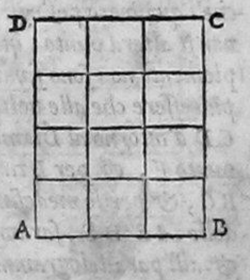
DE GLI ELEMENTI DI EVCLIDE
LIBRO SECONDO
CON LI SCHOLII ANTICHI, ET COMMENTARII
Di Federico Commandino da Vrbino.

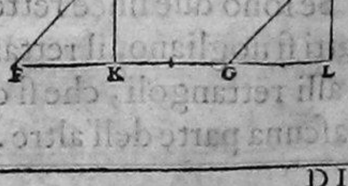
DIFFINITIONI.
I.


GNI parallelogrammo rettangolo si dice esser contenuto da due rette linee, che constituiscono l'angolo retto.

IL COMMANDINO.

Quel che sia il parallelogrammo rettangolo, si è detto di sopra; il qual si dice esser contenuto da due rette linee, che sono d'intorno all'angolo retto, percioche essendo conosciute le due linee per numeri, moltiplicato l'vn numero per l'altro si produce l'area del rettangolo. il che non auuiene ne gli altri parallelogrammi, che non sono rettangoli. Sia il parallelogrammo rettangolo A B C D, & sia per essempio il lato AB tre piedi, e'l lato BC quattro, sarà l'area di tutto il rettangolo piedi dodice quadrati. Ma ne gli altri parallelogrãmi l'area si fa nota dall'area de rettangoli c'hanno la medesima altezza, & le basi ò le medesime, ò vguali. Sia il parallelogrammo non rettangolo E F G H, la cui base F G sia piedi quattro, & la perpendiculare E K tirata dal punto E alla F G sia due piedi. prolunghisi la K G sino al punto L, di modo che la K L sia vguale alla F G, & giungasi H L. sarà E K L H vn parallelogrammo rettangolo. Onde i parallelogrammi E F G H E K L H hauendo le basi F G K L vguali, & la medesima altezza, cioè essendo fra le medesime parallele, saranno fra loro vguali. ma l'area del parallelogrammo E K L H è otto piedi. adunque è necessario che l'area del parallelogrammo E F G H sia di altrettanti piedi. Ma l'area del parallelogrammo rettangolo prodursi dalla moltiplicatione de lati che sono d'intorno all'angolo retto, nel modo che dicemmo poco fa, pongasi hora fino à tanto che cosi essere si farà manifesto. Dimostra ciò Giouanni Regiomontano nel principio del primo libro de triangoli, & noi l'habbiamo dimostrato ne commentarij del libro di Archimede della misura del cerchio.





DIFFINITIONI II.

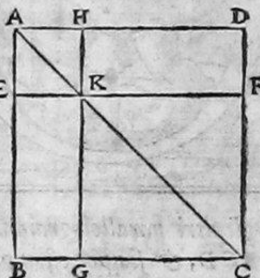
In ogni ſpatio parallelogrammo ciaſcuno di parallelogrammi che ſono d'intorno al diametro di eſſo con gli due ſupplementi ſi chiamerà Gnomone.

SACHOLIO.

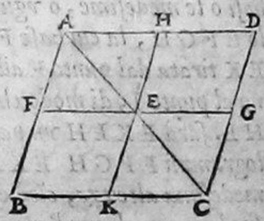
E da ſapere che il gnomone è ſtato ritrouato da Geometri per breuita, ma il nome gli è ſtato impoſto dall'accidente, percioche da eſſo ſi conoſce la forma ò di tutto il ſpatio, ò del rimanente, quando ò ſi pone d'intorno, ò ſi toglie via. Et ne gli horoſcopij l'offitio ſuo ſolamente è di fare conoſcere l'hore preſenti. Supplementi chiama non come che non ſiano parallelogrammi, ma come nò ſimili al tutto, quali però la ſomiglianza del tutto ad eſſo compiſcono.

Il gnomone è ſtato trouato da Geometri per breuità. L'offitio del gnomone ne gli horoſcopij

IL COMMANDINO.



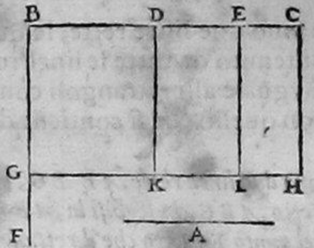
Quali parallelogrammi ſi dicano ſtare propriamente d'intorno al diametro, fu detto di ſopra, cioè quelli che ſi toccano fra loro in un punto. Sia il parallelogrammo A B C D, il cui diametro A C; & i parallelogrammi d'intorno al diametro ſiano A E K H K G C F, & i ſupplementi B K K D. Adunque i due ſupplementi inſieme con uno de parallelogrammi qual ſi uoglia, che ſtanno d'intorno al diametro, ſi chiama Gnomone, & ſe al parallelogrammo G F ſia poſto d'intorno il Gnomone, fa tutto il parallelogrammo A C ſimile à G F, & ſe dal parallelogrammo AC ſi toglia uia il gnomone B F H, il rimanente parallelogrammo E H è ſimile al tutto. Onde fu detto da Ariſtotele, che'l quadrato poſtogli d'intorno il gnomone creſce certamẽte, ma non ſi altera punto. quello che ſi aggiunge nel ſcholio, che i ſupplementi non ſono ſimili al tutto, non è ſempre vero, perche può eſſere che alle uolte ſiano ſimili. Sia il parallelogrammo A B C D d'intorno al Diametro, A C & ſeghiſi la A C per mezo nel punto E, & per E tiriſi la F G parallela ad una di eſſe A D B C, & per lo medeſimo punto E tiriſi la K H parallela ad una delle A B D C, ſaranno i ſupplementi B E E D ſimili al tutto, & alli parallelogrammi F H K G & ſimili & uguali, il che ſi può facilmente dimoſtrare dalle coſe che ſi diranno piu à baſſo.



THEOREMA I. PROPOSITIONE I.

Se ſono due linee rette, delle quali una ſia ſegata in quante parti ſi uogliano, il rettangolo contenuto dalle due linee è uguale alli rettangoli, che ſi contengono dalla linea non ſegata & da ciaſcuna parte dell'altre.

Siano due linee rette A B C, & la B C ſia ſegata in qualunque modo ne punti D E. Dico il rettangolo contenuto dalle linee rette A B C eſſere vguale al rettangolo contenuto dalle A B D, & al rettangolo contenuto dalle A D E & à quello che ſi contiene dalle A E C. percioche tiriſi dal pũto B la B F ad angoli retti ſopra la B C, & põgaſi la B G vguale alla A. poi per G tiriſi la G H parallela alla B C, & per li punti D E C tirinſi le D K E L C H parallele alla B G. Adunque il rettangolo B H è vguale alli rettangoli B K D L E H: & è il rettangolo B H quello che ſi contiene dalle A B C, contenendoſi dalle G B B C, & eſſendo la B G vguale alla A. & il rettangolo B K è quello che ſi contiene dalle A B D; percioche ſi contiene dalle G B B D, delle quali la G B è vguale alla A. & il rettaagolo D L è quello che ſi contiene dalle A D E, concioſiacoſa che D K cioè B G ſia vguale alla A. parimente il rettangolo E H è quello che ſi contiene dalle A E C. il rettangolo dunque contenuto dalle A B C è vguale al rettangolo contenuto dalle A B D, & al contenuto dalle A D E, & al contenuto dalle A E C. onde ſe ſono due linee rette l'vna delle quali ſia ſegata in quante parti ſi vogliano, il rettangolo contenuto dalle due linee è vguale alli rettangoli che ſi contengono dalla linea retta non ſegata, & da ciaſcuna parte dell'altra. il che biſognaua dimoſtrare.



15. del primo.
3. del primo.
31. del primo.

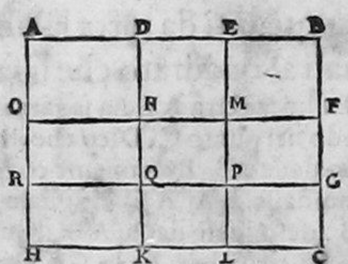
IL COMMANDINO.

Mi è piacciuto anchora di dimoſtrare alcuni theoremi ſimili à queſti, quali ſaranno vtili & à molt'altre coſe, & maſſimamente à quelle che ſi trattano nel decimo libro.

THEOREMA I.

Se ſono due linee rette, le quali ſiano ſegate in quante parti ſi vogliano, il rettangolo che ſi contiene dalle due linee è vguale alli rettangoli contenuti da ciaſcuna parte dell'vna con ciaſcuna parte dell'altra.

Siano due linee rette A B B C, che contengano l'angolo retto A B C, & ſeghiſi la A B ne punti D E, & la B C ne punti F G. Dico il rettangolo contenuto dalle A B B C eſſere vguale alli rettangoli, che ſi contengono da ciaſcuna parte A D D E E B con ciaſcuna parte B F F G G C, percioche finito il parallelogrammo A B C H, tirinſi per li punti D E le linee rette D K E L parallele ad vna delle due A H B C, & per li punti F G tirinſi le F M N O G P Q R parallele ad vna delle due A B H C. ſarà il parallelogrammo A C vguale alli parallelogrammi A N D M E F O Q N P M G R K Q L P C, & i parallelogrammi A N D M E F ſono quelli, che ſi contengono dalla B F & da ciaſcuna parte della linea retta A B, cioè A D D E E B, & i parallelogrammi O Q N P M G ſono quelli, che ſi contengono dalla F G, & da ciaſcuna parte A D D E E B, & finalmente i parallelogrammi R K Q L P C ſono quelli, che ſi contengono dalla G C & da ciaſcuna parte della medeſima linea retta A B. ſe dunque ſono due rette linee, le quali ſiano ſegate in quante parti ſi vogliano, il rettangolo che ſi contiene dalle due linee è vguale alli rettangoli contenuti da ciaſcuna parte dell'vna con ciaſcuna parte dell'altra. il che biſognaua dimoſtrare.



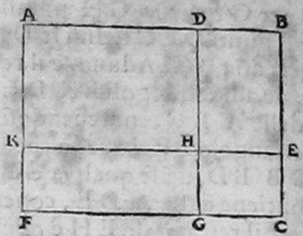
31. del primo.

THEO-

THEOREMA II.

Se ſono due linee rette, le quali ſiano ſegate in qualunque modo, il rettangolo contenuto da tutte le linee inſieme con quello che ſi contiene da due parti di eſſe è vguale alli rettangoli contenuti da tutte le linee, & dalle dette parti, inſieme con quello che ſi contiene dall'altre due parti.

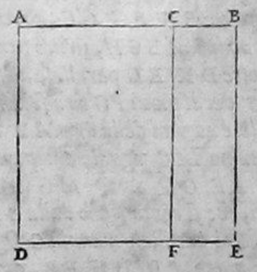
Siano due linee rette A B B C, che contengano l'angolo retto A B C, & ſeghiſi la A B nel punto D, & la B C nel punto E. Dico che il rettangolo A B C inſieme col rettangolo cõtenuto dalle due parti di eſſe, cioè D B E C è vguale al rettangolo contenuto da tutta la linea A B & dalla detta parte di B C, cioè E C, & al rettangolo contenuto da tutta la B C & dalla detta parte D B inſieme con quello che ſi contiene dall'altre parti A D B E. compiſcaſi il parallelogrammo A B C F, & dal punto D tiriſi la D G parallela ad vna di eſſe B C A F, & dal punto E tiriſi la E H K parallela ad



31. del primo. *vna delle A B F C. Onde appare che il rettangolo A B C è vguale alli rettangoli A E K C. aggiungaſi da ogni banda il rettangolo H C commune, che è contenuto dalle due parti DB EC. adunque il rettangolo A B C inſieme col rettangolo H C è vguale à tre rettangoli A E K C & H C, de quali il rettangolo K C è quello che ſi contiene da tutta la A B, cioè K E & dalla parte E C, & il rettangolo D E inſieme col rettangolo H C ſi contiene da tutta la B C & dalla parte D B, & il rimanente A H è contenuto dall'altre parti A D B E, cioè A D D H. la onde il rettangolo A B C inſieme col rettangolo H C è vguale al rettangolo contenuto da tutta la A B & dalla E C, & al rettangolo contenuto da tutta la B C, & dalla D B inſieme con quello che ſi contiene dall'altre parti AD BE. Se dunque due linee rette ſi ſeghino in qualunque modo, il rettangolo contenuto da tutte le linee inſieme con quello che ſi contiene da due parti di eſſe è vguale alli rettangoli contenuti da tutte le linee & dalle dette parti inſieme con quello che ſi contiene dall'altre due parti. il che biſognaua dimoſtrare. Al medeſimo modo ſi dimoſtrerà ciò auuenire nell'altre parti.*

THEOREMA II. PROPOSITIONE II.

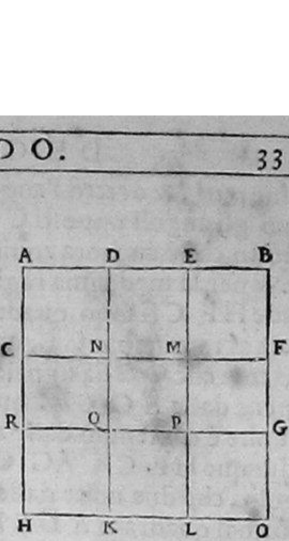
Se vna linea retta ſia ſegata in qual ſi voglia modo, i rettangoli contenuti da tutta la linea, & da ciaſcuna delle parti, ſono vguali al quadrato che ſi fa da tutta la linea.



La linea retta A B ſia ſegata in qual ſi voglia modo nel punto C. Dico che il rettangolo cõtenuto dalle AB BC inſieme cõ quello che ſi contiene dalle B A A C è vguale al quadrato di
46. del primo. A B. deſcriuaſi dalla A B il quadradrato A D
31. del primo. EB, & tiriſi per C la CF parallela ad vna di eſſe A D B E. Adunque il quadrato A E è vguale alli rettangoli A F C E, & è A E il quadrato di A B, & il rettangolo A F è contenuto dalle B A A C, contenendoſi dalle D A A C, delle quali A D è vguale ad A B, & il rettangolo C E è contenuto dalle A B B C, conciofiacoſa che la B E ſia vguale alla A B. Onde il rettangolo B A C inſieme col rettangolo A B C è vguale al quadrato di A B. Se dunque vna linea retta ſia ſegata in qual ſi voglia modo, i rettangoli contenuti da tutta & da ciaſcuna delle parti, ſono vguali al quadrato di tutta la linea. il che biſognaua dimoſtrare.

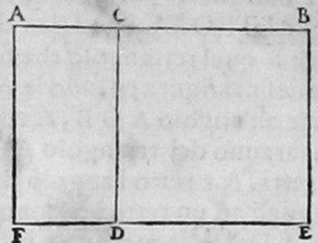
IL COMMANDINO.

Si dimostrerà parimente come di sopra, che se la linea sia segata inquante si voglia parti, il quadrato di tutta la linea è vguale alli rettangoli che si contengono da ciascuna parte applicata à ciascuna.



THEOREMA III.
PROPOSITIONE III.

Se una linea retta sia segata in qualunque modo, il rettangolo contenuto da tutta la linea, & da una parte di essa sarà uguale al rettangolo che si contiene dalle parti. & al quadrato che si fa dalla detta parte.



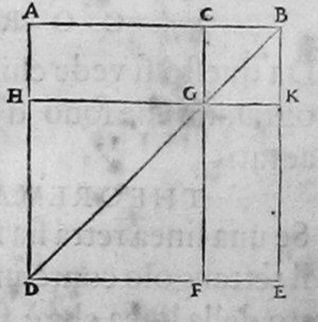
La linea retta A B sia segata in qualunque modo nel punto C. Dico che il rettangolo A B C è uguale al rettangolo A C B insieme col quadrato che si fa dalla B C. descriuasi dalla B C il quadrato C D E B, & prolunghisi E D in F, & per A tirisi la AF parallela ad una di esse C D D E. sarà il rettangolo A E uguale alli rettangoli A D C E, & il rettangolo A E è contenuto dalle A B B C, percioche si contiene dalle A B B E, delle quali B E è uguale alla B C: & il rettangolo A D è contenuto dalle A C C B, conciosiaco sa che D C sia uguale alla C B, & è D B il quadrato che si fa dalla B C. la onde il rettangolo A B C è uguale al rettangolo A C B insieme col quadrato di B C. se dunque una linea retta sia segata in qualunque modo, il rettangolo contenuto da tutta la linea & da una parte di essa, sarà uguale al rettangolo che si contiene dalle parti, & al quadrato che si fà dalla detta parte. il che bisognaua dimostrare.

46 del primo.

31. del primo

THEOREMA IIII. PROPOSITIONE IIII.

Se una linea retta sia segata in qualunque modo, il quadrato di tutta la linea sarà uguale alli quadrati delle parti, & al rettangolo contenuto due uolte dalle dette parti:



Sia la linea retta A B diuisa in qualunque modo nel punto C. Dico che il quadrato di AB è uguale alli quadrati di A C C B, & à quel rettangolo che si contiene due uolte dalle A C C B. discriuasi dalla A B il quadrato A D E B, & giungasi B D & per C tirisi C G F parallela ad una di esse AD BE, & per G tirisi HK parallela ad una delle A B D E. perche dunque la C F è parallela alla A D, & in esse cade la B D, sarà l'angolo B G C esteriore uguale all'interiore, & opposto A D B. ma l'angolo A D B è uguale all'angolo A B D, perche il lato B A è uguale al lato A D. onde l'angolo C G B è uguale all'angolo G B C, & per tal cagione il lato B C è uguale al lato C G. ma anchora il lato C B è uguale al lato G K, & C G à B K. adunque etiandio G K è uguale à K B; & C G K B è equilatero. Dico oltre à ciò essere rettangolo. percioche essendo la C G parallela alla B K, & in esse cade la C B, gli angoli K B C G C B sono ugua

46. del primo.
31. del primo.
29. del primo.
5. del primo.
6. del primo.
34. del primo.

li à due retti, & è retto l'angolo KBC. adunque etiandio G C B è retto, & retti sono gli angoli opposti C G K G K B. onde C G K B è rettangolo. ma fu dimostrato che è anchora equilatero. adunque C G K B è quadrato, che si fa da B C. & per la medesima ragione H F è quadrato, che si fà da H G, cioè da A C. la onde H F C K sono quadrati di A C C B. & perche il rettangolo A G è uguale al rettangolo G E, & e A G quello che si contienedalle A C C B, conciosiacosa che G C sia uguale à C B, sarà anchora G E uguale à quello, che si contiene dalle A C C B. onde i rettangoli A G G E sono uguali à quello che due uolte è contenuto dalle A C C B.& sono HF CK i quadrati di AC CB.quattro dunque HF CK AG G E sono uguali alli quadrati di A C C B, & al rettangolo, che due uolte dalle A C C B è contenuto. ma HF CK A G G E sono tutto il quadrato A D E B, che si fà da A B. il quadrato dunque di A B è uguale alli quadrati di A C C B, & al rettangolo che due uolte è contenuto dalle A C C B. la onde se una linea sia diuisa in qualunque modo, il quadrato di tutta la linea sarà uguale alli quadrati delle parti & al rettangolo contenuto due uolte dalle dette parti. & questo è che bisognaua dimostrare.

29. del primo.
34. del primo.
43. del primo.

IN ALTRO MODO. Dico che il quadrato di AB, e uguale alli quadrati di AC C B & à quel rettangolo che si contiene due uolte dalle A C CB. percioche nella medesima figura essendo la AB, uguale alla AD l'angolo A B D anchora sarà uguale all'angolo A D B, & essendo i tre angoli d'ogni triangolo uguali à due retti saranno del triangolo A B D i tre angoli A B D A D B B A D, uguali à due retti. & e retto l'angolo B A D. adunque gli altri angoli A B D A D B sono uguali ad un retto. & sono uguali fra loro. onde l'uno, & l'altro di essi A B D A D B e la metà d'un retto. ma è retto B C G, per essere uguale all'angolo A opposto. il rimanente dunque C G B è la metà d'un retto, & per tal cagione l'angolo C G B è uguale all'angolo C B G, & il lato B C è uguale al lato CG. ma C B è vguale à G K & C G à B K. adunque C K è equilatero, & hauendo l'angolo retto C B K, etiandio è quadrato, che si fa da C B. per la medesima ragione H F è quadrato, & vguale al quadrato di A C. il perche C K H F sono quadrati, & vguali alli quadrati di A C C B. oltre à ciò perche il rettangolo A G e vguale à G E, & e A G quello che e contenuto dalle A C C B, conciosiacosa, che C G sia vguale à C B, sarà anchor G E vguale al contenuto dalle AC CB. onde AG G E sono vguali à quello, che due volte dalle A C C B e contenuto. & sono C K H F vguali alli quadrati di A C C B. adunque C K H F A G G E sono vguali alli quadrati di AC CB, & al rettangolo che due volte dalle A C C B e contenuto. ma C K H F & A G G E sono tutto il quadrato AE, che si fa da A B. la onde il quadrato di A B e vguale alli quadrati di A C C B, & al rettangolo che due volte e contenuto dalle AC CB. il che bisognaua dimostrare.

5. del primo.
32. del primo.
29. del primo.
6. del primo.
34. del primo.
43. del primo.

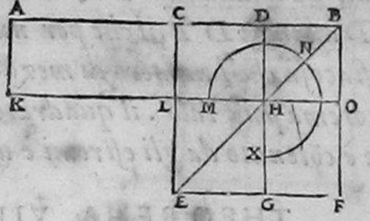
COROLLARIO.

Da questo si vede chiaramente, che ne spatij quadrati i parallelogrammi che sono d'intorno al diametro sono anchora loro quadrati.

THEOREMA V. PROPOSITIONE V.

Se una linea retta sia segata in parti vguali, & in parti disuguali, il rettangolo contenuto dalle parti disuguali insieme col quadrato della linea che è fra li segamenti, sarà vguale al quadrato della metà di tutta la linea.

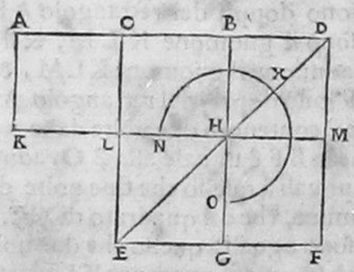
Sia la linea retta A B segata in parti vguali nel punto C, & in parti disuguali nel D. Dico che il rettangolo contenuto dalle A D D B insieme col quadrato di C D e vguale al quadrato di C B. Descriuasi da B C il quadrato C E F B & giungasi si B E, & per D tirisi la D H G parallela ad vna di esse C E B F: & per H tirisi K L O parallela ad una delle C B E F, & finalmente per A tirisi A K parallela ad vna delle C L B O. & perche il supplemento C H è uguale al supplemento H F, pongasi D O commune. adunque tutto il rettangolo C O è vguale à tutto D F. ma C O è uguale ad A L, conciosiacosa che A C sia vguale à C B. Onde etiandio A L è vguale à D F. pongasi C H commune. sarà il tutto A H vguale à F D D L. ma A H è contenuto dalle A D D B, percioche D H è vguale à D B, & F D D L e'l gnomone M N X. adunque il gnomone M N X è uguale à quello, che e contenuto dalle A D D B. pongasi L G commune, che è ugnale al quadrato di C D. la onde il gnomone M N X & L G sono vguali al rettangolo contenuto dalle A D D B, & al quadrato di C D. ma il gnomone M N X & L G sono tutto il quadrato C E F B, qual si fa da C B. adunque il rettangolo A D B insieme col quadrato di C D è uguale al quadrato di C B. se dunque una linea retta sia segata in parti vguali, & in parti disuguali, il rettangolo contenuto dalle parti disuguali insieme col quadrato della linea che è fra li segamenti, sarà vguale al quadrato della metà di tutta la linea. il che bisognaua dimostrare. 43. del primo. 36 del primo.



THEOREMA VI. PROPOSITIONE VI.

Se vna linea retta sia segata per mezo, & vi si aggiunga qualche altra linea per diritto, il rettangolo contenuto da tutta la linea con la giunta & dalla giunta insieme col quadrato della metà, sarà vguale al quadrato che si fa dalla metà, & dalla giunta si come da vna linea sola.

Seghisi la linea retta A B per mezo nel punto C & aggiungauisi B D per diritto. Dico che il rettangolo A D B insieme col quadrato di B C è vguale al quadrato che si fa dalla C D. Descriuasi dalla C D il quadrato C E F D & giungasi D E. & per B tirisi B H G parallela ad vna di esse C E D F, & per H tirisi K L M parallela ad vna delle A D E F. & finalmēte per A tirisi A K parallela ad vna delle C L D M. Perche dunque la A C è vguale alla C B, il rettangolo A L sarà vguale al rettangolo C H. Ma C H è vguale ad H F. onde A L sarà vguale ad H F. pongasi C M commune. adunque tutto il rettangolo A M è vguale al gnomone N X O, & A M è contenuto dalle A D D B, conciosiacosa, che la D M sia vguale alla D B, & però il gnomone N X O è vguale al rettangolo A D B. similmente pongasi commune L G, che è vguale al quadrato di C B. adunque il rettangolo A D B, insieme col quadrato di C B è uguale al gnomone N X O, & ad L G. ma il gnomone N X O, & L G sono tutto il quadrato C E F D, che si fa da C D. la onde il rettango lo A D B insieme col quadrato di B C è vguale al quadrato di C D. se dunque vna linea retta sia segata per mezo, & vi si aggiunga qualche altra linea per diritto, il rettangolo contenuto da tutta la linea, con la giunta & dalla giunta insieme col quadrato della metà, sarà vguale al quadrato della metà & della giunta. si come da vna sola linea. il che bisognaua dimostrare. 46. del primo. 31. del primo. 36. del primo. 43 del primo.

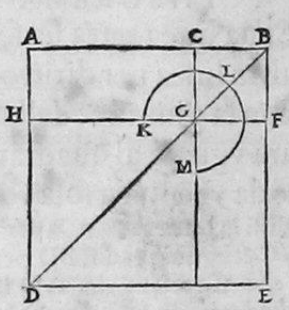


S C H O L I O.

In questo si mostra l'Analogia arithmetica, percioche l'eccesso nel quale A D auanza D C cioè C B è'l medesimo che quello nel quale C D auanza D B, il che per numeri appare piu manifestamente, conciosiacosa che'l numero di mezo ugualmente ecceda, & sia ecceduto, il theorema poi è tale. il quadrato che si fa dall'eccesso insieme con quello che è cōtenuto da gli estremi è uguale al quadrato del numero di mezo.

THEOREMA VII. PROPOSITIONE VII.

Se una linea retta sia segata in qualunque modo, i quadrati che si fanno da tutta la linea, & da una parte sono uguali al rettangolo contenuto due uolte da tutta la linea, & dalla detta parte insieme col quadrato dell'altra parte.



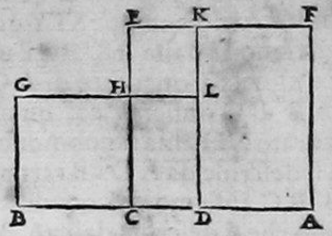
Sia la linea retta AB segata in qualunque modo nel punto C. Dico che i quadrati di A B B C sono uguali al rettangolo contenuto due uolte dalle A B B C, & al quadrato di A C. descriuasi dalla A B il quadrato A D E B, & constituiscasi la figura. perche dunque il rettangolo A G è uguale al rettangolo G E, pongasi commune C F. onde tutto il rettangolo A F è uguale à tutto C E, & perciò i rettangoli A F C E sono doppij del rettangolo A F. ma A F C E sono il gnomone K L M, & il quadrato C F. adunque il gnomone K L M, & il quadrato C F sono doppij del rettangolo A F. & quello che è contenuto due uolte dalle A B B C è doppio del rettangolo A F, percioche la B F è uguale alla B C. adunque il gnomone K L M & il quadrato C F sono uguali à quello che due uolte dalle A B B C è contenuto. pongasi D G commune, che è il quadrato di A C. onde il gnomone K L M, & i quadrati di B G G D sono uguali à quello che due uolte è contenuto dalle A B B C, & al quadrato di A C. ma il gnomone K L M, & i quadrati di B G G D sono A D E B, & C F, cioè i quadrati di A B B C. i quadrati dunque di A B B C sono uguali al rettangolo che è contenuto due uolte dalle A B B C, insieme col quadrato di A C. la onde se una linea retta sia segata in qualunque modo, i quadrati che si fanno da tutta la linea, & da una parte sono uguali al rettangolo contenuto due uolte da tutta la linea, & dalla detta parte, insieme col quadrato dell'altra parte. il che bisognaua dimostrare.

46. del primo.
43. del primo.

I L C O M M A N D I N O.

Non sarà forse fuori di proposito porre in questo luogo il theorema che noi habbiamo dimostrato ne commentarij delli conici di Apollonio pergeo, percioche di esso ci seruiremo nelle cose seguenti.

Se una linea retta sia segata in parti disuguali, i quadrati che si fanno dalle parti sono uguali al rettangolo contenuto due uolte dalle dette parti insieme col quadrato di quella linea, nella quale la maggiore auanza la minore.

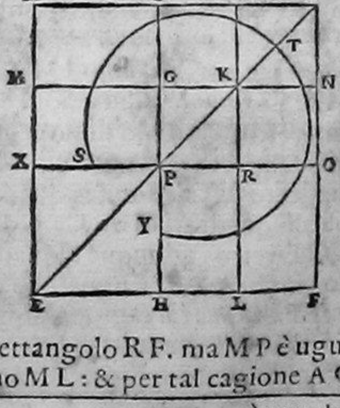


Diuidasi la linea retta A B in parti disuguali nel punto C, di modo che A C sia maggiore di C B, & à C B pongasi uguale la AD. Dico che i quadrati di AC C B sono uguali al rettangolo contenuto due uolte dalle A C C B, insieme col quadrato di C D, nella quale la linea A C auanza la C B. constituiscansi i quadrati di A C C B, cioè A C E F C B G H: & per D tirata la D K parallela alla C E, prolunghisi G H di modo che seghi la D K in L. perche dunque la A D è uguale alla B C, aggiunta la commune D C, sarà la D B uguale alla A C. ma la G L è uguale alla B D, & la C E alla A C. onde etiandio la G L sarà uguale alla C E, & è la C H uguale alla H G. adunque la remanente EH è uguale alla rimanente H L, & pero K H è quadrato, che si fa dalla K E, cioè dalla D C. & i rettangoli A K D G sono contenuti dalle A C C B, essendo la A D uguale alla B C, & la D B alla A C. onde i quadrati di A C C B sono uguali al rettangolo che due uolte si contiene dalle A C C B, insieme col quadrato di D C. se dunque una linea retta sia segata in parti disuguali, i quadrati che si fanno dalle parti sono uguali al rettangolo che due uolte è contenuto dalle dette parti, insieme col quadrato della linea, nella quale la maggiore auanza la minore. il che bisognaua dimostrare. 46. del primo. 31. del primo. 34. del primo.

THEOREMA VIII. PROPOSITIONE VIII.

Se una linea retta sia segata in qualunque modo, il rettangolo contenuto quattro uolte da tutta la linea, & da una delle parti insieme col quadrato dell'altra parte, sarà uguale al quadrato che si fà da tutta la linea & dalla detta parte, si come da una linea sola.

Sia la linea retta A B segata in qualunque modo nel punto C. Dico che il rettangolo contenuto quattro uolte dalle A B B C insieme col quadrato di A C è uguale al quadrato di A B B C come di una linea sola. prolunghisi la linea retta AB in D, & sia la B D uguale alla C B, & dalla A D descriuasi il quadrato AE F D. & facciasi la figura doppia. perche dunque la C B è uguale alla B D, & è la C B uguale alla G K, & la B D alla K N, sarà etiandio la G K uguale alla K N, 34. del primo



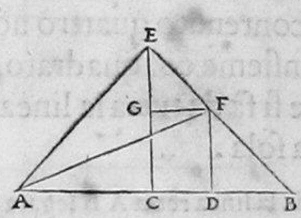
& per la medesima ragione la P R è uguale alla R O, & perche la C B è uguale alla B D, & la GK alla K N, sarà il rettangolo C K uguale al rettangolo K D, & il rettangolo GR al rettangolo RN. ma C K è uguale ad R N, conciosiacosa che siano supplementi del parallelogrãmo C O. onde, etiãdio KD è uguale à GR, & quattro rettangoli DK KC GR RN sono uguali fra loro, & però sono quadrupli del rettangolo CK. similmente perche la C B è uguale alla B D, & la B D alla BK, cioè alla C G, & la C B alla G K, cioè alla G P, sarà anchor la C G uguale alla G P, & è la P R uguale alla R O. adunque il rettangolo A G è uguale al rettangolo M P, & il rettangolo P L al rettangolo R F. ma M P è uguale à P L, essendo supplementi del parallelogrammo M L: & per tal cagione A G

è uguale

è uguale ad RF. onde i quattro A G M P P L R F fra loro ſono uguali, & quadrupli di A G. & ſi è dimoſtrato che i quattro C K K D G R R N ſono quadrupli di C K. otto dunque che contengono il gnomone S T Y ſono quadrupli di A K. & perche A K è quello che ſi contiene dalle A B B C, eſſendo la B K uguale alla B C, ſarà il contenuto quattro uolte dalle A B B C quadruplo di A K,& fu dimoſtrato il gnomone STY quadruplo di A K. adunque quello che è contenuto quattro uolte dalle AB BC è uguale al gnomone S T Y. pongaſi commune X H, che è uguale al quadrato di A C. ſarà quello che è contenuto quattro uolte dalle A B B C inſieme col quadrato di A C uguale al gnomone S T Y, & al quadrato X H. ma il gnomone S T Y, & X H ſono tutto il quadrato A E F D, che ſi deſcriue da A D. il rettangolo dunque che ſi contiene quattro uolte dalle A B B C inſieme col quadrato di A C è uguale al quadrato di A D, cioè à quello che ſi deſcriue dalle A B B C, ſi come da una ſol linea. la onde ſe una linea retta ſia ſegata in qualunque modo, il rettangolo contenuto quattro uolte da tutta la linea, & da una parte inſieme col quadrato dall'altra parte, ſarà uguale al quadrato che ſi fa da tutta la linea & dalla detta parte, ſi come da una linea ſola. il che biſognaua dimoſtrare.

THEOREMA IX. PROPOSITIONE IX.

Se una linea retta ſia ſegata in parti uguali, & in parti diſuguali, i quadrati che ſi fanno dalle parti diſuguali ſono doppij del quadrato della metà, & del quadrato di quella linea, che è fra gli ſegamenti.

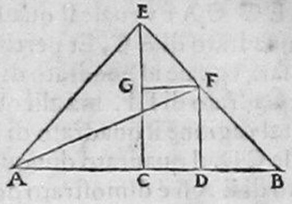


Sia la linea retta A B ſegata in parti uguali nel punto C, & in parti diſuguali nel D. Dico
11. del primo. che i quadrati di A D D B ſono doppij delli quadrati di A C C D. tiriſi dal punto C la C E ad angoli retti ſopra la A B; & pongaſi
31. del primo. uguale all'una, & l'altra di eſſe A C C B, & giunganſi E A E B. poi per D tiriſi la D F parallela alla C E, & per F tiriſi la F G parallela alla A B; & giungaſi AF. perche dunque la
6. del primo. A C è uguale alla C E, ſarà l'angolo E A C uguale all'angolo A E C, & eſſendo
32. del primo. retto l'angolo C, i rimanenti A E C E A C ſaranno uguali ad un retto, & ſono uguali fra loro. adunque l'uno, & l'altro di eſſi A E C E A C è la metà d'un retto. & per la medeſima ragione l'uno, & l'altro delli C E B E B C è la metà d'un retto, onde tutto l'angolo A E B è retto. & perche l'angolo G E F è
29. del primo. la metà d'un retto, & è retto E G F, eſſendo uguale all'interiore & oppo-
6. del primo. ſto E C B, ſarà etiandio il rimanente E F G la meta d'un retto. onde l'angolo G E F è uguale all'angolo E F G, & però il lato E G è uguale al lato G F. ſimilmente perche l'angolo B è la metà d'un retto, & F D B è retto, concioſiacoſa che ſia uguale all'interiore & oppoſto E C B, ſara il rimanente B F D la metà d'un retto. l'angolo dunque B è uguale all'angolo D F B, & il lato D F al lato D B. & perche la A C è uguale alla C E, ſara anche il quadrato di A C uguale al quadrato di C E. onde i quadrati di A C C E ſono doppij del quadrato di A C.
47. del primo. ma alli quadrati di A C C E è uguale il quadrato di E A, per eſſere l'angolo A C E retto. adunque il quadrato di E A è doppio del quadrato di A C. oltre à cio perche la E G è uguale alla G F, ſarà il quadrato di E G uguale al quadrato di G F. & per tal cagione i quadrati di E G G F ſono doppij del quadrato di G F. ma alli quadrati di E G G F è uguale il quadrato di E F. adunque il quadrato di E F è doppio del quadrato di G F. & è G F uguale à C D. onde il qua-

drato di E F e doppio del quadrato di C D. ma etiandio il quadrato di A E e doppio del quadrato di A C. i quadrati dunque di A E E F sono doppij delli quadrati di A C C D. & alli quadrati di A E E F e uguale il quadrato di A F, percioche l'angolo A E F è retto. adunque il quadrato di A F è doppio delli quadrati di A C C D. ma al quadrato di A F sono uguali i quadrati di A D D F, essendo l'angolo D retto. il perche i quadrati di A D D F sono doppij delli quadrati di A C C D. ma la D F è uguale alla D B. i quadrati dunque di A D D B sono doppij delli quadrati di A C C D. la onde se una linea retta sia segata in parti uguali, & in parti disuguali, i quadrati che si fanno dalle parti disuguali sono doppij del quadrato della metà, & del quadrato di quella linea che è fra li segamenti. il che bisognaua dimostrare.

IL COMMANDINO.

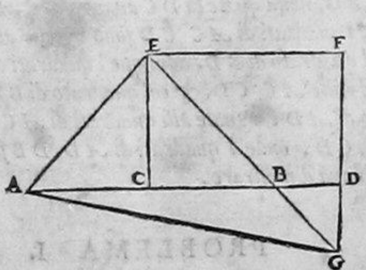
Possiamo anchora il medesimo altramente dimostrare in questo modo.



Hauendo posto le medesime cose, perche la linea retta A B è segata in parti uguali nel punto C, & in parte disuguali nel D, sarà D B la linea, nella quale la A C auanza la C D. adunque per le cose che habbiamo dimostrato alla settima di questo, i quadrati di A C C D sono uguali al rettangolo che due uolte è contenuto dalle A C C D, & al quadrato di D B, & però i quadrati di A C C D insieme col rettangolo contenuto due uolte dalle A C C D, & col quadrato di D B, sono doppij delli quadrati di A C C D. ma il quadrato di A D è uguale alli quadrati di A C C D, & al rettangolo contenuto due uolte dalle A C C D. i quadrati dunque di A D D B sono doppij delli quadrati di A C C D. il che bisognaua dimostrare. 4. del questo.

THEOREMA X. PROPOSITIONE X.

Se una linea retta sia segata per mezo, & ui si aggiunga vn'altra linea per diritto, i due quadrati che si fanno da tutta la linea con la giunta, & dalla giunta sono doppij del quadrato della metà, & del quadrato che si fa dalla metà & dalla giunta, si come da una sola linea.



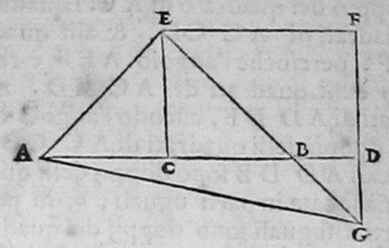
Sia la linea retta A B segata per mezo nel punto C, & aggiungasi ad essa per diritto la linea B D. Dico che i quadrati di A D D B sono doppij delli quadrati di A C C D. tirisi dal pnnto C la C E ad angoli retti sopra la A B, & pongasi vguale à ciascuna di esse A C C B; & giungansi A E E B. Poi per E tirisi la E F parallela alla A D, & per D tirisi la D F parallela alla C E. Et perche nelle parallele E C F D cade la linea retta E F, sono gli angoli C E F E F D vguali à due retti. gli angoli dunque F E B E F D sono minori di due retti. ma le linee rette prolũgate in infinito da gli angoli minori di due retti, concorrono insieme. Adunque prolungandosi le E B F D concorreranno dalle parti di B D. Prolunghinsi, & concorrano nel punto G, & giungasi A G. Perche dunque la A C e vguale alla C E, etiandio l'angolo A E C sarà vguale

11. del primo.

31. del primo.

29. del primo.

Per le cose dimostrate alla 29. del primo.



all'angolo E A C, & l'angolo C è retto onde l'vno & l'altro di essi E A C, A E C, sarà la metà d'vn retto. & per la medesima ragione sarà la metà d'vn retto l'vno & l'altro di essi C E B E B C. adunque A E B è retto. & perche E B C è la metà d'vn retto, sarà anche la metà d'vn retto D B G, essendo alla cima, ò uer contra posto. Ma B D G altresì è retto, per essere vguale all'alterno D C E. il rimanente dunque D G B è la metà d'un retto. & però è vguale à DBG. onde il lato B D è vguale al lato D G. similmente perche EGF è la metà d'vn retto, & è retto l'angolo F, essendo vguale all'angolo opposto C, sarà il rimanente F E G la metà d'vn retto, & vguale ad E G F. onde etiandio il lato G F è vguale al lato E F, essendo la E C vguale alla C A: & il quadrato di E C sarà vguale al quadrato di C A & però i quadrati di E C C A sono doppij del quadrato di C A. ma alli quadrati di E C C A è vguale il quadrato di E A. il quadrato dunque di E A è doppio del quadrato di A C. Et perche la G F è vguale alla F E etiandio al quadrato di G F sarà vguale al quadrato di F E. adunque i quadrati di GF, F E sono doppij del quadrato di E F. ma alli quadrati di G F F E è vguale il quadrato di E G. & per tal cagione il quadrato di E G è doppio del quadrato di E F, & è la E F vguale alla C D. il quadrato dunque di E G è doppio del quadrato di C D. ma il quadrato di E A si è dimostrato doppio del quadrato di A C. onde i quadrati di AE E G sono doppij delli quadrati di A C C D. & alli quadrati di A E E G è vguale il quadrato di A G. il quadrato dunque di AG è doppio delli quadrati di A C C D. ma al quadrato di A G sono vguali i quadrati di A D D G. per la qual cosa i quadrati di A D D G sono doppij delli quadrati di A C C D. ma la D G è vguale alla D B. i quadrati dunque di AD DB sono doppij delli quadrati di AC C D. la onde se vna linea retta sia segata per mezo, & vi si aggiunga vn'altra linea per diritto, i due quadrati che si fanno da tutta la linea con la giunta, & dalla giunta sono doppij del quadrato della metà, & del quadrato che si fa dal la metà & dalla giunta, si come da vna sola linea. il che bisognaua dimostrare.

15. del primo.
29. del primo.
6. del primo.

IL COMMANDINO.

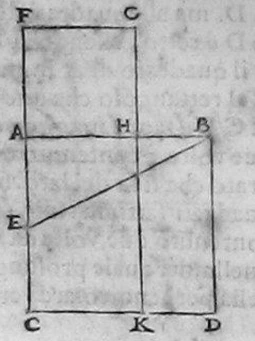
Et questo parimente dimostreremo in vn'altro modo.

Perche la linea retta A B è segata per mezo nel punto C & vi si aggiunge la B D, sarà la linea B D, nella quale la D C auanza la C A. onde per le cose dimostrate alla settima di questo libro, i quadrati di A C C D sono vguali al rettangolo contenuto due volte dalle A C C D & al quadrato di B D. adunque i quadrati di A C C D insieme col rettangolo contenuto due volte dalle A C C D, & col quadrato di B D sono doppij delli quadrati di A C C D. ma il quadrato di A D è vguale alli quadrati di A C C D, & al rettangolo contenuto due volte dalle A C C D. onde i quadrati di A D D B saranno doppij delli quadrati di A C C D. il che bisognaua dimostrare.

PROBLEMA I. PROPOSITIONE XI.

Segare vna linea retta data talmente che il rettangolo contenuto da tutta linea & da vna delle parti sia vguale al quadrato dell'altra parte.

Sia la retta linea data A B. bisogna segarla in tal modo, che il rettangolo contenuto da tutta la linea, & da vna parte sia vguale al quadrato dell'altra parte. descriuasi dalla A B il quadrato A B C D, & seghisi A C per mezo nel punto E: & giungasi B E. poi prolungata C A in F, pongasi E F vguale à B E: & dalla AE descriuasi il quadrato F G H A: & G H prolunghisi in K. Dico che la A B è segata in H talmente, che il rettangolo A B H è vguale al quadrato di A H. percioche essendo la linea A C segata per mezo in E, & ci si aggiunge A F per diritto, il rettangolo C F A insieme col quadrato di A E sarà vguale al quadrato d E F. ma E F è vguale alla E B. il rettangolo dunque C F A insieme col quadrato di AE è vguale al quadrá to di E B: & al quadrato di E B sono vguali i quadrati di B A A E, conciosiacosa che l'angolo A sia retto. onde il rettangolo C F A insieme col quadrato di A E è vguale alli quadrati di B A A E. traggasi il commune quadrato di A E. adunque il rimanente rettangolo C FA è vguale al quadrato di A B. ma C FA è il rettangolo F K, percioche la A F è vguale alla F G, & il quadrato di A B è A D. onde il rettangolo F K è vguale al quadrato A D traggasi A K commune. il rimanente dunque FH è vguale al rimanente H D. & è H D il rettangolo A B H, essendo la A B vguale alla B D. & FH e'l quadrato di A H. la onde il rettangolo A B H è ugualeal quadrato di A H: & però la data retta linea A B è segata in H, talmente che il rettangolo A B H è vguale al quadrato di A H. il che bisognaua fare. 49 del primo. 10. del primo. 46. del primo. Per l'antecedente. 6. di questo.



S C H O L I O.

Da questo è chiaro, che vi è l'analogia geometrica, percioche essendo la A B segata in H, quello che è contenuto dalle A B B H è vguale al quadrato di A H, & questo solamente accade alla medieta Geometrica. di sotto dice cotal linea esser segata secondo l'estrema & meza proportione, ma hora non hauendo trattato della proportione, non dice che si seghi secondo l'estrema & meza proportione.

THEOREMA XI. PROPOSITIONE XII.

Ne triangoli ottusiangoli il quadrato che si fa dal lato sottoposto all'angolo ottuso è tanto maggiore delli quadrati fatti da i lati che l'angolo ottuso comprendono, quanto è il rettangolo contenuto due volte da vno de lati, che sono d'intorno all'angolo ottuso, cioè da quello nel quale prolungato cade la perpendiculare & dalla linea presa di fuori della perpendiculare verso l'angolo ottuso.

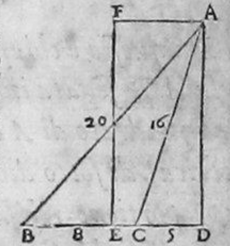
Sia il triangolo ottusiangolo A B C, c'habbia l'angolo ottuso B A C & dal punto B tirisi alla C A prolungata la perpendicolare B D. Dico che il quadrato di C B è tanto maggiore delli quadrati di B A A C, quanto è il rettangolo che due volte dalle C A A D è contenuto. Percioche essendo la linea C D segata in qualunque modo nel punto A, sarà il quadrato di C D vguale alli quadrati di C A A D, & al rettangolo che due volte è contenuto dalle C A A D. pongasi 12. del primo. 4. di questo.

commune il quadrato di D B. adunque i quadrati di C D D B ſono vguali alli
44. del primo. quadrati di C A A D D B. & al rettangolo che due volte è contenuto dalle C A A D. ma alli quadrati di C D D B è vguale il quadrato di C B, percioche l'angolo D è retto, eſſendo la B D perpendicolare: & alli quadrati di A D D B è vguale il quadrato di A B. onde il quadrato di CB è vguale alli quadrati di C A A B, & al rettangolo che due volte dalle C A A D è contenuto. il quadrato dunque di C B è tanto maggiore delli quadrati di C A A B, quanto è il rettangolo che due volte è contenuto dalle C A A D. la onde ne triangoli ottuſiangoli il quadrato che ſi fa del lato ſottopoſto all'angolo ottuſo è tanto maggiore delli due quadrati fatti da i lati, che comprendono l'angolo ottuſo, quanto è il rettangolo contenuto due volte da vno de i lati, che ſono d'intorno all'angolo ottuſo, cioè da quello, nel quale prolungato cade la perpendiculare, & dalla linea preſa di fuori della perpendicolare verſo l'angolo ottuſo. il che biſognaua dimoſtrare.

IL COMMANDINO.

Dalle coſe dimoſtrate in queſto theorema poſsiamo miſurare l'area d'ogni triangolo, che ha l'angulo ottuſo.

Sia il triangolo ottuſiangolo A B C, che habbia l'angolo A C B ottuſo, & ſia il lato A B per eſſempio piedi venti, B C otto, & C A ſedici, & dal punto A alla B C prolungata tiriſi la perpendiculare A D. primieramente dunque trouercmo quanta ſia la linea C D, che ſi aggiunge al lato, nel quale cade la perpedicolare in queſto modo, i quadrati dell'vno & l'altro de lati AC CB che ſono d'intorno all'angolo ottuſo preſi inſieme trarremo dal quadrato del lato A B ſottopoſto all'angolo ottuſo, & il rimanente diuideremo per lo doppio del lato B C, percioche da queſta diuiſione ſi produce la linea, che cerchiamo. il quadrato del lato AC è 256. & il quadrato di B C 64, quali preſi inſieme fanno 320. tratti dunque 320. da 400, che è il quadrato del lato A B, rimarranno 80. & diuidendo queſti per 16, cioè per lo doppio di B C, ſi produrrà 5. & tanti piedi ſarà la linea C D. & perche il triangolo A C D è rettangolo, il quadrato del lato A C ſarà vguale alli quadrati di C D D A. onde tratto il quadrato della linea CD che è 25 dal quadrato di A C, cioè da 256, il rimanente ſarà il quadrato della perpendiculare A D che è 231, il cui lato AD è preſſo à $15\frac{1}{5}$. ma in che modo ſi troui il lato vicino del numero nõ quadrato, noi l'habbiamo inſegnato ne noſtri commentarij ſopra il libro di Archimede della miſura del cerchio.



à cio dunque che ſi troui l'area del triangolo A B C, ſeghiſi la B D per mezo nel punto E, & da eſſo ſi tiri la perpendiculare E F parallela à D A, & dal punto A tiriſi vna parallela à D B, che concorra con E F nel punto F. ſarà il parallelogrammo rettangolo A D E F vguale al triangolo A B D, conciosiacoſa che l'vno & l'altro ſia la metà del parallelogrammo, la cui baſe è B D, & altezza la medeſima A D. adunque moltiplicata E D che è $6\frac{1}{2}$ per A D, cioè per $15\frac{1}{5}$ ne verrà l'area del rettangolo A D E F, & conſeguentemente anchor del triangolo A B D, piedi quadrati $98\frac{4}{5}$. per la medeſima ragione trouerasſi l'area del triangolo A C D eſſere piedi 38. onde tratti 38. da $98\frac{4}{5}$ rimarranno preſſo à $60\frac{4}{5}$ per l'area del triangolo A B C. quale ci habbiamo propoſto di trouare.

THEOREMA XII. PROPOSITIONE XIII.

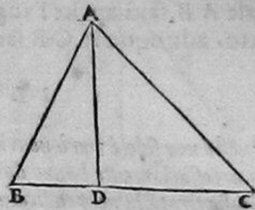
Ne triangoli acutiangoli, il quadrato che ſi fa dal lato ſottopoſto all'angolo acuto, è tanto minore delli quadrati fatti da i lati che l'angolo acuto comprendono, quanto è il rettangolo contenuto due volte da vno de lati, che ſono d'intorno all'angolo acuto, cioè da quello, nel quale cade la perpẽdicolare & dalla linea presa di dentro dalla perpendiculare verso l'angolo acuto.

Sia il triangolo acutiangolo A B C, che habbia l'angolo B acuto, & dal punto A alla B C tirisi la perpendiculare AD. Dico che il quadrato di A C è tanto minore delli quadrati di C B B A, quanto è il rettangolo contenuto due volte dalle C B, BD. perche essendo la linea retta CB segata in qualunque modo nel pūto D, sarāno i quadrati di CB B D vguali al rettangolo che due volte si contiene dalle C B B D, & al quadrato di D C. pongasi il quadrato di A D commune. i quadrati dunque di CB BD D A sono vguali al rettangolo che due volte dalle C B B D si contiene, & alli quadrati di A D, D C. ma alli quadrati di B D D A è vguale il quadrato di A B, percioche l'angolo D è retto, & alli quadrati di A D D C è vguale il quadrato di A C. onde i quadrati di C B B A sono vguali al quadrato di A C, & al rettangolo due volte contenuto dalle C B B D, & per tal cagione il quadrato di A C è tanto minore delli quadrati di C B B A, quanto è il rettangolo contenuto due volte dalle C B B D. adunque ne triangoli acutiangoli il quadrato che si fa dal lato sottoposto all'angolo acuto è tanto minore delli quadrati fatti da i lati, che l'angolo acuto comprendono, quanto è il rettangolo contenuto due volte da vno de lati che sono d'intorno all'angolo acuto, cioè da quello nel quale cade la perpendiculare, & dalla linea presa di dentro dalla perpendiculare, verso l'angolo acuto. il che bisognaua dimostrare.

12. del primo.

7. di questo.

47. del questo.

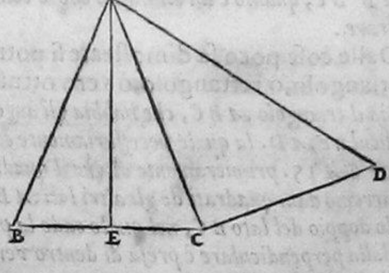


S C H O L I O.

Perche nelle diffinitioni disse, che il triangolo acutiangolo era quello che ha tre angoli acuti, è da sapere che in questo luogo non dice cosi, ma tutti i triangoli chiama acutiangoli, percioche tutti hanno l'angolo acuto, & se non tutti gli angoli n'hanno nondimeno vno. la propositione dunque è tale, il lato d'ogni triangolo che è sottoposto all'angolo acuto, può tanto meno delli lati che l'angolo acuto contengono, quanto è il rettangolo contenuto due volte da vno de lati, & il rimanente che sequita. la onde se il triangolo sia rettangolo, delli lati continenti l'angolo acuto piglieremo quello che è sottoposto all'angolo retto, à cio che in esso caggia la perpendiculare, & similmente faremo se sia ottusiangolo. il conuerso del theorema è questo.

Sia il quadrato di A B tanto minore delli quadrati di B C C A, quanto è il rettāgolo, che due volte dalle BC CE è cōtenuto, & il rimanente che seguita, & dal punto C tirisi la CD ad angoli retti sopra la CA, che sia vguale alla C B. i quadrati dūque di BC CA sono vguali alli quadrati di DC CA. ma il quadrato di AB è minore delli quadrati di BC CA. onde etiandio sarà minore delli quadrati di D C C A: & alli quadrati di D C C A è vguale il quadrato di DA. adunque il quadrato di DA è mag-

47. del primo.

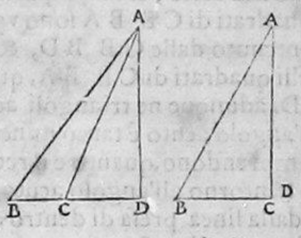


giore del quadrato di A B: & però la D A è maggiore della A B. perche dunque le due D C C A sono vguali alle due B C C A, & la base D A è maggiore del
25. del primo. la base A B, sarà anche l'angolo D C A maggiore dell'angolo A C B. ma D C A è retto. adunque A C B sarà acuto. il che bisognaua dimostrare.

IL COMMANDINO.

Questo non solo è verò ne triangoli acutiangoli, ma anchor negli ottusiangoli, & rettangoli, quali necessariamente hanno due angoli acuti. onde diremo che il presente theorema ha tre casi. percioche tirata la perpendiculare A D, il punto D ò cade fra B C, ò di fuori, ò nel C, di maniera che A D sia la medesima che la A C. la dimostratione di Euclide conuiene al primo caso ne triangoli chiamati acutiangoli, & ne gli altri, quando però la perpendiculare caggia nel lato sottoposto all'angolo retto, ò uero ottuso, ma se caggia in vno de lati che sono sottoposti à gli angoli acuti, seguirà nondimeno il medesimo come dimostreremo.

Sia il triangolo ottusiangolo A B C, che habbia l'angolo A C B ottuso, & dal punto A alla B C prolungata tirisi la perpendiculare A D. Dico il quadrato di A C che è sottoposto all'angolo acuto A B C, esser tãto minore delli quadrati di A B B C, quanto è il rettangolo contenuto due volte dalle C B B D.



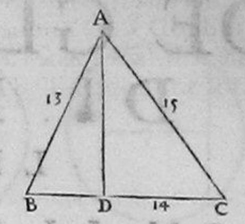
47. del primo. *Percioche essendo il triangolo A B D rettangolo, il quadrato di A B è vguale alli quadrati di B D D A. aggiungasi il quadrato di B C commune. i quadrati dunque di A B B C sono vguali alli quadrati*
4. di questo. *di B D D A B C. ma al quadrato di B D sono vguali i quadrati di B C C D insieme col rettangolo due volte contenuto dalle B C C D, & alli quadrati di C D D A è vguale il quadrato di A C. onde i quadrati di A B B C sono uguali al quadrato di A C, & al doppio del qua-*
3. di questo. *drato di B C insieme col rettangolo che due volte è contenuto dalle B C C D. ma al quadrato di B C & al rettangolo che si contiene dalle B C C D è vguale il rettangolo C B D, & percio al doppio del quadrato di B C, & al rettangolo che due volte è contenuto dalle B C C D è vguale il rettangolo che due volte dalle C B B D è contenuto. i quadrati dunque di A B B C sono vguali al quadrato di A C insieme col rettangolo contenuto due volte dalle C B B D. la onde il quadrato di A C è tanto minore delli quadrati di A B B C, quanto è il rettangolo che due volte da C B B D è contenuto.*

Sia il triangolo rettangolo A B C, che habbia l'angolo A C B retto. Dico il quadrato del lato A C che è sottoposto all'angolo acuto A B C, esser tanto minore delli quadrati di A B B C, quanto è il rettangolo due volte contenuto dalle C B B D.

Perche il triangolo è rettangolo, sarà la perpendiculare A D la medesima che il lato del triangolo A C: & il punto D il medesimo che C, & il quadrato di A B vguale alli quadrati di di B C C A. aggiungasi il quadrato di B C commune. i quadrati dunque di A B B C sono vguali al quadrato di A C, & al doppio del quadrato che si fa da B C, cioè al rettangolo due volte contenuto dalle C B B D, & per tal cagione il quadrato di A C è tanto minore delli quadrati di A B B C, quanto è il rettangolo che è contenuto due volte dalla C B B D. il che bisognaua di mostrare.

Dalle cose poco fa dimostrate si potrà trouare l'area di ciascun triangolo ò sia acutiangolo, ò rettangolo, ò vero ottusiangolo che habbia i lati noti.

Sia il triangolo A B C, che habbia gli angoli B C acuti, & dal punto A alla B C tirisi la perpendiculare A D. la quale necessariamente caderà frà B C, & sia il lato A B piedi 13, B C 14, & C A 15. primieramente dũque il quadrato del lato A C che è sottoposto all'angolo acuto B trarremo dalli quadrati de gli altri lati A B B C giunti insieme, & il rimanente diuideremo per lo doppio del lato B C, nel quale cade la perpendiculare: & si produrrà la linea retta B D, che dalla perpendiculare è presa di dentro verso l'angolo acuto. Poi dal quadrato del lato A B, che è sottoposto all'angolo A D B retto, trarremo il quadrato di B D & il lato del quadrato



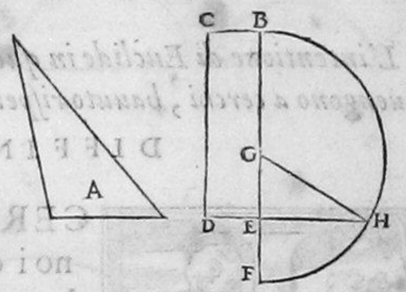
che rimane, sarà la grandezza della perpendiculare A D, dal la quale finalmente si farà nota l'area de tutto il triãgolo ABC. il quadrato dunque del lato A C è 225. & il quadrato di A B 169; & il quadrato di BC 196. quali due quadrati giũti insieme fanno 365. onde tratto 225, da 365, rimangono 140. & que sti diuisi per 28 producano 5: & per ciò la B D sarà cinque pie di. similmente se dal quadrato del lato A B cioè da 169, trar- remo il quadrato di B D che è 25, rimarrano 144, del qual qua drato il lato è 12. la perpendiculare dunque A D sarà piedi 12. la onde moltiplicati 12. nella metà della base B C, cioè in 7, verranno 88: & tanti pie- di quadrati farà l'area del triangolo A B C, quale da principio cercauamo.

PROBLEMA II. PROPOSITIONE XIIII.

Constituire vn quadrato vguale ad vn dato rettilineo.

Sia il dato rettilineo A. bisogna con- stituire vn quadrato vguale al rettilineo A. constituiscasi il parallelogrammo ret tangolo B C D E, vguale al rettilineo A. 45 del primo.
se dunque B E è vguale ad ED, sarà fatto quello che si proponeua, percioche al rettilineo A si è constituito il quadrato B D uguale. ma se B E non è vguale ad E D, vna di esse sarà maggiore. sia mag giore B E, & prolunghisi in F, & ponga- si E F vguale ad E D. poi diuisa F B per mezo nel punto G, dal centro G con l'in teruallo di vna di esse G B G F descriua si il mezo cerchio B H F. & prolunghisi D E in H, & giungasi G H. perche dun que la linea retta B F è diuisa in parti vguali nel punto G, & in parti disuguali nel E, sarà il rettangolo B E F insieme col quadrato di E G vguale al quadrato di G F: & G F è vguale à G H. onde il rettangolo B E F insieme col quadrato di G E è vguale al quadrato di G H. ma al quadrato di G H sono vguali i quadrati di H E E G. il rettangolo dunque B E F insieme col quadrato di E G è vguale al li quadrati di H E E G. traggasi il quadrato di E G commune. adunque il rettan golo rimanente B E F è vguale al quadrato di E H. ma il rettangolo B E F è esso parallelogrammo B D, percioche E F è vguale ad E D. il parallelogrammo dun- que B D è vguale al quadrato di E H. ma è vguale etiandio al rettilineo A. & pe- rò il rettilineo A sarà vguale al quadrato di E H. la onde al rettilineo A si è con- stituito vn quadrato vguale, cioè quello che si descriue da E H. il che bisognaua fare.

5. d. questo



IL COMMANDINO.

Di questo problema è molto più vniuersale quello che si dimostra nel sesto libro cioè.

Constituire vn rettilineo simile ad vn dato rettilineo & vguale ad vn'altro dato.

IL FINE DEL SECONDO.