte del rimanente FD, che è tutto AB di tutto CD. onde il rimanente FD sarà moltiplice del rimanente EB, come tutto CD di tutto AB. il che si doueua dimostrare.



THEOREMA VI. PROPOSITIONE VIII.

Se vn numero di vn'altro numero sia le medesime parti che il numero tratto dall'vno del numero tratto dall'altro, sarà il rimanente del rimanente le medesime parti, che il tutto del tutto.

Il numero A B sia le medesime parti del numero C D, che il numero tratto dall'vno A E del numero tratto dall'altro C F. Dico il rimanente E B esser le medesime parti del rimanente F D, che tutto A B di tutto C D. pongasi G H vguale ad A B. qual parti dunque è G H di C D, le medesime è A E di C F. diuidasi G H nelle parti di C D, cioè G K K H: & A E diuidasi nelle parti di C F, cioè A L L E. sarà la moltitudine delle G K K H vguale alla moltitudine delle A L L E. & perche qual parte è G K di C D, la medesima è anchor A L di C F. ma C D è maggior di C F. adunque etiandio G K è maggior di A L. pongasi G M vgua-

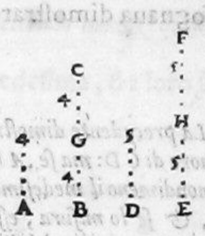


le ad A L. qual parte dunque è G K di C D, la medesima è anchor G M di C F. onde etiandio il rimanente M K è la medesima parte del rimanente F D, che il tutto G K del tutto C D. oltre à ciò perche qual parte è K H di C D, la medesima è E L di C F; & C D è maggiore di C F: sarà anchor K H maggiore di E L. pongasi K N vguale ad E L. qual parte dunque è K H di C D, la medesima è K N di C F. onde anchor il rimanente N H è la medesima parte del rimanente F D, che'l tutto K H del tutto C D. & si è dimostrato il rimanente M K esser la medesima parte del rimanente F D, che'l tutto G K del tutto C D. & l'un & l'altro M K N H è le medesime parti di D F, che'l tutto H G del tutto D C; & ciascuno di essi M K N H è vguale ad E B & H G à B A. adunque anchor il rimanente E B è le medesime parti del rimanente F D, che'l tutto A B del tutto C D. il che bisognaua dimostrare. 7. di questo.

THEOREMA VII. PROPOSITIONE IX.

Se vn numero sia parte di un numero, & vn'altro numero di vn'altro numero sia la medesima parte; etiandio permutandosi qual parte ò parti è il primo del terzo, la medesima parte ò le medesime parti sarà il secondo del quarto.

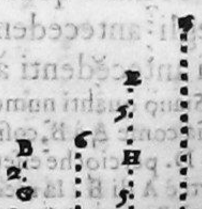
Il numero A sia parte del numero B C, & l'altro numero D la medesima parte dell'altro E F, che è A di B C. & sia A minore di D. Dico anchor permutandosi qual parte ò parti è A di D, la medesima parte, ò le medesime parti esser B C di E F. percioche essendo D la medesima parte di E F, qual è A di B C; quanti numeri sono in B C vguali ad A, tanti sono anchor in E F vguali a D. diuidasi B C in numeri vguali ad A, cioè B G G C: & E F diuidasi in numeri vguali à D, cioè E H H F. sarà la moltitudine di B G G C vguale alla moltitudine di E H H F. & perche i numeri B G G C sono vguali fra loro, & sono vguali E H H F: & la moltitudine di B G G C alla moltitudine di E H H F, qual parte ò parti è B G di E H, la medesima parte ò parti sarà anchor G C di H F. adunque qual parte ò parti è B G di E H, la medesima parte ò parti sarà l'uno & l'altro B C dell'un & l'altro E F. & B G è vguale ad A, & E H à D. qual parte dunque ò parti è A di D, la medesima parte ò le medesime parti sarà B C di E F. il che bisognaua dimostrare. 5. di questo. 6. di questo.



THEOREMA VIII. PROPOSITIONE X.

Se vn numero sia parti di vn numero & vn'altro di vn'altro sia le medesime parti, etiandio permutandosi qual parti è il primo del terzo, ò parte, le medesime parti ò la medesima parte sarà il secondo del quarto.

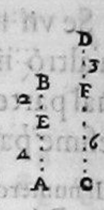
Sia il numero A B parti del numero C, & l'altro D E dell'altro F le medesime parti: & A B sia minore di D E. Dico anchor permutandosi qual parti è A B di D E ò parte, le medesime parti ò le medesime parti esser C di F. percioche essendo D E le medesime parti di F, che è A B di C, quante parti sono in A B di C, tante saranno in D E di F. diuidasi A B nelle parti di C, cioè A G G B. & D E diuidasi nelle parti di F, cioè D H H E, sarà la moltitudine delle parti A G G B vguale alla moltitudine delle D H H E. & perche qual parte è A G di C, la medesima



parte è DH di F, & permutādosi qual parte è AG di DH ò parti, la medesima parte ò le medesime parti sarà C di F. similmente qual parte ò parti è G B di H E, la medesima parte ò le medesime parti sarà C di F. adunque qual parte è A G di D H, ò parti, la medesima parte ò le medesime parti sarà A B di D E. ma qual parte è A G di D H ò parti, la medesima parte ò le medesime parti è C di F. qual parti dunque è A B di D E ò parte, le medesime parti ò la medesima parte è C di F. il che bisognaua dimostrare.

THEOREMA IX. PROPOSITIONE XI.

Se sia come tutto à tutto vn'altro, cosi il numero tratto dall'uno al numero tratto dall'altro, sarà il rimanente al rimanente, come il tutto al tutto.

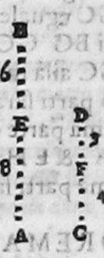


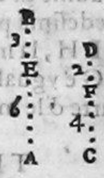
Sia come tutto A B à tutto CD, cosi il tratto dall'uno AE al tratto dall'altro C F. Dico anchora il rimanente EB esser cosi al rimanente F D, come tutto A B à tutto CD. percioche essendo come AB à CD, cosi A E à C F qual parte ò parti è A B di C D, la medesima parte ò le medesime parti sarà A E di C F. adunque anchora il rimanente E B sarà la medesima parte ò le medesime parti del rimenante F D, che è A B di C D. come dunque E B à F D, cosi è A B à C D. il che bisognaua dimostrare.

20. diff.
7. & 8. di questo.
per la conuersa della 20. diff.

IL COMMANDINO.

La precedente dimostratione conuiene quando A B sia minore di C D: ma se A B sia maggiore di CD, si dimostrerà nondimeno il medesimo, perche ò C B misura A B ò no, & se lo misura, essendo come A B à C D cosi A E à C F, sarà A B moltiplice di C D, come A E di C F. onde per le cose che noi habbiammo dimostrate alla settima di questo, etiandio il rimanente E B è moltiplice del rimanente F D, come tutto A B di tutto C D. adunque il rimanente E B al rimanente F D sarà come tutto A B à tutto C D. ma se CD non misura A B, perche come A B à C D cosi è A E à C F, qual parti è C D di A B, le medesime parti sarà C F di A E. onde anchor il rimanente FD è le medesime parti del rimanente E B, che è tutto C D di tutto A B. il rimanente dunque E B al rimanente F D sarà come tutto A B à tutto C D. il che bisognaua dimostrare.

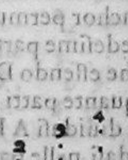




diff. 20.
per la cōuersa della 20. diff.
diff. 20.
8. di questo.
per la cōuersa della 20. diff.

THEOREMA X. PROPOSITIONE XII.

Se siano quanti numeri si vogliano proportionali, come vno degli antecedenti è ad vno de conseguenti, cosi saranno tutti gli antecedenti à tutti i conseguenti.



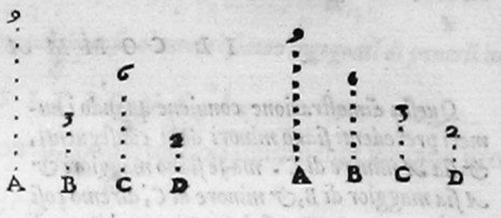
Siano quanti numeri si vogliano proportionali A B C D, & sia come A à B, cosi C à D. Dico come A à B, cosi esser AC à B D. percioche essendo come A à B cosi C à D, qual parte ò parti è A di B la medesima parte sarà C di D, ò le medesime parti. l'uno & l'altro dunque A C è la medesima parte ò parti dell'un & l'altro B D, che A di B. & pero come A à B, cosi è A C di B D. il che bisognaua dimostrare.

diff. 20.
5. & 6. di que. per la cōuersa della 20. diff.

SCHOLIO.

Questo è piu vniuersale del quinto, & del sesto, percioche le cose che si dimostrano in quelli separatamente nella parte & nelle parti, le medesime insieme in questo luogo si dimostrano.

IL COMMANDINO.

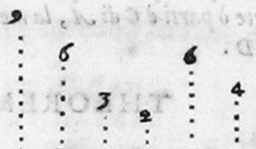


Questa demostratione anchora conuiene solamente quando i numeri antecedenti siano minori delli conseguenti. ma se siano maggiori, ò uero il B misura lo A ò no. se lo misura diremo cosi, percioche essendo come A a B, cosi C à D, sara A moltiplice di B, come C di D. adunque per le cose che habbiamo dimostrato alla quinta di questo, l'uno & l'altro A C è moltiplice dell'uno & l'altro B D, come A di B. come dunque A a B, cosi sara l'uno & l'altro A C all'uno & l'altro B D, & se B non misura A, argumenteremo in questa forma. perche come A a B cosi è C a D, quali parti è B di A, le medesime parti sara D di C. adunque anchor l'uno & l'altro A C sara le medesime parti dell'uno & l'altro B D che A di B. onde come A a B cosi sara A C a B D. cōuersa della 20 diff. 6. di questo. conuersa della 20. diff.

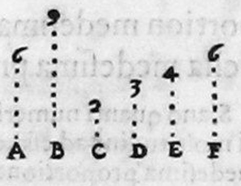
Il medesimo dimostreremo se siano piu numeri proportionali mettendo innanzi questo che segue.

Le proportioni de numeri che sono le medesime alla medesima, fra loro saranno le medesime.

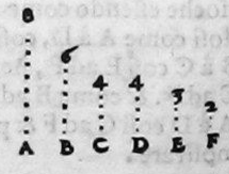
Sia come A a B, cosi C a D: & come C a D, cosi E ad F. Dico come A a B cosi essere E ad F. percioche se il numero A sia maggiore di B, essendo come A a B, cosi C a D, qual parte ò parti è B di A la medesima parte ò le medesime parti sarà D di C. & perche come C à D, cosi E ad F, qual parte ò parti è D di C, la medesima parte ò parti sarà F di E. qual parte dunque ò parti è B di A, la medesima parte ò parti sarà F di E. onde come A à B cosi E ad F. diff. 20.



Ma se A sia minore di B, perche come A à B cosi C à D, qual parte ò parti è A di B, la medesima parte ò parti sarà C di D. oltre à ciò perche come C à D, cosi E ad F, qual parte ò parti è C di D, la medesima parte, ò le medesime parti è E di F. adunque qual parte ò parti è A di B, la medesima parte ò parti è E di F. & però come A à B, cosi E ad F: il che habbiamo proposto de dimostrare. la cōuersa della 20. diff. conuersa della 20. diff.



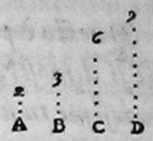
Dimostrato questo, siano i numeri proportionali ABC DEF & sia come A à D, cosi B ad E, & C ad F. per la medesima ragione dimostreremo come A à D cosi essere A B a D E. & perche come A a D, cosi C ad F, sara per le cose che habbiamo poco fa dimostrate, come A B a D E cosi C a F. non altrimenti dimostreremo come A B à D E, cosi essere A B C à D E F. come dunque A a D cosi saranno A B C a D E F, & medesimamente negli altri siano quanti si vogliano numeri proportionali. & questo conrisponde a quello che nella 12 del quinto si dimostra delle grandezze vniuersalmente.



THEOREMA XI. PROPOSITIONE XIII.

Se quattro numeri siano proportionali, anchor permutandosi saranno proportionali.

Siano quattro numeri proportionali A B C D. & sia come A à B cosi C à D. Dico permutandosi essere proportionali, cioè come A à C cosi essere B à D. percioche essendo come A à B cosi C à D, qual parte ò parti è A di B, la medesima parte, ò le medesime parti, sarà C di D. permutandosi dunque qual parte è A di C, ò parti, la medesima parte ò parti è B di D. onde come A à C, cosi è B à D. il che bisognaua dimostrare.



IL COMMANDINO.

Questa dimostratione conuiene quando i numeri precedenti siano minori delli conseguenti, & sia A minore di C. ma se siano maggiori & A sia maggior di B, & minore di C, diremo cosi perche come A a B cosi è C a D, qual parte ò parti è B di A la medesima parte ò parti sara D di C. adunque permutandosi qual parte ò parti è B di D, la medesima parte ò parti sara A di C. onde come A a C cosi è B a D. & se A sia maggiore di B & maggiore di C, argumenteremo cosi. perche come A a B cosi C a D, qual parte ò parti è D di C. la medesima parte ò parti sara B di A. adunque permutandosi qual parte ò parti è D di B, la medesima parte ò parti sarà C di A. è dunque come A à C, cosi B à D. & vltimamente se A sia minor di B, & maggiore di C in questo modo. perche come A a B cosi C a D, qual parte ò parti è C di D, la medesima parte ò parti è A di B. permutandosi dunque qual parte ò parti è C di A, la medesima parte ò parti è D di B, & perciò come A a C, cosi sara B a D.

20. diff.

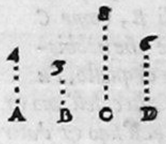
9. & 10. di questo.

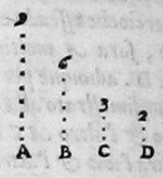
conuersa della 20. diff.

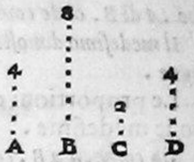
20. diff.

9. & 10. di questo.

conuersa della diff. 20.







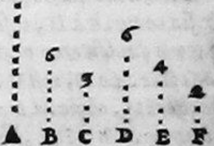
THEOREMA XII. PROPOSITIONE XIIII.

Se siano quanti numeri si vogliano, & siano altri numeri vguali di moltitudine à quelli, che si piglino à due à due, & nella proportion medesima, etiandio per la proportione vguale saranno nella medesima proportione.

Siano quanti numeri si vogliano ABC & altri vguali di moltitudine ad essi, che si piglino à due à due, & nella medesima proportione D E F, & sia come A à B, cosi D ad E; & come B ad C. cosi E à F. Dico anchor per l'ugual proportione come A à C, cosi esser D ad F. percioche essendo come A à B cosi D ad E, sara permutandosi come A à D, cosi B ad E. oltre aciò perche è come B à C cosi E ad F, permutandosi come B ad E, cosi sarà C ad F. & come B ad E, cosi era A à D. & come dunque A à D cosi C ad F & permutandosi come A à C cosi D ad F. il che bisognaua dimostrare.

per l'antecedente.

per le cose già dimostrate alla 12. di quest.

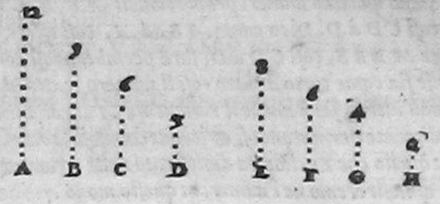


IL COMMANDINO.

Et se siano piu di tre numeri proportionali ABC DEF GH: & sia come A à B cosi

E d F,

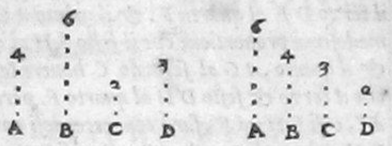
E à F, & come B à C, così F à G: & come C à D, così G ad H, dimostreremo similmente come A à C, così essere E à G. & perche è come C à D, così G ad H, dimostreremo anchora come A à D, così esser E ad H. & al medesimo modo ne gli altri. ma perche Euclide ha lasciato ne numeri la proportione conuersa, composta, & diuisa & la conuersione della proportione, noi accioche non manchi cosa alcuna ci siamo ingegnati di ponerli in questo luogo.



PROPOSITIONE I.

Se quattro numeri siano proportionali, conuertendosi similmente saranno proportionali.

Siano quattro numeri proportionali A B C D & sia come A à B, così C à D. Dico come B ad A, così essere D à C. percioche se A sia minore di B essendo come A à B così C à D, qual parte ò parti è A di B, la medesima parte ò parti sarà C di D. adunque come B ad A, così è D à C. diff. 10. conuersa del la diff. 20.



Et se A sia maggiore di B similmente, perche come A à B, così C a D, qual parte ò parti è B di A, la medesima parte ò parti sara D di C. come dunque B ad A, così D a C.

PROPOSITIONE II.

Se quattro numeri siano proportionali etiandio componendosi saranno proportionali.

Siano quattro numeri proportionali A B C D: & sia come A a B, così C a D. Dico come A B a B, così essere C D a D. perche essendo come A a B, così C a D. & permutandosi come A a C, così sara B a D. onde per la 12 di questo come A B a C D così è B a D. similmente dunque permutandosi come A B a B così C D a D.

PROPOSITIONE III.

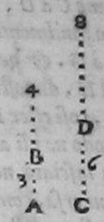
Se quattro numeri siano proportionali, diuidendosi medesimamente saranno proportionali.

Siano quattro numeri proportionali A B B C D D: & sia come il numero A B che è composto di due numeri A B al numero B, così C D che è composto di due C D a D. Dico come A a B così essere C a D. percioche essendo come A B a B, così C D a D, sara permutandosi come A B à C D, così B à D. ma se sia come tutto à tutto, così il numero tratto dall'uno al numero tratto dall'altro, sarà il rimanente al rimanente, come tutto à tutto. adunque A a C è come A B a C D. ma come A B a C D, così era B a D. per quello dunque che habbiamo dimostrato alla 12 di questo, come A a C, così sara B a D. & similmente permutandosi come A a B, così C a D. 13. di questo. 11. di questo.

PROPOSITIONE IIII.

Se quattro numeri siano proportionali per la conuersione della proportione saranno altresì proportionali.

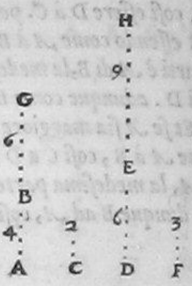
Siano quattro numeri proportionali A B B C D D: & sia come A B à B, cosi C D à D. Dico come A B ad A, cosi essere CD à C. percioche essendo
13. di questo. *come A B à B, cosi C D à D, sarà permutandosi come A B à C D, cosi B à D.*
11. di questo. *ma se sia come tutto à tutto cosi il numero tratto dall'vno à quello che è tratto dall'altro, sarà anche il rimanente A al rimanente C, come A B à CD: & similmente permutandosi & conuertendosi, come A B ad A, cosi C D a C. Ma quello che Euclide ha dimostrato nelle grandezze alla 24 del quinto libro noi dimostreremo ne i numeri in questo modo.*



PROPOSITIONE V.

Se il primo al secondo habbia la medesima proportione che il terzo al quarto, & habbia il quinto al secondo la proportione medesima, che'l sesto al quarto; composto il primo & il quarto al secondo hauerà la medesima proportione, che il terzo & il sesto al quarto.

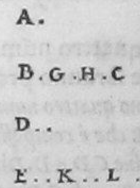
Il primo AB al secondo C habbia la proportione medesima, che il terzo D E al quartu F. & il quinto B G habbia al secondo C la medesima proportione che il sesto E H al quarto F. Dico il primo & il quinto A G al secondo C hauere la medesima proportione che il terzo & sesto D H al quarto F. percioche essendo come B G à C, cosi E H ad F, sarà conuertendosi come C à B G, cosi F ad
prima delle aggiunte. *E H. & perche come A B a C, cosi D E ad F, & come C a B G,*
14 di questo. *cosi F ad E H; sarà per l'vgual proportione come A B à B G, cosi*
seconda delle aggiunte. *D E ad EH. onde componendosi come AG à GB, cosi sarà DH ad H E. ma come G B à C, cosi E H ad F. similmente dunque per l'vgual proportione come A G a C, cosi D H ad F.*



THEOREMA XIII. PROPOSITIONE XV.

Se l'vnità misuri vn numero & vn'altro numero vgualmente ne misuri vn'altro; anchora permutandosi l'vnità misurerà il terzo, & il secondo il quarto vgualmente.

L'vnità A misuri qualche numero B C, & vn'altro numero D vgualmente misuri alcun'altro E F. Dico anchor permutandosi l'vnità A misurare il D come B C lo E F. percio che misurando l'vnità A il numero B C, come D lo E F, quãte vnità sono in B C, tanti numeri vguali à D sono in E F. diuidasi B C nell'vnità che sono in esso, cioè BG GH HC. & E F diuidasi in numeri vguali à D, EK KL LF. sarà dunque la moltitudine di B G GH HC vguale alla moltitudine delli E K KL LF. & perche l'vnità BG GH HC sono vguali fra loro; & sono i numeri E K KL LF fra loro vguali, & la moltitudine dell'vnità B G GH HC è vguale alla moltitudine de numeri E K KL LF, sarà come l'vnità B G al numero E K, cosi l'vnità G H al numero KL. & l'vnità H C al numero L F. & come vno de gli antecedenti ad vno de
12. di questo. conseguenti, cosi tutti gli antecedenti à tutti conseguenti. è dunque come B G al numero E K, cosi B C ad E F: & l'vnità B G è vguale all'vnità A, & il numero
diff. 20. EK al numero D. onde come l'vnità A e al numero D, cosi e B C ad E F. l'unità A dunque misura il numero D, come B C lo E F. il che bisognaua dimostrare.



THEOREMA XIIII. PROPOSITIONE XVI.

Se due numeri moltiplicandosi insieme produchino altri numeri, i numeri prodotti saranno vguali fra loro.

Siano due numeri A B, & A moltiplicando B faccia C. & B moltiplicando A faccia D. Dico C essere vguale à D. perche A moltiplicando B ha fatto C, misurerà B esso C per l'vnita che sono in A. & l'unità E misura il numero A per l'vnita che sono in esso. adunque l'vnita E misura il numero A, come B il C. onde permutandosi l'vnita E misura il numero B, come A il C. oltre a cio perche B moltiplicando A ha fatto D, misurerà A esso D per l'vnita che sono in B: & l'vnità E misura B per l'unità che sono in esso. adunque l'unità E misura il numero B, come A il D. ma l'unità E misura il numero B come A il C. misurando dunque A l'vno & l'altro di essi C D vgualmente, sarà C vguale a D. il che bisognaua dimostrare.

10. com. not.
6. com. not.
per l'antecedente.
4. com. not.

E . 1
A . . 2
B . . . 3
C 6
D 6

PROBLEMA XV. PROPOSITIONE XVII.

Se vn numero moltiplicando due numeri produchi altri numeri, i numeri prodotti haueranno la medesima proportione, che li moltiplicati.

Il numero A moltiplicando due numeri B C faccia D E. Dico come B a C, cosi essere D ad E. perche A moltiplicando B ha fatto D, misurerà B esso D per l'vnita che sono in A: & l'vnita F misura il numero A per l'vnita che sono in esso. adunque l'vnita F misura il numero A, come B il D. onde come l'vnita F al numero A, cosi è B a D: & per la medesima ragione, come l'vnita F al numero A, cosi è C ad E. & come dūque B a D cosi C ad E. & permutandosi come B a C, cosi D ad E. il che bisognaua dimostrare.

10 com. not.
6 com. not.
conuersa della diff. 20.

F . 1
A . . 2
B . . . 3
C . . . 4
D 6
E 8

IL COMMANDINO.

Il medesimo seguita anchora se vn numero moltiplicando piu di due numeri ne produchi altrettanti, percioche i numeri prodotti haueranno la medesima proportione, che li moltiplicati.

Il numero A moltiplicando tre numeri B C D faccia E F G. Dico come B a C, cosi essere E ad F: & come C a D, cosi F a G. dimostreremo similmente come l'vnita H al numero A, cosi essere B ad E, & C ad F, & D ad G. sarà dunque come B ad E, cosi C ad F, & D ad G. onde perche come B ad E, cosi è C ad F, sarà permutandosi, come B a C, cosi E ad F. oltre a cio perche come C ad F, cosi D a G, anchor permutandosi sarà come C a D, cosi F a G. adunque come B a C, cosi E ad F: & come C a D, cosi F a G. il che bisognaua dimostrare.

H . 1
A . 2
B . . . 3
C . . . 4
D . . . 5
E 6
F 8
G 10

THEOREMA XVI. PROPOSITIONE XVIII.

Se due numeri moltiplicando vn numero produchiuo altri numeri, i numeri prodotti haueranno la medesima proportione, che li moltiplicanti.

Due numeri A B moltiplicando vn numero C facciano D E. 16. di questo. Dico come A à B, cosi essere D ad E. perche A moltiplicando C ha fatto D, etiandio C moltiplicando A ha fatto D. & per la medesima ragione C moltiplicando B ha fatto E. onde il numero C per l'antecedente. moltiplicando due numeri A B ha fatto D E. adunque come A à B cosi è D ad E. il che bisognaua dimostrare.

A...3
B....4
C..2
D......6
E........8

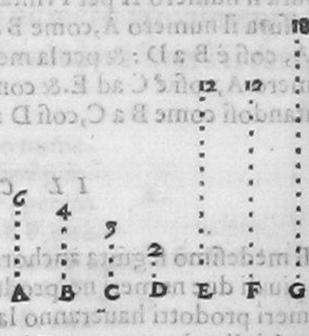
IL COMMANDINO.

Et se piu di due numeri moltiplicando vn numero ne produchino altrettanti, li prodotti haueranno la proportion medesima, che li moltiplicanti. il che dimostreremo nell'istesso modo.

THEOREMA XVII. PROPOSITIONE XIX.

Se quattro numeri siano proportionali, quello che si produce dal primo & dal quarto, sarà vguale à quello che si produce dal secondo & dal terzo: & se quel numero che si produce dal primo & dal quarto sia vguale à quello che si produce dal secondo & dal terzo, i quattro numeri saranno proportionali.

Siano quattro numeri proportionali A B C D: & sia come A à B, cosi C à D: & A moltiplicando D faccia E, & B moltiplicando C faccia F. Dico E essere vguale ad F. moltiplicando A esso C faccia G. & perche A moltiplicando C ha fatto G, & moltiplicando D ha fatto E; il numero A moltiplicando due mumeri C D ha fatto G E. (17. di questo.) è dunque come C à D, cosi G ad E. & come C à D cosi A à B. onde come A à B, cosi è G ad E. similmente perche A moltiplicando C ha fatto G, & anchor B moltiplicando C ha fatto F; (per l'antecedente.) due numeri A B moltiplicando vn numero C hanno fatto G F. come dunque A à B, cosi G ad F. ma come A a B, cosi G ad E, (A) adunque come G ad E, cosi è G ad F. & hauendo G all'uno & l'altro di loro E F la medesima proportione, sara E vguale ad F. Ma sia E vguale ad F. Dico come A a B, cosi essere C a D. hauendo fatte le medesime cose, perche A moltiplicando C D ha fatto G E, (17. di questo.) sara come C a D, cosi G ad E. & E è vguale ad F. (B) adunque come G ad E, cosi G ad F. ma come G ad E, cosi C a D. (C) onde & come C a D cosi G a F; & come G ad F, cosi A a B. come dunque A a B, cosi C a D. il che bisognaua dimostrare.



IL COMMANDINO.

(A) Et hauendo G all'uno & l'altro di loro E F la medesima proportione, sara E vguale ad F] *questo è chiaro per la 20 diffinitione. percioche se G sia maggiore di E ò F, saranno*

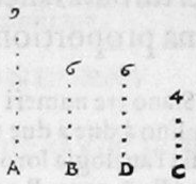
ranno amendue E F ò la medesima parte, ò le medesime parti di G. & se G sia minore, sara G la medesima parte ò le medesime parti di amendue E F. onde è necessario che E F siano vguali fra loro. 3. 4. com. not.

Et E è vguale ad F. adunque come G ad E, cosi G ad F] *per la conuersa della 20 diffinitione perche ò ciascuno di essi E F sia la medesima parte ò le medesime parti di G ò uerò G sia la medesima parte ò parti di ciascuno E F, sara come G ad E, cosi G ad F.* B

Et come G ad F cosi A a B] *perche due numeri A E moltiplicando C fanno G F, come A a B cosi sara G ad F.* C 18. di questo.

THEOREMA XVIII. PROPOSITIONE XX.

Se tre numeri siano proportionali, quello che si produce dagli estremi sarà vguale à quello che si produce dal numero di mezo: & se quello che si produce da gli estremi sia vguale à quello che si produce dal numero di mezo, sarannoi tre numeri proportionali.



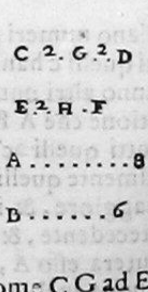
Siano tre numeri proportionali A B C, & sia come A a B, cosi B a C. Dico il numero che si produce da A C esser vguale a quello che si produce da B. pongasi D vguale a B. è dunque come A a B, cosi D a C. onde quello che si produce da A C è vguale a quello che si produce da BD. & quello che si produce da B D è vguale a quello che si produce da B percioche B è vguale a D. quello dunque che si produce da A C, è vguale à quello che si produce da B. Ma quello che si produce da A C sia vguale a quello che si produce da B. Dico come A a B, cosi esser B a C. & perche quello che si produce da A C è vguale a quello che si produce da B. & quello che si produce da B è vguale a quello che si produce da B D. sara come A a B, cosi D a C. ma B è vguale a D. adunque come A a B cosi B a C. il che bisognaua dimostrare.

per l'antecedente.

per l'antecedente.

THEOREMA XIX. PROPOSITIONE XXI.

I numeri minori di tutti quelli c'hanno la medesima proportione, misurano vgualmente quelli c'hanno la medesima proportione, cioè il maggiore misura il maggiore, & il minore il minore.



Siano i numeri CD EF minori di tutti quelli c'hãno la medesima proportione che A à B. Dico C D misurare esso A, come E F misura B. percioche il numero C D non è parti di A. sia C D se gliè possibile parti di A. adunque E F sarà le medesime parti di B, che C D di A. onde quante parti sono in C D di A tante parti saranno in E F di B. diuidasi C D nelle parti di A, cioè C G G D: & E F si diuida nelle parti di B, cioè E H HF. sarà dunque la moltitudine delle C G G D. vguale alla moltitudine delle E H HF. & perche C G G D sono vguali fra loro, & sono anchora E H H F fra loro vguali: & è la moltitudine delle C G G D vguale alla moltitudine delle EH HF, sarà come C G ad EH, cosi G D ad H F. adunque come vno degli antecedenti ad vno de conseguenti, cosi saranno tutti gli antecedenti à tutti i conseguenti. onde come C G ad E H,

20. diff.

*

cosi è C D ad E F. & però C G E H sono nella medesima proportione, nella qua
12. di quest o. le sono C D E F minori di essi. il che è impossibile, perche si pongono C D E F numeri minori di quelli c'hanno la medesima proportione. onde C D non è parti di A, & però è parte: & E F è la medesima parte di B, che C D di A. adunque C D misura A, come E F misura B. il che bisognaua dimostrare.

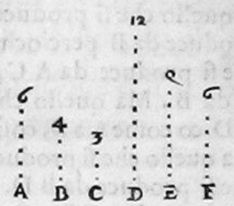
IL COMANDINO.

* Sarà come C G ad E H, cosi G D ad H F] *per la conuersa della vigesima diffinitione. perche essendo C G G D fra loro vguali, & parimente fra loro vguali E H H F, se C G sia minore di E H, qual parte ò parti è C G di E H, la medesima parte ò le medesime parti sara G D di H F, ma se sia maggiore qual parte ò parti è E H di C G, la medesima parte ò le medesime parti sara H F di G D. adunque come C G ad E H, cosi G D ad H F.*

THEOREMA XX. PROPOSITIONE XXII.

Se siano tre numeri & siano altrettanti numeri che si piglino à due à due nella medesima proportione, & sia l'analogia loro perturbata, anchor per la proportion vguale saranno nella medesima proportione.

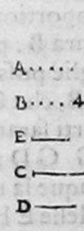
Siano tre numeri A B C & altrettanti numeri, che si piglino à due à due nella medesima proportione D E F. & sia l'analogia loro perturbata. & come A à B cosi sia E ad F, & come B a C, cosi D ad E. Dico anchora per l'ugual proportione come A a C, cosi esser D ad F. per
19. di questo. cioche essendo come A a B, cosi E ad F, quello che si fa da A F, sara vguale a quello che si fa da B E. similméte perche come B a C cosi è D ad E, quello che si fa da C D sara uguale a quello che si fa da B E: & si e dimostrato
19. di questo. quello che si fa da A F essere vguale a quello che si fa da B E. adunque quello che si fa da A F è vguale a quello che si fa da C D: & però come A a C cosi è D ad F. il che bisognaua dimostrare.



THEOREMA XXI. PROPOSITIONE XXIII.

I numeri primi fra loro sono minori di tutti quelli c'hanno la medesima proportione.

Siano numeri primi fra loro A B. Dico A B essere minori di tutti quelli c'hanno la medesima proportione. & se non è cosi, saranno altri numeri minori di A B, c'hanno la medesima proportione che A B. siano C D. perche dunque i numeri minori
21. di questo. di tutti quelli c'hanno la medesima proportione misurano vgualmente quelli c'hãno la medesima proportione, il maggiore il maggiore, & il minore il minore, cioè l'antecedente misura l'antecedente, & il conseguente il conseguente, il numero C misurera esso A, come D il B & quante volte C misura A, tante vnita siano in E. adunque anchor D misura B per l'unita che sono in E. & perche C misura A per
6. com. no: l'vnita, che sono in E, il numero E misurera A per l'unita che sono in C. & per la medesima ragione E misurera B per l'unita che sono in D. adunque E mi



sura A B primi fra loro, che è impossibile. non saranno dunque altri numeri mi nori di A B, che habbiano la medesima proportione, & però A B sono minori di tutti quelli c'hanno la medesima proportione. il che bisognaua dimostrare.

THEOREMA XXII. PROPOSITIONE XXIIII.

I numeri minori di tutti quelli c'hanno la medesima proportione sono primi frà loro.

Siano i numeri A B minori di tutti quelli c'hanno la medesima proportione. Dico essere primi fra loro. perche se A B non sono fra loro primi, qualche numero gli misurera. misurigli, & sia C. & quante uolte C misura A, tante unita siano in D, & quante volte C misura B, tante vnita siano in E, & perche C mi sura A per l'unita che sono in D, moltiplicando C il D ha fatto A. & per la medesima ragione. il C moltiplicando E ha fatto B. onde perche il numero C moltiplicando due numeri D E fa AB, sara come D ad E, cosi A a B. adunque D E sono nella medesima proportione che A B, minori di essi, che è impossibile. non misurera dunque A B alcun altro numero: & pero A B sono primi fra loro. il che bisognaua dimostrare.

A..... 6
B.... 5
C——
D—— 1
E——

10. com. not.
17. di questo.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIONE XXV.

Se due numeri sono primi fra loro, quel numero che misura vno di essi, sarà primo al rimanente.

Siano due numeri primi fra loro A B, & qualche numero C misuri A. Dico anchor B C esser primi fra loro, perche se B C non siano primi fra loro, qualche numero gli misurerà. misurigli & sia D. & perche D misura C, & C misura A, etiandio D misurerà esso A: & misura B. adunque D misurerà i numeri A B primi fra loro, che è impossibile. onde niun numero misurerà i numeri B C. & però B C sono primi fra loro. il che bisognaua dimostrare.

A...... 6
B.... 5
C... 3
D —

THEOREMA XXIIII. PROPOSITIO. XXVI.

Se due numeri sono primi ad alcun numero, anchor quello che si produrrà da loro, sarà primo al medesimo.

Due numeri A B ad un numero C siano primi: & A moltiplicando B faccia D. Dico C D esser primi fra loro. percioche se C D non siano primi fra loro, qualche numero gli misurerà; misurigli & sia E. & perche C A sono primi fra loro, & il numero E misura C, saranno E A primi fra loro: & quante volte E misura D, tante vnita siano in F. onde anchor F misura D per l'unità che sono in E. adunque E moltiplicando F ha fatto D. ma etiandio A moltiplicando B ha fatto D. quello dunque che è produtto da E F è vguale à quello che è produtto da A B. ma se quello che è produtto dagli estremi sia vguale al produtto da quelli di mezo i quat

A.. 2 B ... 3
C.... 5
D—— 6
E——
F——

per l'antecedente.
8. com. not.
9. com. not.
14. di questo.

23. di questo. tro numeri saranno proportionali. e dunque come E ad A, cosi B ad F. & A E
1. di questo. sono primi fra loro, & li primi sono anche minori; & li minori di tutti quelli c'han no la proportion medesima vgualmēte misurano quelli c'hãno la medesima proportione il maggiore il maggiore, & il minore il minore, cioè l'antecedēte l'antecedente, & il conseguente il conseguente. adunque E misura B: & misura anchor C. & pero E misura i numeri B C primi fra loro, il che è impossibile. niun numero dunque misurerà i numeri C D. la onde C D sono primi fra loro. il che bisognaua dimostrare.

THEOREMA XXV. PROPOSITIONE XXVII.

Se due numeri sono primi fra loro, quel che si produce da vno di essi sarà primo al rimanente.

Siano due numeri primi fra loro A B. & A moltiplicando se medesimo produca C. Dico B C essere primi fra loro. pongasi D vguale ad A. & perche A B sono primi fra loro, & A è vguale à D, anchor D B saranno primi fra loro. ciascuno dunque di essi A D è primo à B. onde quello che si produce da A D sarà primo à B. ma quello che si produce da A D è C: & pero C B sono primi fra loro. il che bisognaua dimostrare.

per l'antecedente.

A..2 B...3

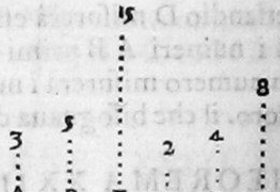
C....4

D..2

THEOREMA XXVI. PROPOSITIONE XXVIII.

Se due numeri à due numeri sono primi, l'uno all'altro, etiandio quelli che si producono da essi, saranno primi fra loro.

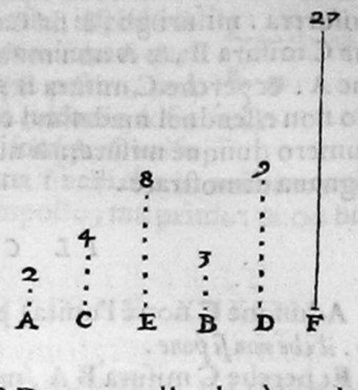
Due numeri A B à due altri numeri C D, l'uno all'altro siano primi; & A moltiplicando B faccia E, & C moltiplicando D faccia F. Dico E F esser primi fra loro. percioche essendo l'uno & l'altro
26. di questo. A B primo à C, anchor quello che è prodotto da A B sarà primo à C: & quello che è prodotto da A B è il numero E. adunque E C sono primi fra loro. & per la medesima ragione E D sono primi fra loro. l'uno & l'altro dunque di essi C D è primo ad E. & però quello che è produtto da C D sarà primo ad E. & quello che è produtto da C D è il numero F. onde E F saranno primi fra loro. il che bisognaua dimostrare.



THEOREMA XXVII. PROPOSITIONE XXIX.

Se due numeri sono primi fra loro, & ciascuno moltiplicando se stesso produca altri numeri, i prodotti saranno fra loro primi: & se li numeri posti da principio moltiplicando quelli che sono prodotti, producano altri numeri, anchor quelli saranno primi fra loro: & sempre cio auuiene intorno à gli estremi.

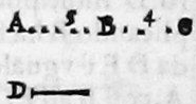
Siano due numeri primi fra loro A B . & A moltiplicãdo se stesso faccia C: & moltiplicãdo C faccia E. & B moltiplicando se stesso faccia D & moltiplicando D faccia F. Dico C D & E F essere primi fra loro. percioche essendo A B primi fra loro, & A moltiplicando se stesso ha fatto C, saranno C B primi fra loro. Et perche C B sono primi fra loro, & B moltiplicando se stesso ha fatto D, saranno C D primi fra loro. 27. di questo. similmente perche A B sono fra loro primi, & B moltipli cãdo se stesso ha fatto D, saranno A D primi fra loro. essendo dunque due numeri A C a due nu meri B D primi l'vno all'altro, anchor quello che è prodotto da A C sara primo al prodotto da B D. ma quello che è prodotto da A C è il numero E: & quello che è prodotto da B D e F. adunque E F sono primi fra loro. il che bisognaua dimostrare. per l'antecedente.



THEOREMA XXVIII. PROPOSITIONE XXX.

Se due numeri sono primi fra loro; & l'uno & l'altro insieme à ciascuno di essi sarà primo. & se l'vno & l'altro insieme ad vno di essi è primo, i numeri posti da principio parimente saranno primi fra loro.

Componganſi due numeri primi fra loro A B B C. Dico l'vno & l'altro insieme cioè A C a ciascuno di essi A B B C esser primo. percioche se C A A B non siano primi fra loro, qualche numero gli misurerà. misurigli, & sia D. perche dunque D misura i nume ri C A A B, misurerà anche il rimanente B C. & misura B A. adun que D misura li A B B C primi fra loro. il che è impossibile. 13 .com.not. niun numero dunque misura i numeri C A A B, & però A B A C sono primi fra loro. onde C A è primo à ciascuno di essi. Siano oltre à cio C A A B fra loro primi. Dico A B B C esser primi fra lo ro. A perche se A B B C non siano primi fra loro, qualche numero gli misurerà. mi surigli, & sia D. & perche D misura ciascuno delli A B B C, misurerà anche tutto C A: & misura A B. adunque D misura C A A B primi fra loro. il che è impossibile. 11. com. not. & pero niun numero misurerà li numeri A B B C. onde A B B C sono primi fra loro. il che bisognaua dimostrare. B



IL COMMANDINO.

Onde C A è primo à ciascuno di essi] *percioche nel medesimo modo si dimostrera A C C B essere primi fra loro.* A

Onde A B B C sono primi fra loro] *il medesimo seguira se A C C B siano primi fra loro. il che dimostreremo nell'istesso modo.* B

THEOREMA XXIX. PROPOSITIONE XXXI.

Ogni numero primo ad ogni numero, quale egli non misura sarà primo.

Sia numero primo A, che nõ misuri il numero B. Dico B A esser primi fra loro.

perciochc ſe B A non ſiano primi fra loro, qualche numero gli
A miſurera . miſuri gli , & ſia C . adunque C non è l'unita. & per A... 5 B..... 5
B che C miſura B , & A non miſura B , non ſarà C il medeſimo
che A . & perche C miſura B A , miſurerà anchor A che è pri- C —
mo non eſſendo il medeſimo che A . il che è impoſsibile . niun
numero dunque miſurerà li numeri B A . onde B A ſono primi fra loro. il che bi
ſognaua dimoſtrare .

IL COMMANDINO.

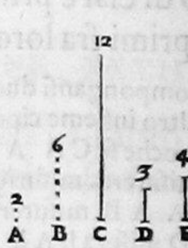
A Adunque C non è l'unita] *percioche ſe l'unita ſola gli miſuri , ſarebbono primi fra loro . il che non ſi pone .*

B Et perche C miſura B A , miſurera anchor A , che è primo , non eſſendo il
7. com. not. medeſimo che A , che è impoſsibile] *percioche ogni numero miſura ſe medeſimo .*

THEOREMA XXX. PROPOSITIONE XXXII.

Se due numeri moltiplicandoſi fra loro producano un'altro numero, & un numero primo miſuri il numero prodotto , miſurera etiandio uno di quelli che furon poſti da principio .

Due numeri A B moltiplicandoſi inſieme producano
C : & qualche numero primo miſuri eſſo C , che ſia D .
Dico D miſurare vno di eſsi A B . & non miſuri A : & D è
per l'antecedente. numero primo . adunque A D ſono primi fra loro . &
quante volte D miſura C , tante vnità ſiano in E . perche
dunque D miſura C per l'vnità che ſono in E , il nume-
9.com. not. ro D moltiplicando E ha fatto C . ma anchor A molti-
plicando B ha fatto C . adunque quello che è prodotto
19. di queſto. da D E è vguale al prodotto da A B . onde e come D ad
23 di queſto. A, coſi B ad E: & ſono A D primi fra loro . ma li primi ſo
21. di queſto . no minori di tutti & li minori di tutti miſurano vgualmen
te quelli c'hanno la medeſima proportione, il maggiore il maggiore, & il minore
il minore, cioe l'antecedente l'antecedente, & il conſeguente il conſeguente. adun
que D miſura B . dimoſtreremo ſimilmente ſe D non miſuri B , miſurare eſſo A.
onde D miſura vno di eſsi A B . il che biſognaua dimoſtrare .



THEOREMA XXXI. PROPOSITIONE XXXIII.

Ogni numero compoſto è miſurato da qualche numero primo.

Sia A numero compoſto . Dico qualche numero primo miſu
diff. 13. rare eſſo A. percioche eſſendo A numero compoſto, ſarà miſura A........ 8
to da qualche numero . ſia miſurato da B . & ſe B e primo quel-
lo che cerchiamo, e manifeſto . ma ſe ſia compoſto qualche nu- B.... 4
12. com. not. mero lo miſurera . miſurilo , & ſia C . & perche C miſura B , & C.. 2
B miſura A , C miſurera anchor A . & ſe C etiandio e primo
quello che cerchiamo e manifeſto. ma ſe e cõpoſto qualche numero lo miſurerà .
& fatta queſta conſideratione ſi laſcierà vltimamẽte qualche numero primo che
3. poſt. miſurerà il precedente , & anchor A. che ſe non ſi laſci vn numero primo infiniti
numeri miſureranno eſſo A, de quali vno e minore dell'altro. il che non ſi può fare ne i numeri. adunque ſi laſcerà qualche numero , il quale miſurerà & il precedente & eſſo A . la onde il numero compoſto è miſurato da qualche numero primo. il che biſognaua dimoſtrare.

IN ALTRO MODO. Sia il numero composto A. Dico che qualche numero primo misura esso A. percioche essendo A cõposto qualche numero lo misurerà. & sia B minore di tutti quelli che misurano A. Dico B esser primo. che se non sia primo, sarà cõposto. adũque qualche altro numero lo misurerà. misurilo & sia C. sarà C minore di B: & perche C misura B: & B misura A, C misurerà anchor A, minor di B. il quale è minore di tutti quelli che lo misurano. il che è inconueniente. adunque B non è numero composto, ma primo. & cio bisognaua dimostrare.

A.........9
B...3
C..

THEOREMA XXXII. PROPOSITIONE XXXIIII.

Ogni numero ò uero è primo, ò uero è misurato da qualche numero primo.

Sia A vn numero. Dico che A ò uero è primo, ò vero è misurato da qualche numero primo. & se A è primo, quello che si cercha è manifesto. ma se è composto, sarà misurato da qualche numero primo. adunque ogni numero ò vero è primo, ò uero è misurato da qualche numero primo. il che bisognaua dimostrare. per l'antecedente.

A...3
A......6
...3

PROBLEMA III. PROPOSITIONE XXXV.

Dati quanti numeri si vogliano, trouare li minori di tutti quelli, c'hanno la medesima proportione.

Siano dati quanti numeri si vogliano A B C. bisogna trouare li minori di tutti quelli c'hanno la medesima proportione, che A B C. adunque A B C ò sono primi fra loro, ò no. se sono primi, saranno anche minori di quelli, c'hanno la medesima proportione. 23. di questo. & se non sono primi, piglisi la commune maggiore misura loro D. 3. di questo. & quante volte D misura ciascuno di essi A B C, tante vnita siano in ciascuno di questi E F G. adunque ciascuno di essi E F G misura ciascuno di essi A B C per l'unita che sono in D. onde E F G misureranno vgualmente A B; & però E F G sono nella medesima proportione nella quale è A B C. 18. di questo. Dico quelli essere anche minori. percioche se EFG non siano minori di quelli, c'hanno la medesima proportione, che A B C; saranno alcuni minori di E F G nella medesima proportione che A B C, siano H K L. adunque H misurerà A, come l'uno & l'altro d'essi K L misura l'uno & l'altro B C. 21. di questo. & quante volte H misura A, tante vnità siano in M. onde l'uno & l'altro K L misura l'uno & l'altro B C per l'unita che sono in M. & perche H misura A per l'unita che sono in M, & M misurerà A per l'unita che sono in H. per la medesima ragione M misurerà l'uno & l'altro di essi BC per l'unita che sono nell'uno & l'altro K L. 8. com. not. adunque M misurerà A B C. oltre à questo perche H misura A per l'unità che sono in M, H moltiplicando M ha fatto A. per la medesima ragione anchor E moltiplicando D ha fatto A. 9. com. not. adunque quello che è prodotto da E D è vguale à quello che è prodotto da H M. onde come E ad H, cosi è M à D. ma E è maggiore di H. adunque M è maggiore di D. & misura A B C, che è impossibile, percioche si pone D la maggiore commune misura delli A B C. non saranno 19. di questo. per le cose dimostrate nella 16. del 5.

A......6
B........8
C..........10
D..2
E...3
F—4
G—5
H
K
L
M

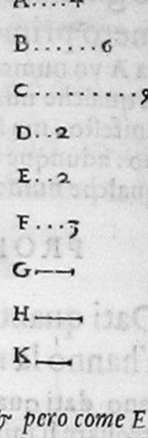
dunque

dunque alcuni numeri minori delli E FG nella medesima proportione che ABC. onde E F G sono minori di tutti quelli c'hanno la medesima proportione, che A B C. il che bisognaua dimostrare.

IL COMMANDINO.

Perche spesse volte ci bisogna trouare due numeri minori di tutti nella data proportione, ci è piacciuto aggiungere in questo luogo il seguente problema.

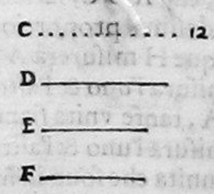
Dati quanti numeri si vogliano continuamente proportionali, trouare due numeri minori di tutti quelli c'hanno la medesima proportione.



Siano dati quanti numeri si vogliano continuatamente proportionali A B C. bisogna trouare due numeri minori c'habbiano la medesima pro-
23. di questo. *portione che A B C. onde A B ò sono primi fra loro, ò no. & se sono pri-*
2. di questo. *mi saranno minori di tutti quelli c'hanno la medesima proportione. ma se non sono primi, piglisi la lor commune maggior misura D. & quante uolte D misura A, tante vnita siano in E, & quante volte il medesimo misura B, tante vnita siano in F. adunque etiandio EF misurano vgualmente AB,*
10 di questo. *& pero E F sono nella medesima proportione che A B. Dico anchor E F essere minori. percioche se non sono minori, saranno alcuni numeri minori*
21. di questo. *di E F, quali haueranno la medesima proportione, che A B. siano G H. adunque G misura A, come H misura B. & quante volte G misura A tante vnità siano in K. la onde H misurerà B per l'unita che sono in K: & pero K misurerà A per l'unita che sono in G, & misurerà B per l'unita che sono in H. adunque K misurerà A B. & perche G misura A per l'unita*
8. com. not. *che sono in K, il G moltiplicando K ha prodotto A. oltre à cio perche E mi*
19. di questo. *sura A per l'unita che sono in D, anchor E moltiplicando D ha prodotto A. adunque quello che è prodotto da E D è vguale al prodotto da G K. & pero come E à G, cosi sarà K à D. & E è maggiore di G. adunque anchor K sarà maggiore di D; & misurerà A B che è impossibile, percioche D era la maggior commune misura loro. onde non si trouano numeri minori di E F, quali habbiano la proportione medesima che A B. & perche come A à B, cosi è B à C, saranno E F numeri minori di tutti nella medesima proportione che A B C. si sono dunque trouati li numeri E F, quali hanno la medesima proportione che A B C. & cio bisognaua fare.*

PROBLEMA IIII. PROPOSITIONE XXXVI.

Dati due numeri trouare il minor numero misurato da loro.



Siano dati due numeri A B. bisogna trouare il minor numero che da loro sia misurato. i numeri A B ò sono primi fra loro ò no. siano primieramente A B
16. di questo primi fra loro: & A moltiplicando B produca C. adunque anchor B moltiplicando A ha prodotto C: & però i numeri A B misurano esso C. Dico etiandio C esser minore: percioche se non sia cosi, misureranno i numeri A B qualche numero minore di C. misurino D. & quante volte A misura D, tante vnità siano in E. & quante volte B misura D, tante vnità siano in F. adunque A moltiplicando E ha prodotto D. & B moltiplicando F ha pro
19. di questo. dotto D. onde il numero che è prodotto da A E è vguale à quello che è prodotto
23. di questo. da B F. come dunque A à B cosi F ad E. & sono A B primi. ma li primi sono an-
21. di questo. chor minori di tutti, & i minori di tutti misurano vgualmente quelli c'hanno la medesima proportione, il maggiore il maggiore, & il minore il minore. adunque B misura E. & il conseguente il conseguente. & perche A moltiplicando i nu

meri

meri B E ha prodotto C D, sarà anchor come B ad E, cosi C ad D. & B misu-
ra E. adunque anchor C misura D, il maggiore il minore, che non è possibile. & 18. di questo.
pero A B non misureranno alcun numero minore di C, quando A B siano primi
fra loro. adunque A B misurano il numero C minore di tutti. Ma non siano A B
primi fra loro: & piglinsi numeri minori di tutti quelli c'hanno la medesima pro
portione che A B: & siano F E. adunque quello che è prodotto da A E è vguale
al prodotto di B F. & A moltiplicando E produchi C. adunque anchor B molti 19. di questo.
plicando F ha prodotto C. & pero A B misurano esso C.

Dico etiandio esser minore. percioche se non sia cosi, mi
sureranno A B qualche numero minore di C. misurino D;
& quante volte A misura D, tante vnità siano in G. &
quante volte B misura D, tante vnità siano in H. adun-
que A moltiplicando G ha fatto D, & B moltiplicando 9 com. nor.
H ha fatto D: & pero quello ch è prodotto da A G è v-
guale à quello che è prodotto da B H. come dunque A à B, 19. di questo.
cosi H à G. ma come A à B, cosi F ad E. onde come F ad E 21. di questo.
cosi H à G. & sono F E minori di tutti. & li minori di tut-
ti misurano vgualmente quelli che hanno la medesima pro
portione, il maggior il maggiore, & il minor il minore. adunque E misura G. &
perche A moltiplicando E G ha prodotto C D, come E à G, cosi sarà C à D. ma
E misura G. adunque C misura D, il maggior il minore che è impossibile. onde 18. di questo.
A B non misurano alcun numero minore di C. & pero misurano C minore di tut
ti. il che bisognaua dimostrare.

F . 2A 4
E . . 3B 6
C 12
D
G
H

S C H O L I O.

Chiama minor numero quello, il minor del quale due numeri misu-
rar non possono, come è 15 percioche due numeri 3 & 5 non misurano
vn numero minore di quello.

THEOREMA XXXIII. PROPOSITIONE XXXVII.

Se due numeri misurino vn'altro numero, anchor il minor nu-
mero misurato da quello misurerà il medesimo.

Due numeri A B misurino qualche numero C D.
& misurino E minore di tutti. Dico E misurare C D.
percioche se E non misura C D, E misurando F D lasci
C F minore di se stesso. & perche A B misurano E &
E misura D F, anchor A B misureranno D F. ma mi 12. com. not.
surano anche tutto C D. adunque misureranno eti-
andio il rimanente C F, minore di E, che è impossi- 13. com. not.
bile. non è dunque vero che E non misuri C D. on-
de è necessario che lo misuri. il che bisognaua di-
mostrare.

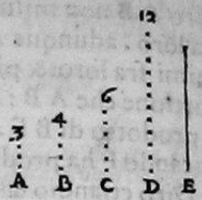
A . . 2
B . . . 3
E 6
C —— F —— D

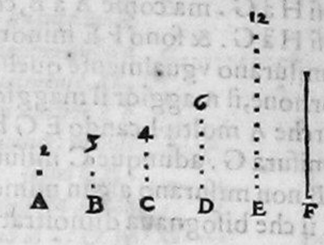
PROBLEMA V. PROPOSITIONE XXXVIII.

Dati tre numeri trouar il minor numero misurato da loro.

Siano i numeri dati A B C. bisogna trouare il minor numero misurato da lo-
ro. piglisi D quale sia il minore misurato da A B. onde C ò misura D ò no misu- 36. di questo.

rilo prima. ma anchor A B misurano D. adunque A B C misureranno D. Dico etiandio essere il minore, che se non è cosi, misureranno A B C alcun numero minore di D, misurino E. perche dunque ABC misurano E, anchor AB misurano E. adunque il minore che è misurato da A B
per l'antecedente. lo misurerà. ma il minore che è misurato da A B è D. onde D misura E. il maggiore il minore, che è impossibile. adunque ABC nõ misurano alcun numero minore di D, & però A B C misurano D che è il minore. ma C non mi
36. di questo suri D, & piglisi il minor numero E, quale sia misurato da
12. com. not. C D. onde perche A B misurano D, & D misura E., anchor A B misureranno E, & C misura E. adunque A B C misurano E. Dico anche il minore: & se non è minore, A B C misureranno vn numero minor di E. misurino F. & perche A B C
per l'antecedente. misurano F, anchor A B lo misureranno. adunque il minore quale è misurato da A B, misure ra F, & il minore misurato da A B è D. onde D misura F, & C anchor lo misura. adunque D C misureranno F. & pero il minore che è misurato da D C misurerà F. ma il minore misurato da D C è E. adunque E misura F, il maggior il minore, che è impossibile. per la qual cosa A B C non misurano alcun numero minore di E. adunque A B C misurano il numero E minore. il che bisognaua dimostrare.

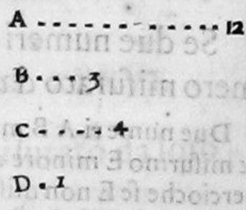




THEOREMA XXXIIII. PROPOSITIONE XXXIX.

Se vn numero misura vn'altro numero, il numero misurato hauera la parte nominata da quello che lo misura.

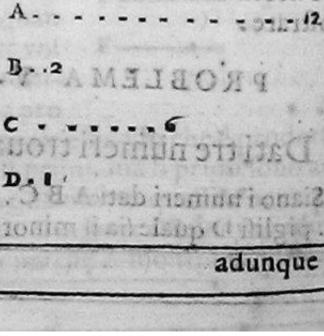
Vn numero B misuri il numero A. Dico A hauere la parte denominata da B. percioche quante uolte B misura A, tante vnita siano in C. perche dunque B misura A per l'unita che sono in C, & l'unita D misura C per l'unita che sono in esso, l'unita D misurerà il nume-
13. di questo. ro C, come B misura A. onde permutandosi l'unità D misurerà il numero B, come C misura A. qual parte dunque è l'unità D del numero B, la medesima parte è C
5. com. not. di A. ma l'unità D è parte del numero B denominata da esso. adunque anchor C è parte di A denominata da B. onde A ha la parte C denominata da B. il che bisognaua dimostrare.



THEOREMA XXXV. PROPOSITIONE XL.

Se vn numero ha qualunque parte, il numero denominato da quella parte lo misurerà.

Il numero A habbia qualunque parte B. & da B sia denominato il numero C. Dico C misurare esso A. percioche essendo B parte di A de nominata da C, & l'unità D parte de nume-
5. com. not. ro C denominata da lui; qual parte è l'unità D del numero C, la medesima parte è B di A.



adunque l'unità D misura il numero B, come B misura A. & permutandosi l'uni 15. di questo.
tà D misura il numero B come C misura A. adunque C misura A. il che bisognaua dimostrare.

PROBLEMA VI. PROPOSITIONE XLI.

Trouare vn numero che essendo minore di tutti habbia le parti date.

Siano le parti date A B C. bisogna trouare vn numero che essendo minore habbia le parti A B C. siano dalle parti A B C denominati i numeri D E F. & piglisi il numero minore G, qual sia misurato dalli D E F. perche dunque D E F misurano G, hauerà G le parti denominate dalle D E F. & le parti denominate dalle DEF sono ABC. onde G ha le parti ABC. Dico essere anchor minore. percioche se G non essendo il minore di tutti habbia le parti A B C, sarà qualche numero minore di G, che hauerà le medesime parti: & sia H. perche dunque H ha le parti A B C, i numeri denominati dalle parti A B C lo misureranno, & sonoquesti D E F. adunque D E F misureranno H &, H è minore di G. il che è impossibile. onde non sarà alcun numero minore di H che habbia le parti A B C. il che bisognaua dimostrare.

38. di questo.
39. di questo.

A $\frac{1}{2}$ D..2

B $\frac{1}{3}$ E...3

C $\frac{1}{4}$ F....4

G..........12

H

IL FINE DEL SETTIMO LIBRO.