DE GLI ELEMENTI DI EVCLIDE

LIBRO QVARTO

CON LI SCHOLII ANTICHI, ET COMMENTARII

Di Federico Commandino da Vrbino.

DIFFINITIONI.

I.

LA figura rettilinea si dice esser descritta in vn'altra figura rettilinea, quando ciascun angolo della figura descritta tocca ciascun lato di quella, nella quale essa è descritta.

II.

Similmente la figura si dice esser descritta intorno ad vn'altra figura, quando ciascun lato della figura descritta tocca ciascun'angolo di quella intorno alla quale essa è descritta.

III.

La figura rettilinea si dice esser descritta nel cerchio, quando ciascun'angolo della figura descritta tocca la circonferenza del cerchio.

IIII.

La figura rettilinea si dice esser descritta intorno al cerchio, quando ciascun lato della figura descritta tocca la circonferenza del cerchio.

V.

Il cerchio parimente si dice esser descritto in vna figura rettilinea, quando la circonferenza del cerchio tocca ciascun lato della figura, nella quale egli è descritto.

VI.

Il cerchio si dice esser descritto intorno ad vna figura rettilinea, quando la circonferenza del cerchio tocca ciascun'angolo della figura, intorno alla quale egli è descritto.

VII.

La linea retta si dice adattarsi nel cerchio, quando l'estremità sue arriuano sino al la circonferenza del cerchio.

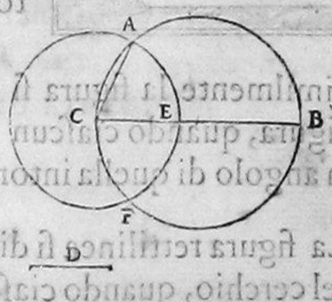
PROBLEMA I.
PROPOSITIONE I.

Nel dato cerchio adattare vna retta linea vguale ad vn'altra data, la quale non sia maggiore del diametro.

Sia il cerchio dato A B C, & la linea retta data D, non maggiore del diametro del cerchio. bisogna adattare nel cerchio A B C la linea retta vguale alla D. tirisi il diametro del cerchio A B C che sia B C, & se B C è vguale alla D, sarà fatto ciò che si proponeua; percioche nel cerchio A B C si è adattata la C B vguale alla linea retta D. ma se non è vguale, la B C è maggiore della D. pongasi la C E vguale alla D, & dal centro C con l'interuallo C E descriuasi il cerchio A E F, & giungasi C A. perche dunque il punto C è centro del cerchio A E F, la C A sarà vguale alla C E. ma la D è vguale alla C E. adunque etiandio la D sarà vguale alla A C. onde nel dato cerchio A B C si è adattata la A C vguale alla data linea retta D, non maggiore del diametro del cerchio. il che bisognaua fare.

2. del primo.

15. diff. del pri.



SCHOLIO.

Essendo varia la contemplatione del descriuere le figure d'intorno all'altre figure, & del descriuerle dentro all'altre, Euclide non passò molto innanzi, percioche venendo all'hessagono, & vltimamente trattando de gli angoli del quindecagono, quali più appartengono alla *ſcientia delle ſtelle, fece fine. il primo theorema è vn Lemma, che ſerue alla conſtitutione del pentagono: & tutte quelle coſe che ſi ordinano in queſto, era neceſſario che prima ſi ordinaſſero in quella. ma perche ha la conſtruttione piu ſemplice di quella del triangolo, ragioneuolmente è ſtato poſto dinanzi à gli altri theoremi. è dunque da ſapere che ſe la retta linea data è vguale al diametro, in vn modo ſolo ſenza niuna eſperienza ſi fa il problema; ma ſe è minore, in due modi. percioche le linee rette tirate dal medeſimo punto C alli punti A F fra loro ſono vguali.*

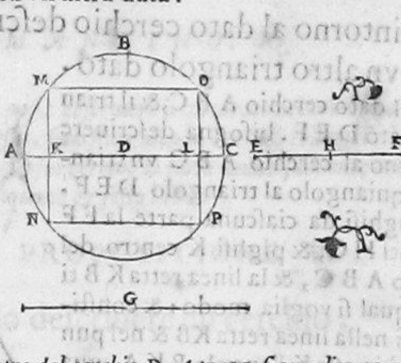
IL COMMANDINO.

Queſto problema è di quelli che determinati ſi chiamano, perche anchora ſi potrebbe ſpiegare in queſto modo.

Nel dato cerchio adattare vna linea retta vguale ad vn'altra data. ma biſogna che la linea data non ſia maggiore del diametro del cerchio.

Si può etiandio formare vn'altro problema coſi.

Nel dato cerchio adattare vna linea retta vguale ad vna data, la quale non ſia maggiore del diametro, & parallela ad vn'altra data.

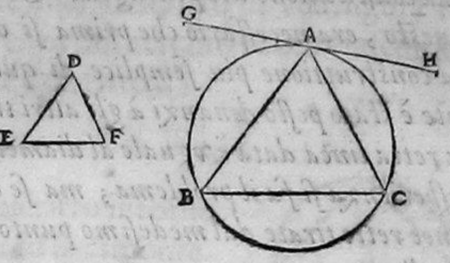


Sia il dato cerchio A B C, il cui centro D, & la linea retta non maggiore del diametro del cerchio EF. & l'altra linea retta ſia quella, nella quale è la G. onde biſogna nel cerchio A B C adattare vna linea retta vguale alla E F & parallela alla G. tiriſi per lo 31. del primo. *punto D la A D C parallela alla G, la quale ſarà diametro del cerchio. & ſe la A C è vguale alla E F, ſarà fatto quello, che ſi era propoſto. ma ſe la* 10. del primo *A C è maggiore della E F, ſeghiſi la E F per mezo nel punto H, & dal ſemidiametro del cerchio D A traggaſi vna linea vguale alla H E, che ſia D K, & facciaſi la D L vguale alla H F, & per li punti K L tirinſi ad angoli* 11. del primo. *retti ſopra la A C le M N O P, & giungaſi M O. & perche vna linea retta A C tirata per lo centro ſega vn'altra linea retta M N non tirata per lo centro ad angoli retti, la ſegherà an* 3 del terzo. *che per mezo. onde la M K è vguale alla K N; & per la medeſima cagione la O L è vguale alla L P, & ſono M N O P fra loro vguali, eſſendo vgualmente diſtanti dal centro, & ſono pa* 14. del terzo. *rallele, percioche gli angoli MKL OLK ſono retti, & però le metà di eſſe KM LO ſaranno fra* 28. del primo. *loro, & vguali, & parallele. ma quelle che congiungono le vguali & parallele dalle mede* 23. del primo. *ſime parti ſono, & vguali, & parallele. adunque la M O è vguale alla K L, cioè alla E F, &* 30. del primo. *parallela alla G, perche ciaſcuna di eſſe è parallela alla KL. & per la medeſima ragione giunta N P ſi dimoſtrerà vguale alla medeſima E F & parallela alla G. onde nel cerchio A B C ſi è adattata la M O, ò vero la N P vguale alla E F, & parallela alla G. il che biſognaua fare.*

Onde è manifeſto che ſe la A C è vguale alla linea retta data, il problema ſi fa in vn modo ſolo, ma ſe è maggiore in due modi, come fu detto di ſopra.

PROBLEMA II. PROPOSITIONE II.

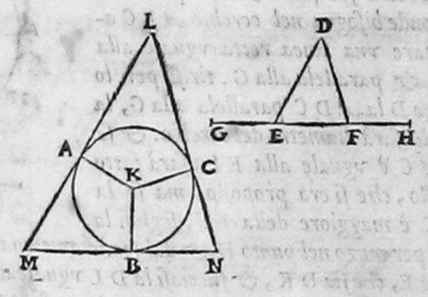
Nel dato cerchio deſcriuere vn triangolo equiangolo ad vn' altro triangolo dato.



Sia il dato cerchio A B C, & il
triangolo dato D E F. bisogna de
scriuere nel cerchio ABC vn triã
golo equiangolo al triangolo
17. del terzo. D E F. tirisi vna linea retta G A H
che tocchi il cerchio A B C nel
pũto A, & nella linea retta AH, &
nel punto in essa A, constituiscasi
l'angolo H A C vguale all'angolo
DEF. Poi nella linea retta A G &
23. del primo. nel punto in essa A constituiscasi
l'angolo G A B vguale all'angolo
D F E, & giungasi B C. perche dũ
que vna linea retta H A G tocca il cerchio A B C, & dal toccamento è tirata nel
32. del terzo. cerchio la AC, l'angolo H A C sarà vguale à quello che è nell'altra portione del
cerchio, cioe all'angolo A B C. ma l'angolo H A C e vguale all'angolo D E F.
adunque l'angolo A B C è uguale all'angolo D E F. & per la medesima ragio-
ne l'angolo A C B e vguale all'angolo D F E, & il rimanente B A C sarà vguale al
rimanente E D F. adunque il triangolo A B C e equiangolo al triangolo D E F:
& e descritto nel cerchio A B C. onde nel dato cerchio si e descritto vn triangolo
equiangolo ad vn'altro triangolo dato. il che bisognaua fare.

PROBLEMA III. PROPOSITIONE III.

D'intorno al dato cerchio descriuere vn triangolo equiango
lo ad vn altro triangolo dato.



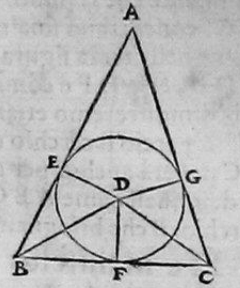
Sia il dato cerchio A B C, & il trian
golo dato D E F. bisogna descriuere
d'intorno al cerchio A B C vn trian-
golo equiangolo al triangolo D E F.
prolunghisi da ciascuna parte la E F
1. del terzo. ne punti H G, & piglisi K centro del
cerchio A B C, & la linea retta K B ti
risi in qual si voglia modo: & consti-
23. del primo. tuiscasi nella linea retta KB & nel pun
to che è in essa K, l'angolo B K A vgua
17. del terzo. le all'angolo D E G, & l'angolo BKC
vguale all'angolo D F H: & per li pun
ti A B C tirinsi le linee rette L A M M B N N C L, che tocchino il cerchio ABC.
18. del terzo. perche dunque L M M N N L toccano il cerchio A B C ne punti A B C, & dal
centro K alli punti A B C si tirano le linee rette K A K B K C, saranno gli ango
li alli punti A B C retti. & perche i quattro angoli del quadrilatero A M B K so-
no vguali à quattro retti, diuidendosi in due triangoli, gli angoli de quali KAM
K B M sono retti, li rimanenti A K B A M B saranno vguali à due retti; & gli an-
goli D E G D E F sono vguali à due retti. gli angoli dunque A K B A M B so-
no vguali à gli angoli D E G D E F, de quali A K B è vguale à D E G. il rima-
nente dunque A M B sarà vguale al rimanente D E F. dimostrerasi parimente
che l'angolo L N B è vguale all'angolo D F E. adunque il rimanente M L N è v-
guale al rimanente E D F & il triangolo L M N è equiangolo al triangolo D E F,
& è descritto intorno al cerchio A B C. onde d'intorno al dato cerchio si è descrit
to vn triangolo equiangolo ad vn'altro triangolo dato. il che bisognaua fare.

PROBLEMA IIII. PROPOSITIONE IIII.

Nel dato triangolo descriuere vn cerchio.

Sia

Sia il triangolo dato A B C. bisogna nel triangolo A B C descriuere un cerchio. seghinsi gli angoli A B C B C A per mezzo con le linee rette B D C D, le quali cō corrano insieme nel punto D: & dal punto D tirinsi le D E D F D G perpendicolari alle linee rette A B B C C A. & perche l'angolo A B D è uguale all'angolo C B D, & è l'angolo retto B E D uguale al retto B F D, saranno due triangoli E B D D B F c'hanno due angoli uguali à due angoli, & un lato uguale ad un lato B D commune all'uno & l'altro, che è sottoposto ad un de gli angoli uguali. adunque saranno gli altri lati uguali à gli altri lati, & sarà D E uguale à D F. & per la medesima ragione D G sarà uguale à D F. onde D E è uguale à D G. adunque tre linee rette D E D F D G sono fra loro uguali. & percio discriuendosi il cerchio dal centro D con l'interuallo di una di esse D E D F D G, passerà anche per gli altri punti, & toccherà le linee rette A B B C C A, essendo gli angoli E F G retti, percioche se le segherà, quella che è tirata dalla estremita del diametro del cerchio ad angoli retti, caderà dentro al cerchio. che è inconueniente. adunque il cerchio descritto dal centro D con l'interuallo di una di esse D E D F D G non segherà le linee rette A B B C C A. adunque le toccherà, & sarà il cerchio descritto nel triangolo A B C. la onde nel dato triangolo A B C si è descritto il cerchio E F G. il che bisognaua fare.



9. del primo.

12. del primo.

26. del primo.

16. del terzo.

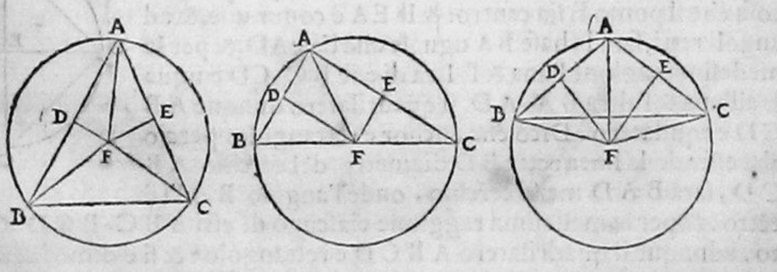
IL COMMANDINO.

E stato ricercato da alcuni in che modo si possa descriuere il quadrato nel triangolo, ben che forse si dica impropriamente descriuersi in esso. sono stati alcuni che nel triangolo equilatero solamente hanno fatto il problema, ma noi ci sforzeremo di farlo uniuersalmente in tutti doppò che si saranno dimostrate alcune cose nel quinto & sesto libro.

PROBLEMA V. PROPOSITIONE V.

D'intorno al dato triangolo descriuere un cerchio.

Sia il triãgolo dato A B C. bisogna descriuere un cerchio d'intorno al triãgolo dato A B C. seghinsi le A B A C per mezo ne punti D E. & dalli D E tirinsi le D F E F ad angoli retti sopra le B A A C, le quali ò concorreranno dentro al triangolo A B C, ò uero nella linea retta B C, ò fuori di essa. concorrano prima dentro al triangolo nel punto F, & giunganʃi B F F C F A. perche dunque la A D è uguale alla D B, & la D F è commune, & ad angoli retti; sarà la base A F uguale alla base F B. si dimostrerà parimente che la C F è uguale alla F A. onde la B F anchora è uguale alla F C. adunque le F A F B F C sono fra loro uguali: & descriuendosi un cerchio dal centro F con l'interuallo di una di esse F A F B F C, passerà anche per gli altri punti, & sarà descritto il cerchio d'intorno al triangolo A B C. descriuasi come A B C. ma D F E F concorrano nella linea retta



10. del primo.
11. del primo.

4. del primo.

B C nel punto F, come nella seconda figura, & giungasi A F. dimostreremo similmente che il punto F è centro del cerchio descritto d'intorno al triangolo A B C. concorrano finalmente D E E F fuori del triangolo A B C nel punto F, si come nella terza figura; & giunganfi A F F B F C. & perche la A D è uguale alla D B, & la D F è commune, & ad angoli retti, la base A F sarà uguale alla base F B. dimostreremo etiandio che la C F è uguale alla F A. onde la B F è uguale alla F C: & percio il cerchio descritto dal centro E cō l'interuallo di una di esse F A F B F C passerà anchor per gli altri pũti, & sarà descritto d'intorno al triangolo A B C. & descriuasi come A B C. adunque d'intorno al dato triangolo si è descritto il cerchio. il che bisognaua fare.

4. del primo.

Et è manifesto quando il centro del cerchio cade dentro al triangolo, che l'angolo B A C essendo nella portione maggiore del mezo cerchio, è minor del retto. ma quando il centro del cerchio cade nella linea retta B C, l'angolo B A C che è nel mezo cerchio, è retto. & quando il centro cade fuori della linea B C l'angolo B A C è maggiore del retto, essendo nella portione minore del mezo cerchio. Quando dunque l'angolo dato è minore del retto, le linee D F E F concorreranno dentro al triangolo. & quando è retto concorreranno in essa B C. & quando è maggiore del retto concorreranno fuori della B C. il che bisognaua dimostrare.

PROBLEMA VI. PROPOSITIONE VI.

Nel dato cerchio descriuere un quadrato.

Sia il dato cerchio A B C D. bisogna nel cerchio A B C D descriuere un quadrato: tirinsi A C B D diametri del cerchio A B C D ad angoli retti fra loro: & giunganfi A B B C C D D A. perche dunque la B E è uguale alla E D, cōciosia cosa che il punto E sia centro: & la E A è commune, & ad angoli retti, sarà la base B A uguale alla base A D. & per la medesima ragione l'una & l'altra di esse B C C D è uguale all'una & l'altra B A A D. il quadrilatero dunque A B C D è equilatero. Dico che anchor è rettangolo. percio che essendo la linea retta B D diametro del cerchio A B C D, sarà B A D mezo cerchio. onde l'angolo B A D è retto. & per la medesima raggione ciascuno di essi A B C B C D C D A è retto. adunque il quadrilatero A B C D è rettangolo: & si è dimostrato che è equilatero. onde sarà necessariamente quadrato, & è descritto nel cerchio A B C D. adunque nel dato cerchio A B C D si è descritto il quadrato A B C D. il che bisognaua fare.

4. del primo.

31. del terzo.

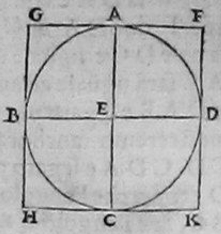
PROBLEMA VII. PROPOSITIONE VII.

D'intorno al dato cerchio descriuere un quadrato.

Sia il cerchio dato A B C D. bisogna descriuere un quadrato d'intorno al cerchio A B C D. tirinsi due diametri del cerchio A B C D, cioè A C B D ad angoli retti fra loro; & per li punti A B C D tirinsi le F G G H H K K F, che tocchino

17. del terzo.

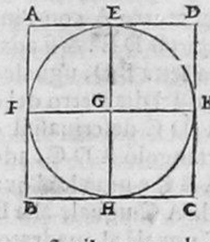
no il cerchio A B C D. perche dunque la F G tocca il
cerchio A B C D, & dal centro E al toccamento, che
è nel A si tira la E A, gli angoli che sono ad A saranno 18. del terzo.
retti. per la medesima ragione gli angoli ne punti B
C D sono anchor retti. & perche l'angolo A E B è ret
to, & è retto parimente lo E B G, sarà la G H paral- 28. del primo.
lela alla A C, & per la medesima ragione la A C è pa-
rallela alla F K. dimostreremo similmente, che l'una
& l'altra di esse G F H K è parallela alla B E D, & per-
cio la G F è parallela alla H K. sono dunque G K G C
A K F B B K parallelogrammi. onde la G F è uguale alla H K, & la G H alla F K. 34. del primo.
& perche la A C è uguale alla B D, ma la A C è uguale all'una & l'altra di esse G H
F K, & la B D uguale all'una & l'altra G F H K, sarà l'una & l'altra anchora G H
F K uguale all'una & l'altra G F H K. il quadrilatero dunque F G H K è equila-
tero. Dico che etiandio è rettangolo. percioche essendo G B E A parallelogram
mo, & essendo l'angolo A E B retto, sarà A G B anchor retto. dimostreremo pa 34. del primo.
rimente che gli angoli ne punti H K F sono retti. adunque il quadrilatero F G
H K è rettangolo, & si e dimostrato che e equilatero. onde è necessario che sia qua
drato, & e descritto d'intorno al cerchio A B C D. adunque d'intorno al dato
cerchio si e descritto il quadrato. il che bisognaua fare.



PROBLEMA VIII. PROPOSITIONE VIII.

Nel dato quadrato descriuere un cerchio.

Sia il dato quadrato A B C D. bisogna nel quadra-
to A B C D descriuere un cerchio. seghisi l'una, & l'al- 10. del primo.
tra di esse A B A D per mezo ne punti F E, & per E
tirisi la E H parallela ad una di esse A B C D. & per F 31. del primo.
tirisi la F K parallela ad una delle A D B C. adunque
ciascuno di essi A K K B A H H D A G G C B G
G D e parallelogrammo, & i lati loro opposti sono 34. del primo.
uguali. & perche la D A e uguale alla A B & la A E e
la metà della A D, & la A F la metà della A B, sarà
la A E uguale alla A F. onde i lati opposti sono ancho
ra uguali, & percio la F G e uguale alla G E. dimostreremo similmente che l'u-
na & l'altra di esse G H G K e uguale all'una & l'altra F G G E. le quattro dun-
que G E G F G H G K sono fra loro uguali. onde descriuendosi un cerchio dal
centro G con l'interuallo di una di esse G E G F G H G K, passerà anchora per
gli altri punti, & toccherà le linee rette A B B C C D D A, percioche gli ango
li ne punti E F H K sono retti. che se il cerchio segherà le linee rette A B B C
C D D A quella che dalla estremità del diametro del cerchio e tirata ad angoli
retti, caderà dentro al cerchio. il che e inconueniente. adunque il cerchio de- 16. del terzo.
scritto dal centro G con l'interuallo di una di esse G E G F G H G K non seghe
rà le linee rette A B B C C D D A: & perciò necessariamente le toccherà, & sa
rà descritto nel quadrato A B C D. adunque nel dato quadrato si e descritto un
cerchio. il che bisognaua fare.



PROBLEMA IX. PROPOSITIONE IX.

D'intorno al dato quadrato descriuere un cerchio.

Sia il dato quadrato A B C D. bisogna d'intorno al dato quadrato A B C D
descriuere un cerchio. giunganſi A C B D, che si seghino fra loro nel punto E,

& perche la D A e vguale alla A B, & la A C e commune, le due D A A C sono uguali alle due B A AC & la base D C e uguale alla base C B. onde l'angolo D A C sarà uguale all'angolo B A C. l'angolo dunque D A B e segato per mezo dalla linea retta A C. dimostreremo anchora che ciascun angolo A B C B C D C D A e segato per mezo dalle linee rette A C B D. & perche l'angolo D A B e uguale all'angolo A B C, & e l'angolo E A B la metà dell'angolo D A B, & l'angolo E B A dell'angolo A B C, sarà l'angolo E A B uguale all'angolo E B A. onde anchora il lato E A e uguale al lato E B. dimostreremo similmente che l'una, & l'altra delle linee rette E C E D e uguale all'una & l'altra di esse E A E B. adunque le quattro linee rette E A E B E C E D sono fra loro uguali, & descriuendosi un cerchio dal centro E con l'interuallo di una di esse E A E B E C E D, passerà anche per gl'altri punti & sarà descritto d'intorno al quadrato A B C D. descriuasi come A B C D. adunque d'intorno al dato quadrato si e descritto un cerchio. il che bisognaua fare.

8. del primo.

6. del primo.

PROBLEMA X. PROPOSITIONE X.

Constituire un triangolo equicrure che habbia amendue gli angoli che sono alla base doppij del rimanente.

Sia una linea retta A B, & seghisi nel punto C di modo che il rettangolo contenuto dalle A B B C sia uguale al quadrato che si descriue da C A. & dal centro A con l'interuallo A B descriuasi il cerchio B D E: & si adatti nel cerchio B D E una linea retta B D, uguale alla A C, che non sia maggiore del diametro del cerchio B D E, & giunte D A D C descriuasi il cerchio A C D d'intorno al triangolo A D C. adunque perche il rettangolo A B C e uguale al quadrato che si fa dalla A C, & e la A C uguale alla B D, sarà il rettangolo A B C uguale al quadrato di B D. & perche fuori del cerchio A C D si e preso un punto B, & dal B caggiono nel cerchio A C D due linee rette B C A B D, l'una delle quali sega & l'altra cade sopra il cerchio, & il rettangolo A B C e uguale al quadrato di B D, la linea retta B D toccherà il cerchio A C D, & perche B D tocca & dal toccamento che si fa al D e tirata la D C, l'angolo B D C sarà uguale à quello che e constituito nell'altra portione del cerchio, cio e all'angolo D A C, & essendo l'angolo B D C uguale all'angolo D A C, pongasi l'angolo C D A commune. adunque tutto B D A e uguale alli due angoli C D A D A C. ma l'angolo esteriore B C D e uguale à gli angoli C D A D A C. la onde B D A anchora e uguale a B C D. ma l'angolo B D A e uguale all'angolo C B D, percioche il lato A D e uguale al lato A B. adunque D B A sarà uguale à B C D. & li tre angoli B D A D B A B C D saranno fra loro uguali. & perche l'angolo D B C e uguale all'angolo B C D, sarà il lato B D uguale al lato D C. ma B D e posta uguale à C A. adunque etiandio A C e uguale à C D, & l'angolo C D A all'angolo D A C. onde gli angoli C D A D A C sono doppij dell'angolo D A C, & l'angolo B C D e uguale à gli angoli C D A D A C. adunque B C D e doppio del D A C. ma B C D e uguale all'uno & l'altro di essi B D A D B A. & percio l'uno & l'altro B D A D B A è doppio del D A B. la onde si e constituito un triangolo equicrure A D B, che hà amendue gli angoli che sono alla base, doppij del rimanente. il che bisognaua fare.

11 del secondo

1. di questo.

ult. del terzo.
32. del terzo.

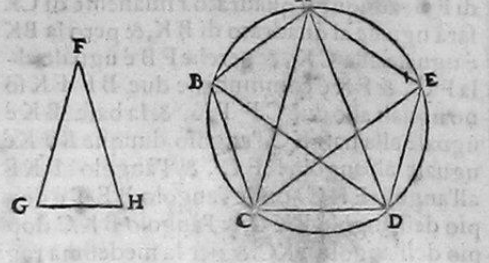
32. del primo.

5. del primo.

6. del primo.

PROBLEMA XI. PROPOSITIONE XI.

Nel dato cerchio descriuere vn pentagono equilatero & equiangolo.

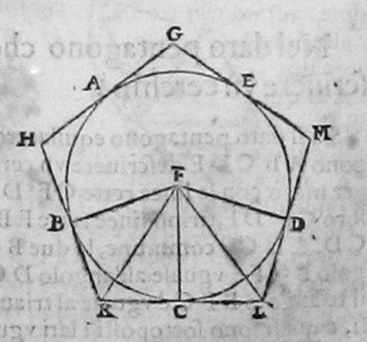


Sia il dato cerchio A B C D E. bisogna nel cerchio ABCDE descriuere vn pentagono equilatero, & equiangolo. Facciasi vn triangolo equicrure F G H che habbia ciascuno de gli angoli G H doppio dell'angolo F. & descriuasi nel cerchio A B C D E il triangolo A C D equiangolo al triangolo F G H, di modo che l'angolo C A D sia vguale all'angolo F, & ciascuno di essi A C D C D A sia vguale à ciascuno de gli angoli G H. adunque l'vno & l'altro A C D C D A è doppio dell'angolo C A D. seghisi ciascuno di essi A C D C D A per mezo con le linee rette CE DB: & giunganſi A B B C C D D E E A. perche dunque ciascuno di essi A C D C D A è doppio dell'angolo CAD, & sono segati per mezo con le linee rette CE D B; li cinque angoli D A C A C E E C D C D B B D A sono fra loro vguali, & gli angoli vguali si fermano sopra le circõferenze uguali. adunque le cinque circonferenze A B B C C D D E E A sono vguali fra loro. Ma le linee rette vguali sono poste sotto l'ugual circonferenze. onde le cinque linee rette AB BC CD DE E A fra loro sono vguali. & il pentagono A B C D E è equilatero. Dico che è anchora equiangolo. perche essendo la circonferenza A B vguale alla circonferenza D E, pongasi B C D commune. sarà tutta la circonferenza ABCDE vguale à tutta la circonferenza EDCB. ma sopra la circonferenza ABCD si ferma l'angolo A E D, & sopra la circonferenza E D C B si ferma l'angolo B A E. adunque l'angolo B A E è uguale all'angolo A E D. & per la medesima ragione ciascuno de gli angoli A B C B C D C D E è vguale à ciascuno di essi BAE AED. onde il pentaogno A B C D E è equiangolo, & si è dimostrato essere equilatero. adunque nel dato cerchio si è descritto vn pentagono equilatero, & equiangolo. il che bisognaua fare.

per l'antecedente. 2. di questo. 9. del primo. 26. del terzo. 29. del terzo.

PROBLEMA XII. PROPOSITIONE XII.

D'intorno al dato cerchio descriuere vn pentagono equilatero, & equiangolo.

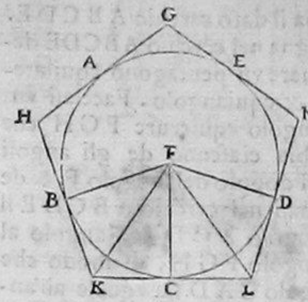


Sia il dato cerchio A B C D E. bisogna d'intorno al cerchio A B C D E descriuere il pentagono equilatero & equiangolo. intendansi li punti de gli angoli del pentagono descritto nel cerchio A B C D E, di modo che le circonferenze A B B C C D D E E A siano fra loro vguali, & per li punti ABCDE tirinsi le linee G H H K K L L M M G che tocchino il cerchio, & preso il centro del cerchio A B C D E che sia F giunganſi F B F K F C F L F D. & perche la linea retta KL tocca il cerchio ABCDE nel punto C, & dal centro

per l'antecedente. 17. del terzo.

F al toccamento che è al C, si è tirata la linea F C, sarà la F C perpendicolare alla KL. gli angoli dũque C amendue sono retti: & per la medesima ragione gli angoli B D sono anchora retti. & perche l'angolo F C K è retto, il quadrato di F K è vguale alli quadrati di F C C K: & parimente il quadrato di F K è vguale alli quadrati di F B B K. onde i quadrati di F C C K sono uguali alli quadrati di F B B K, de quali il quadrato di F C è uguale al quadrato di F B. adũque il quadrato rimanente di C K sarà uguale al quadrato di B K, & pero la B K è uguale alla C K, & perche F B è uguale alla F C, & F K è commune, le due B F F K sono uguali alle due C F F K, & la base B K è uguale alla base K C. l'angolo dunque B F K è uguale all'angolo K F C, & l'angolo B K F all'angolo F K C. onde l'angolo B F C è doppio dell'angolo F K C, & l'angolo B K C doppio dell'angolo F K C. & per la medesima ragione l'angolo C F D è doppio dell'angolo C F L, & l'angolo C L D doppio dell'angolo C L F, & perche la circonferenza B C è uguale alla circonferenza C D, l'angolo B F C sarà uguale all'angolo C F D. & è l'angolo B F C doppio dell'angolo K F C, & l'angolo D F C doppio dell'angolo L F C. onde l'angolo K F C è uguale all'angolo C F L. adunque sono due triangoli F K C F L C, che hanno due angoli uguali à due angoli l'uno all'altro, & un lato uguale ad un lato, che ad essi è commune F C. la onde haueranno gli altri lati uguali à gli altri lati, & l'angolo rimanente uguale al rimanente. adunque la linea retta K C è uguale alla retta C L, & l'angolo F K C all'angolo F L C, & perche K C è vguale à C L, sarà la K L doppia della K C. & per la medesima ragione si dimostrerà che la H K è doppia della B K. oltre à ciò perche la B K si è dimostrata vguale alla K C, & la K L è doppia della K C, & la H K doppia della B K, sarà la H K vguale alla K L. & similmente ciascheduna di esse G H G M M L si dimostrerà vguale all'vna, & l'altra H K K L. adunque il pentagono G H K L M è equilatero. Dico che etiandio è equiangolo. percioche essendo l'angolo F K C vguale all'angolo F L C, & si è dimostrato che l'angolo H K L è doppio dell'angolo F K C, & l'angolo K L M doppio dell'angolo F L C, sarà anche l'angolo H K L vguale all'angolo K L M. & parimente si dimostrerà che ciascuno di essi K H G H G M G M L è vguale ad amendue H K L K L M. adunque li cinque angoli G H K H K L K L M L M G M G H, sono fra loro vguali, & però il pentagono G H K L M è equiangolo. & si è dimostrato anche che è equilatero, & è descritto d'intorno al cerchio A B C D E. il che bisognaua fare.

18. del terzo.
47. del primo.
8. del primo.
17. del terzo.
16 del primo.



PROBLEMA XIII. PROPOSITIONE XIII.

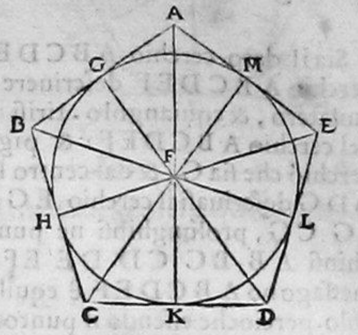
Nel dato pentagono che sia equilatero, & equiangolo descriuere vn cerchio.

Sia il dato pentagono equilatero & equiangolo A B C D E. bisogna nel pentagono A B C D E descriuere vn cerchio. seghisi l'vno & l'altro angolo B C D C D E per mezo con le linee rette C F D F: & dal punto F, nel quale conuengono fra loro C F D F, tirinsi linee rette F B F A F E. perche dunque la B C è vguale alla C D, & la C F commune, le due B C C F sono vguali alle due D C C F, & l'angolo B C F è vguale all'angolo D C F. onde la base B F è vguale alla base F D, & il triangolo B F C è vguale al triangolo D C F, & gli altri angoli à gli altri angoli, à quali sono sottoposti i lati vguali. sara dunque l'angolo C B F vguale all'an-

9. del primo.

golo

golo C D F. & perche l'angolo C D E è doppio dell'angolo C D F, & l'angolo C D E è uguale all'angolo A B C, & l'angolo C D F uguale all'angolo C B F, sarà l'angolo C B A doppio dell'angolo C B F, & però l'angolo A B F è uguale all'angolo F B C. adunque l'angolo A B C è diuiso per mezo dalla linea retta B F. si dimostrerà anchora che ciascuno degli angoli B A E A E D è diuiso per mezo dalle linee rette A F F E. onde dal punto F tirinsi alle linee rette A B B C C D D E E A le perpendicolari F G F H F K F L F M. & perche l'angolo H C F è uguale all'angolo K C F, & è il retto F H C uguale al retto F K C, saranno i due triangoli F H C F K C che hanno due angoli uguali à due angoli, & un lato uguale ad un lato, cioe F C commune à ciascuno di essi, che è sottoposto ad uno de gli angoli uguali. haueranno dunque gli altri lati uguali à gli altri lati, & sarà la perpendicolare F H uguale alla perpendicolare F K. si dimostrerà etiandio che ciascuna di esse F L F M F G è uguale all'una & l'altra F H F K. adunque le cinque linee rette F G F H F K F L F M sono fra loro uguali, & pero descriuendosi un cerchio dal centro F con l'interuallo di una di esse F G F H F K F L F M passerà etiandio per gli altri punti, & toccherà le linee rette A B B C C D D E E A, per cioche gli angoli G H K L M sono retti. ma se non le toccādo le segherà, quella che è tirata dalla estremità del diametro del cerchio ad angoli retti caderà dentro al cerchio, il che si è dimostrato essere inconueniente. adunque dal centro F con l'interuallo d'uno di essi punti G H K L M descriuendosi il cerchio non segherà le linee rette A B B C C D D E E A. onde è necessario che le tocchi. descriua si come G H K L M. adunque nel dato pentagono che è equilatero, & equiangolo si è descritto un cerchio. il che bisognaua fare.



26. del primo.

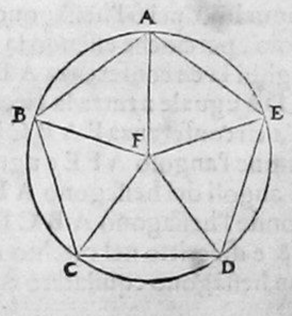
16. del terzo.

PROBLEMA XIIII. PROPOSITIONE XIIII.

D'intorno al dato pentagono che sia equilatero & equiangolo descriuere un cerchio.

Sia il dato pentagono equilatero & equiangolo A B C D E. bisogna d'intorno al pentagono A B C D E descriuere un cerchio. seghisi ciascuno degli angoli B C D D C E per mezo con le linee rette C F F D, & dal punto F, nel quale conuengono le linee rette, tirinsi le F B F A F E alli punti B A E, come nell'antecedente. si dimostrerà che ciascuno de gli angoli C B A B A E A E D, è segato per mezo dalle linee rette B F F A F E. & perche l'angolo B C D è uguale all'angolo C D E, & l'angolo F C D è la metà dell'angolo B C D, & l'angolo C D F la metà dell'angolo C D E, sarà l'angolo F C D uguale all'angolo F D C. onde il lato C F è uguale al lato F D. si dimostrerà parimente che ciascuna F B F A F E è uguale à ciascuna di esse F C F D. adunque le cinque linee rette F A F B F C F D F E sono fra loro uguali. onde dal centro F con l'interuallo di una di esse F A F B F C F D F E descriuendosi un cerchio passerà etiandio per gli altri punti, & sarà descritto d'intorno al pentagono A B C D E che è equilatero, & equiangolo. descriuasi, & sia A B C D E.

9. del primo.

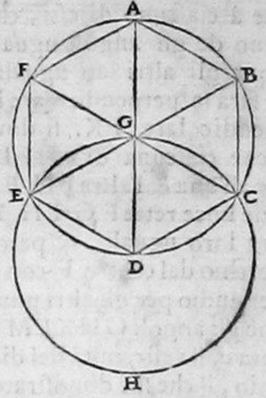


C D E. adunque d'intorno al dato pentagono equilatero, & equiangolo ſi e deſcritto un cerchio. il che biſognaua fare.

PROBLEMA XV. PROPOSITIONE XV.

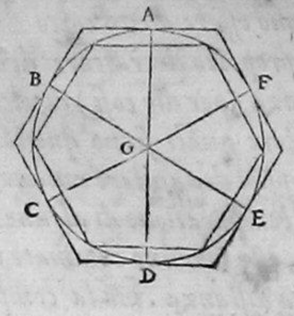
Nel dato cerchio deſcriuere un heſſagono equilatero & equiangolo.

Sia il dato cerchio A B C D E F. biſogna nel
cerchio A B C D E F deſcriuere un heſſagono e-
1. del terzo. quilatero, & equiangolo. tiriſi il diametro A D
del cerchio A B C D E F: & pigliſi il centro del
cerchio che ſia G, & dal centro D con l'interual-
lo D G deſcriuaſi il cerchio E G C H: & giunte
E G C G, prolunghinſi ne punti B F, & giun-
ghinſi A B B C C D D E E F F A. Dico che
l'heſſagono A B C D E F è equilatero & equian-
golo. percioche eſſendo il punto G centro del cer
chio ABCDEF, la G E ſarà uguale alla G D. & per
che D e centro del cerchio F G C H, la DE ſara u-
guale alla D G. ma la G E ſi e dimoſtrata vguale
alla GD. adunque la G E e uguale alla E D. onde
il triangolo E G D e equilatero, & però li tre an-
goli di eſſo E G D G D E D E G ſono uguali fra
5. del primo. loro, percioche gli angoli che ſono alle baſe delli
32. del primo. triangoli equicruri ſono uguali, & ſono i tre angoli del triangolo uguali à due ret
ti. adunque l'angolo E G D e la terza parte di due retti. dimoſtreremo anche che
13. del primo. D G C e la terza parte di due retti. & perche la linea C G ſtando ſopra la retta
E B fa gli angoli che ſono da i lati E G C C G B uguali a due retti, ſara il rima-
nente anchora C G B la terza parte di due retti. onde gli angoli E G D D G C
15. del primo. C G B ſono fra loro uguali, & percio gli angoli che ſono alla cima di eſsi B G A
A G F F G E ſono uguali a gli angoli E G D D G C C G B. li ſei angoli dunque
26. del terzo. E G D D G C C G B B G A A G F F G E ſono fra loro uguali. ma gli angoli
uguali ſi fermano ſopra le circonferenze uguali. adunque le ſei circonferenze A B
B C C D D E E F F A ſono vguali fra loro. ma le linee rette uguali ſono ſotto
poſte alle uguali circonferenze. onde e neceſſario che le ſei linee rette ſiano fra lo
ro uguali, & però l'heſſagono A B C D E F e equilatero. Dico che e anchora equi
angolo, percioche eſſendo la circonferenza A F uguale alla circonferenza E D,
ponghiſi la circonferenza A B C D cõmune. tutta dunque la circonferenza F A
B C D e uguale a tutta la circonferenza E D C B A, & l'angolo F E D ſi ferma ſo
pra la circonferenza F A B C D & l'angolo AFE ſopra la circonſerenza EDCBA.
adunque l'angolo A F E e uguale all'angolo D E F. ſi dimoſtreranno anchora gli
altri angoli del heſſegono A B C D E F uguali all'uno & l'altro di eſsi A F E F E
D. onde l'heſſagono A B C D E F e equingolo, & ſi e dimoſtrato che e equilate
ro, & e deſcritto nel cerchio A B C D E F. adunque nel dato cerchio ſi e deſcrit-
to un heſſagono equilatero & equiangolo. il che biſognaua fare.



COROLLARIO.

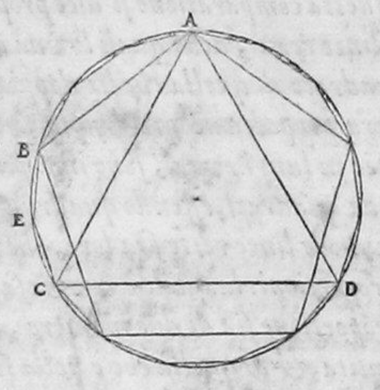
Di qui è chiaro che il lato dell'heſſagono è uguale al ſemidiametro del cerchio, & ſe per gli punti A B C D E F ſi tireranno linee rette che tocchino il cerchio, sarà d'intorno al cerchio descritto un hessagono equilatero & equiangolo, come si è detto nel pentagono, & similmente nel dato hessagono descriueremo un cerchio di dentro, & di fuori. il che bisognaua fare.



PROBLEMA XVI.
PROPOSITIONE XVI.

Nel dato cerchio descriuere un quindecagono equilatero, & equiangolo.

Sia il dato cerchio A B C D, bisogna nel cerchio A B C D, descriuere un quindecagono equilatero,& equiangolo. descriuasi nel cerchio ABCD il lato A C del triangolo equilatero descritto in esso, & il lato A B del pentagono equilatero. de qual parti dunque il cerchio A B C D e 15, delle medesime la circonferenza A B C essendo la terza parte del cerchio sarà 5,& la circonferenza A B, che e la quinta parte sarà 3. la rimanente dunque B C e 2. seghisi la B C per mezo nel punto E. onde l'una, & l'altra delle circonferenze B E E C e la quintadecima parte del cerchio A B C D. se dunque congiungendo B E E C accommodaremo linee rette uguali ad esse continuatamente nel cerchio A B C D, sarà descritto in esso un quindacagono equilatero, & equiangolo. il che bisognaua fare. 30. del terzo



Somigliantemente dalle cose dette nel pentagono se per le diuisioni del cerchio tireremo linee rette, che lo tocchino, si descriuera d'intorno ad esso un quindecagono equilatero, & equiangolo. oltre a questo nel dato quindecagono equilatero, & equiangolo descriueremo un cerchio di dentro, & di fuori.

IL FINE DEL QVARTO LIBRO.

SCHOLIO.

L'intentione del quinto libro è di trattare delle analogie, conciosia cosa che questo libro sia commune alla Geometria, alla Arithmetica, & alla Musica, & in somma à tutte le scienze mathematiche, percioche tutte quelle cose, le quali si dimostrano in esso, non solo conuengono alli theoremi geometrici, ma à tutti gli altri che si riducono (come s'è *detto) alle scienze mathematiche. l'intentione dunque è tale. Il libro dicono essere d'vn certo Eudosso, che fù maestro di Platone. & perche s'è proposto di trattare delle analogie, & l'Analogia è vna conuenienza (per dir cosi) di alcune proportioni, necessaria cosa è prima conoscere quali siano queste proportioni, percioche la notitia delle cose semplici dee andare innanzi a quella delle composte. adunque se faremo comparatione di alcune cose fra loro, poniam caso, di due grandezze, esse saranno chiamate termini, & il passaggio dall'vna all'altra si dira distanza. ma la comparatione è vna conuenienza, che gli antichi nominorono proportione. & la comparatione, ò vero conuenienza di questa proportione con vn'altra proportione secondo vna certa somiglianza chiamasi analogia, perche non si fa comparatione, come di grandezza con grandezza, ma come di proportione con proportione: & questa comparatione si dice proportione di proportioni, come si siano due linee rette, delle quali l'vna all'altra habbia proportione doppia, il quadrato di quella che ha doppia proportione al quadrato dell'altra hauera proportione quadrupla, percioche quelle grandezze che sono doppie in lunghezza, sono in potenza quadruple. la proportione dunque de quadrati, essendo quadrupla, sara doppia della proportione, quale hanno le linee rette fra loro, che è doppia: & chiamerassi proportione de proportioni. la quale è compresa sotto la quantita, conciosiacosa che la proportione sia di due maniere, l'vna è nella stima, & l'altra nella quantita, & di quella che è nella stima niuna spetie è che sia vtile alla presente speculatione. ma di quella che è nella quantita, sono cinque le spetie, vna è chiamata moltiplice, come 6 a 3; l'altra superparticolare come 4 a 3; la terza superpatiente, come 5 a 3. & queste sono semplici, delle quali anchor la piu semplice è la moltiplice. l'altre due nascono dalla compositione di queste, cioè moltiplice superparticolare, come 7 a 3, & moltiplice superpartiēte, come 8 a 3. ma le subproportionali sono le minori delle maggiori, come la submoltiplice, & subsuperparticolare, & similmente l'altre. adunque e da sapere, che questo libro si diuide in due parti, nella prima si tratta delle proportione semplici, cioe delle moltiplici, nella seconda vniuersalmente di tutte le proportioni, perche (come già s'è detto) la notitia de semplici dee andare innanzi a quella de composti; & come il libro, cosi anchora le diffinitioni si diuidono, che le prime sono delle parti, & delli moltiplici, poi seguono vniuersalmente quelle di tutte le proportioni.*

Analogia.

La notitia delle cose semplici dee andare innanzi a quella delle composte.

Termini.

Distanza.

Proportione.

Analogia.

Proportione di proportioni

La proportione è di due maniere, una nella stima, l'altra nella quantità.

Della proportione che è nella quantità cinque sono le spetie.

Il quinto libro si diuide in due parti.