DE GLI ELEMENTI
DI EVCLIDE
LIBRO TERZO
CON LI SCHOLII ANTICHI, ET COMMENTARII
Di Federico Commandino da Vrbino.

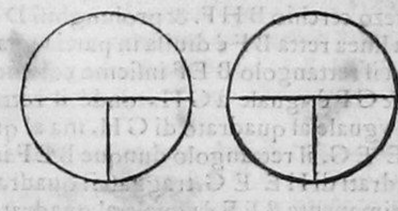
SCHOLIO.

L'intentione di Euclide in questo luogo, è di trattare delle cose che auuengono a cerchi, hauuto rispetto alle linee rette & a gli angoli.

DIFFINITIONI.

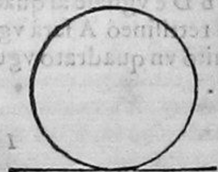
I.

I CERCHI vguali sono quelli che hanno i diametri, ò vero i semidiametri loro vguali.



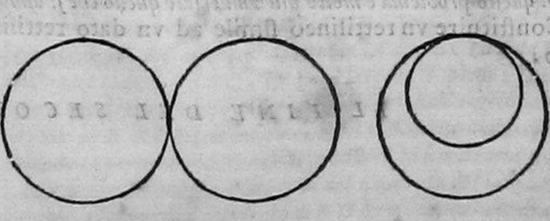
II.

La linea retta si dice toccare il cerchio, la quale toccandolo & prolungata non lo sega.



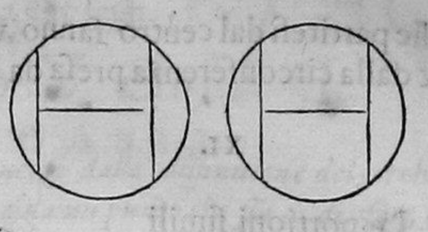
III.

I cerchi si dicano toccarsi fra loro, quali toccando si non si segano.



IIII.

Le linee rette nel cerchio si dicano essere vgualmente distante dal centro, quando le perpendicolari tirate dal centro sopra quelle sono vguali.

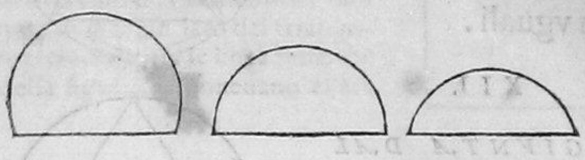


V.

Et quella linea, si dice essere piu distante dal centro, sopra la quale cade la perpendicolare maggiore.

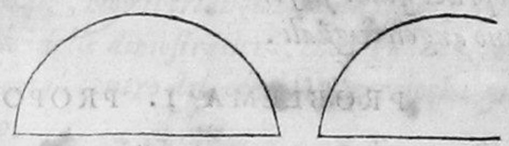
VI.

La portione del cerchio, è vna figura contenuta dalla linea retta & dal la circõferẽza.



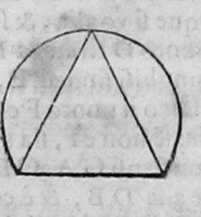
VII.

L'angolo della portione è quello che si comprende dalla linea retta & dalla circõferẽza del cerchio.



VIII.

L'angolo nella portione è quello, che si contiene da due linee rette tirate da vn punto della circonferenza per fino à i termini della linea, che è base di detta portione.



IX.

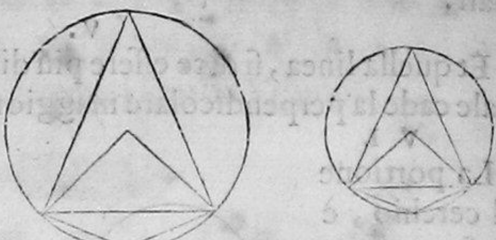
Ma quando le linee rette che contengono l'angolo, pigliano vna parte della circonferenza, sopra quella si dice fermarsi l'angolo.

X.

Il settore del cerchio è vna figura contenuta dalle linee rette che partitesi dal centro fanno vn'angolo, & dalla circonferenza presa da esse.

XI.

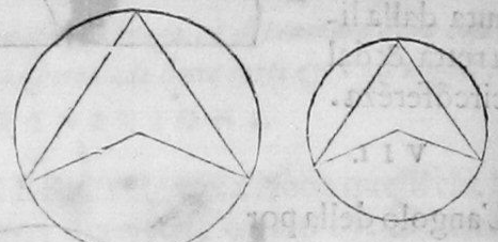
Le portioni simili de cerchi sono quelle che pigliano angoli vguali, ò vero sopra le quali si fermano angoli vguali.



XII.

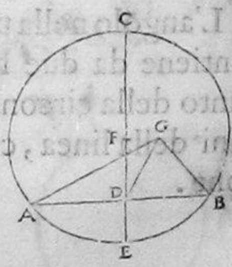
AGGIVNTA DAL COMMAND.

Le circonferenze simili de cerchi sono quelle sopra le quali si fermano angoli vguali.



PROBLEMA I. PROPOSITIONE I.

Trouare il centro d'vn dato cerchio.



Sia il dato cerchio A B C. bisogna trouare il centro del cerchio A B C. tirisi in esso vna linea retta A B, comunque si voglia, & seghisi per mezo nel punto D. poi
10. del primo. dal punto D tirata la D C ad angoli retti sopra la A B,
11. del primo. prolunghisi fino all'E, & seghisi la C E per mezo nel pun
2. post. to F. Dico il punto F essere centro del cerchio A B C. per cioche se non è F, sia s'egli è possibile vn'altro punto G, & giunganfi G A G D G B. perche dunque la A D è vguale alla D B, & è commune la D G, saranno le due A D D G vguali alle due G D D B, l'vna all'altra, & la
diff. 15. del pri. base G A è vguale alle base G B, partendosi dal centro G.
8. del primo. l'angolo dunque A D G è vguale all'angolo C D B. ma
diff. 10. del pri. quando la linea retta stando sopra un'altra linea retta fa gli angoli da i lati fra loro vguali, sono amêdue retti, & per ciò l'angolo G D B è retto. ma è retto anchora F D B. adunque l'angolo F D B è vguale all'angolo G D B, il maggiore al minore, che è impossibile. onde il G non è centro del cerchio A B C. dimostreremo parimente non essere altro punto fuori che F. adunque F è centro del cerchio A B C. il che bisognaua fare.

COROLLARIO.

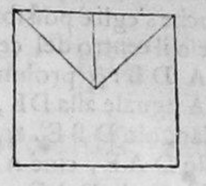
Da questo si comprende chiaramente, che se nel cerchio vna linea retta, ſega vn'altra linea retta per mezo, & ad angoli retti, il centro del cerchio è nella linea che ſega.

SCHOLIO.

Dal theorema ſi dimoſtra il conuerſo dalla diffinitione del cerchio, percioche ſe ſopra il giro della figura da un punto che ſia di dentro, caggiano linee rette uguali, quella tal figura ſara cerchio.

Il cōuerſo del la diffinitione del cerchio

Sia la detta figura s'egli è poſsibile, un rettilineo, & ſia un lato di eſſo, nel quale cadendo due linee rette lo terminino. ſarà dunque un triangolo equicrure, & ſe diuidendoſi la baſe per mezo tireremo una retta linea, farà angoli retti, & ſarà minore di ciaſcun lato del triangolo, il che è impoſsibile, percioche tutte le linee rette che caggiono ſopra il giro della figura, ſi poneuano eſſere uguali.



VN'ALTRO.

Si come nel primo libro, delle figure elementari, dico de triangoli quello che maſſimamente è tale, cioè il triangolo equilatero, propoſe di fare, per la conſtruttione delle dimoſtrationi, che ſeguono: coſi in queſto luogo propone di trouare il centro del cerchio, percioche queſto è cagione del ſuo naſcimento.

Il triangolo equilatero è ſopra gli altri elementare. Il centro è cagione del naſcimento del cerchio.

VN'ALTRO.

Ogni cerchio ha il proprio centro determinato dalla natura, ma in quanto a noi, ſolamente quello del quale ueggiamo il naſcimento. adunque ne i primi theoremi, ſi come gia foſſero fatti i cerchi, anchora i loro centri ſono manifeſti, ma qui cercandoſi la ſoſtanza loro, ſi cerca il centro altresì, il quale conſtituiſce la ſoſtanza del cerchio. queſto, come dicono, è'l primo che è in mezo fra li problemi, & theoremi, percioche in quanto di cercare propone in vn certo modo di fare. & in quanto non per fare, ma per trouare, perciò propone di contemplare. la onde hauendo la propoſitione formata, a me pare che ſia un theorema, come ſe dal quarto alcuno diceſſe. Di due triangoli, c'hanno due lati uguali, & gli angoli, trouare ſe le baſi ſiano uguali. perche come in quel luogo recerca un certo accidente, che è nella natura di due triangoli, coſi qui ricerca quello, che è nella natura del cerchio. ma pi-

Ogni cerchio ha il proprio centro determinato dalla natura.

Il centro conſtituiſce la ſoſtanza del cerchio.

gliando ciò che è proprio del theorema, & contrario alla propositione; molto maggiormente questo rifiuterà il nome del problema.

THEOREMA I. PROPOSITIONE II.

Se nella circonferenza del cerchio si piglino due punti, comunque si voglia, la linea retta, che gli congiunge caderà dentro al cerchio.

Sia il cerchio A B C, & nella circonferenza di esso piglinsi due punti, quali si siano A B. Dico che la linea retta tirata dal punto A al B cade dentro al cerchio; per cioche s'egli è possibile caggia di fuori, come A E B, & preso il centro del cerchio A B C, qual sia D giunganfi D A D B: & prolunghisi D F in E. essendo dunque la D A uguale alla D B, sarà anchor l'angolo D A E uguale all'angolo D B E. & perche si prolunga un lato del trian golo D A E, cioè A E B, sarà l'angolo D E B maggiore dell'angolo D A E. ma l'angolo D A E è uguale all'angolo D B E. onde l'angolo D E B è maggiore dell'ango lo D B E. & all'angolo maggiore è sottoposto il maggior lato. adunque la D B è maggiore della D E: & la D B è uguale alla D F. & percio la D F è maggiore della D E. la minore della maggio re, il che è impossibile. onde la linea retta tirata dal punto A al B non caderà fuo ri del cerchio. dimostraremo parimente che ne anche cade in essa circonferenza. onde è necessario che caggia di dentro. se dunque nella circonferenza del cerchio si piglino due punti comunque si uoglia, la linea retta che gli congiunge ca derà dentro al cerchio. il che bisognaua dimostrare.

Per l'antecedente.

5. del primo.

16. del primo.

18. del primo.

*

IL COMMANDINO.

* Dimostraremo parimente che ne anche caderà in essa circonferenza.

Percioche se cadesse in essa circonferenza per la medesima ragione seguirebbe che l'angolo D F B fosse maggiore dell'angolo D A F, cioè dell'angolo D E F. onde il lato D B serebbe maggiore del lato D F. ma è uguale. che non puo essere. dunque non caderà in essa circunferenza.

THEOREMA II. PROPOSITIONE III.

Se una linea retta, tirata nel cerchio per lo centro seghi per mezo una linea retta non tirata per lo centro, la segherà ad ango li retti, & segandola ad angoli retti, la segherà anchor per mezo.

Sia il cerchio A B C, & la linea retta tirata in esso per lo centro C D seghi per mezo la retta A B non tirata per lo centro nel punto F. Dico che la sega ad angoli retti. piglisi il centro del cerchio A B C, che sia E, & giunganfi E A E B. perche dunque la A F è uguale alla F B, & la F E è commune, saranno le due uguali alle due, & la base E A è uguale alla base E B. l'angolo dunque A F E sarà vguale all'angolo B F E. ma quando una linea retta stando un'altra retta fa gli angoli da i lati fra loro ugua-

1. di questo.
1. post.

8. del primo.
10. diff. del pri.

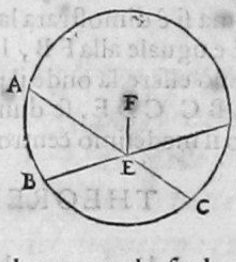
li, ſono amendue retti: onde l'un & l'altro A F E B F E è retto, & percio la linea retta C D che tirata per lo centro ſega per mezo la retta A B non tirata per lo centro, la ſegherà anchor ad angoli retti. ma la C D ſeghi la A B ad angoli retti. Dico che etiandio la ſega per mezo, cioè che la A F è uguale alla F B, hauendo fatte le medeſime coſe perche la E A ſemidiametro del cerchio è uguale al la E B, ſarà anchor l'angolo E A F uguale all' E B F, & l'angolo A F E retto è uguale al retto B F E. adunque i due triangoli E A F E B F hanno due angoli uguali à due angoli, & un lato uguale ad un lato E F cioè commune all'uno & l'al tro, che è ſottopoſto ad uno de gli angoli uguali: & percio haueranno gli altri lati uguali à gli altri lati, & la A F ſarà uguale alla F B. adunque ſe una linea retta tira ta nel cerchio per lo centro ſeghi per mezo una linea retta non tirata per lo cen tro, la ſegherà anchor ad angoli retti, & ſegandola ad angoli retti, la ſegherà anchor per mezo. il che biſognaua dimoſtrare.

15. diff. del pri.
5. del primo.
4. poſt.
26. del primo.

THEOREMA III. PROPOSITIONE IIII.

Se due linee rette nel cerchio non tirate per lo centro ſe ſeghino fra loro, non ſi ſegheranno mai per mezo.

Sia il cerchio A B C D, & ſeghinſi in eſſo due linee rette non tirate per lo centro A C B D, nel punte E. Dico che non ſi ſegano per mezo. percio che ſe ſia poſsibile, ſeghinſi per mezo di maniera che la A E ſia uguale alla E C, & la B E alla E D. pigliſi poi il centro del cerchio A B C D, che ſia F. & giungaſi E F. perche dunque la linea retta F E tirata per lo centro ſega per mezo una linea retta A C non tirata per lo centro, la ſegherà ad angoli retti. onde l'angolo F E A ſarà retto. ſimilmente perche la linea retta F E ſega per mezo una linea retta B D, non tirata per lo centro, la ſegherà ad angoli retti. & percio l'angolo F E B ſarà retto: & ſi è dimoſtrato retto lo F E A, ſarà dunque l'angolo F E A uguale all'angolo F E B, il maggiore al minore, che è impoſsibile. adunque le A C B D non ſi ſegano per mezo. onde ſe nel cerchio due linee rette non tirate per lo centro ſi ſeghino fra loro, non ſi ſegheranno mai per mezo. il che biſognaua dimoſtrare.



1. di queſto.
per l'antecedente:

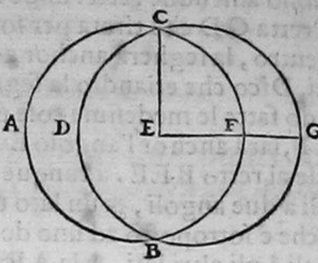
S C H O L I O.

Se le linee rette paſſaſſero per lo centro non biſognarebbe ricercare ſe ſi ſeghino per mezo, eſſendo il centro loro un ſegamento in due parti uguali. & ſimilmente ſe paſſando una per lo centro, l'altra non ci paſ ſi, percioche quella che paſſa per lo centro non è ſegata per mezo.

THEOREMA IIII. PROPOSITIONE V.

Se due cerchi ſi ſeghino fra loro, non haueranno il medeſimo centro.

Due cerchi A B C C D G ſeghinſi fra loro ne punti B C. Dico che non hanno il medeſimo centro. ſia ſe eſſer può, il centro E, & giungaſi E C, & E F G tiriſi



in qual si uoglia modo. & perche E è centro del cerchio A B C, la C E sarà uguale alla E F. oltre à cio perche E è centro del cerchio C D G, sarà la C E uguale alla E G. ma si è dimostrato C E uguale alla E F. adunque la E F sarà uguale alla E G, la minore alla maggiore, che non può essere, & per ciò il punto E non è centro delli cerchi A B C C D G. la onde se due cerchi si seghino fra loro, non haueranno il medesimo centro. il che bisognaua dimostrare.

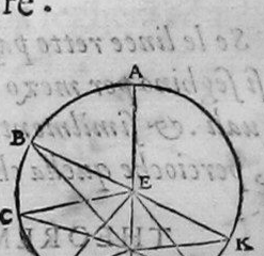
THEOREMA V. PROPOSITIONE VI.

Se due cerchi si tocchino fra loro di dentro, non haueranno il medesimo centro.

Due cerchi A B C C D E tocchinsi di dentro nel punto C. Dico che essi non hanno il medesimo centro. sia F, se esser può, & giungasi F C: & tirisi F E B in qualunque modo. perche dunque F è centro del cerchio A B C, la C F sarà uguale alla F B. oltre à questo essendo F centro del cerchio C D E, la C F sarà uguale alla F E. ma si è dimostrata la C F uguale alla F B. adunque la F E è uguale alla F B, la minore alla maggiore, che non può essere. la onde il punto E non è centro delli cerchi A B C C D E. se dunque due cerchi si tocchino fra loro di dentro, non haueranno il medesimo centro. il che bisognaua dimostrare.

THEOREMA VI. PROPOSITIONE VII.

Se nel diametro del cerchio si pigli qualche punto, che non sia centro del cerchio, & da esso caggiano nel cerchio alcune linee rette, la maggiore di tutte sarà quella, nella quale è il centro, & la minore sarà la rimanente: & delle altre la piu uicina à quella che passa per lo centro, sempre è maggiore della piu lontana. & solamente due uguali caderanno dal medesimo punto nel cerchio dall'un' & l'altra parte della minore.



Sia il cerchio A B C D, il cui diametro A D: & in essa A D piglisi un punto F, che non sia centro: & sia il centro del cerchio E: & dal punto F caggiano alcune linee rette nel cerchio A B C D. & siano F B F C F G. Dico la F A essere maggiore di tutte, & la F D minore: & delle altre, la F B maggiore della F C, & la F C mag-

20. del primo. giore della F.G. congiunganſi B E C E G E. & perche due lati di ciascun triangolo sono maggiori del rimanente, saranno le B E E F maggiori della B F. ma la A E è uguale alla E B. adunque le B E E F sono uguali alla A F, & per cio la A F è maggiore della F B. oltre à cio perche la B E è uguale alla E C, & la F E commune, saranno le due B E E F uguali alle due C E E F. ma l'angolo B E F è maggiore dell'angolo C E F. adunque la base B F è maggiore della base F C. per la medesima ragione

anchor

anchor la C F è magiore della F G. & perche le G F F E sono maggiori della E G, & la G E è uguale alla E D, saranno le G F F E maggiori della E D. tragga si la commune E F. adunque la rimanente G F è maggiore della rimanente F D. onde la maggiore di tutte è F A, & la minore F D. & la B F è maggiore della F C, & la C F maggiore della F G. Dico che dal punto F caggiano due linee rette vguali solamente nel cerchio A B C D dall'vna & l'altra parte della minore F D. constituiscasi nella linea E F, & nel punto dato in essa E l'angolo F E H vguale al l'angolo G E F. & congiungasi F H. perche dunque la G E è vguale alla E H, & la E F è commune, le due G E E F sono vguali alle due H E E F, & l'angolo G E F vguale all'angolo H E F. onde la base F G sarà vguale alla base F H. Dico che dal F nel cerchio non cade altra linea vguale alla F G. caggia se esser può F K. & essen do la F K vguale alla F G, & la F H vguale alla F G, sarà etiandio la F K vguale al la F H, cioè la piu uicina à quella che passa per lo centro alla piu lontana, che non può essere. ò vero in questo modo. giungasi la E K. & perche la G E è vguale alla E K, & la F E cõmune, sarà la base G F vguale alla base F K. & l'angolo G E F vguale all'angolo K E F. ma l'angolo G E F è vguale all'angolo H E F. l'angolo dunque H E F sarà vguale all'angolo K E F, il minore al maggiore, che non può essere. la onde dal punto F non caderà altra linea retta nel cerchio vguale alla G F, fuor che vna sola. se dunque si pigli nel diametro del cerchio qualche punto, che non sia centro del cerchio. & il rimanente che segue. il che bisognaua dimostrare.

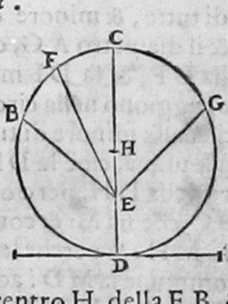
24. del primo.

23 del primo.

4. del primo.

SCHOLIO.

IL CONVERSO. Se dentro al cerchio si pigli vn punto, & da quello si tirino nel cerchio linee rette quante si vogliano, l'vna delle quali sia la maggiore di tutte, & l'altra la minore: & delle rimanenti alcune siano vguali, alcune disuguali, la maggiore di tutte passerà per lo centro, & la minore sara il rimanente del diametro: & del l'altre sara sempre maggiore la piu vicina al centro, & vguali saranno quelle che dal centro sono vgualmente distanti.

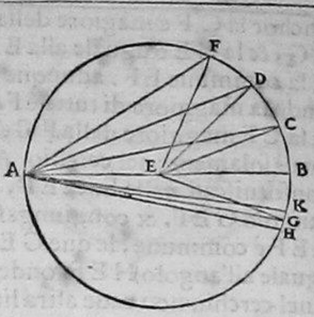


Per lo punto E che è dentro al cerchio la maggiore di tutte, sia la E C, & la E D minore. & la F E sia maggiore della E B. Dico che la C E passa per lo centro, & la D E è per diritto ad essa C E. & la E F, è piu vicina al centro che la E B. percioche se la C E non passa per lo centro, ma vn'altra, che dal punto E cade nel cerchio, quella sarà maggiore di tutte secondo il settimo theorema. ma la E C è maggiore di tutte, il che non può essere. adunque C E è diametro, & la D E è per diritto ad essa. Dico che la E F è piu vicina al centro H, della E B. & se non è piu vicina, ò vero è piu lontana, ò vero è vgualmente distante: se è piu lon tana, la B E sarà maggiore della E F. il che non può essere, percioche non si pone esser cosi. & se è vgualmente distante, saranno vguali, ma ne anchor questo si pone. adunque la F E è piu vicina al centro H, che la E B. & la G E è vguale alla E B. sono dunque vgualmente distanti dal centro H, percioche quelle che non sono vgualmente distanti, sono disuguali, per lo settimo theorema. il che bisognaua dimostrare.

IL COMMANDINO.

Et quello etiandio è uero che noi habbiamo dimostrato nel commentario sopra l'ottaua propo sitione del libro di Archimede delle linee spirali.

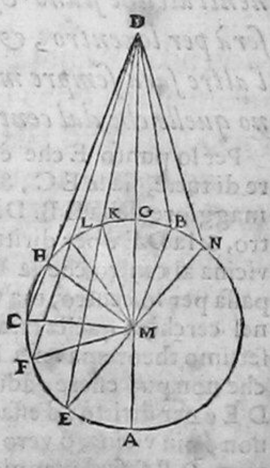
Se nella circonferenza del cerchio si pigli qualche punto, & da quello si tirino linee rette nel cerchio, la maggiore di tutte è quella che passa per lo centro, & dall'altre le piu vicine à quella che passa per lo centro sono maggiori delle piu lontane, & due sole sono vguali dall'una & l'altra parte della maggiore.



THEOREMA VII.

PROPOSITIONE VIII.

Se fuori del cerchio si pigli qualche punto, & da quello si tirino linee rette al cerchio, vna delle quali passi per lo centro & l'altre in qual si voglia modo. di quelle che caggiono sopra la circonferenza concaua la maggiore di tutte sarà quella che passa per lo centro, & dell'altre la più vicina à quella che passa per lo centro sarà sempre maggiore della piu lontana. ma di quelle che caggiano sopra la circonferenza curua, la minore sarà quella, che è fra il punto preso, & il diametro, & delle altre la piu vicina alla minore sarà minore della piu lontana: & due sole vguali caggiano dal punto nel cerchio dall'una & l'altra parte della minore.



Sia il cerchio A B C, & piglisi fuori del cerchio un pũto D, & da quello tirinsi nel cerchio alcune linee rette D A D E D F D C. & sia la D A per lo centro. Dico che di quelle che caggiono nella circonferenza concaua A E F C, la D A che passa per lo centro è maggiore di tutte, & minore quella che è posta fra il punto D & il diametro A G, cioè la DG: & la D E è maggiore della D F, & la D F maggiore della D C. & di quelle che caggiono nella circonferenza curua H L K G la piu vicina alla minore di tutte D G è sempre minore della piu lontana, cioè la D K minore della D L, & la D L minore della D H. percioche piglisi il centro del cerchio A B C, che sia M: & congiunganſi M E M F M C M K M L M H. & perche la A M è uguale alla M E, pongasi commune la M D. adunque la A D è uguale alle E M M D. ma le E M M D sono maggiori della E D. adunque etiandio la A D è maggiore della E D. oltre à cio perche la M E è uguale alla M F, pongasi commune la M D, saranno le E M M D uguali alle M F M D. & l'angolo E M D è maggiore dell'angolo F M D. onde la base E D sarà maggiore della base F D. dimostreremo similmente la F D essere maggiore della C D. adunque la maggiore di tutte è la D A, & la DE è maggiore della D F, & la D F maggiore della D C. poi essendo le M K K D maggiori della M D, & la M G uguale alla M K, sarà la rimanente K D maggiore della rimanente G D. la onde la G D è minore della DK. & percio la G D è minore di tutte. & perche in un lato del triangolo MLD cio è in M D si constituiscono dentro due linee rette M K K D, saranno le M K

1. di questo. 1. post. 15. diff. del pri. 20. del primo. 15. diff. del pri. 24. del primo. 20. del primo. 15. diff. del pri. 21. del primo.

KD

K D minori delle M L L D. delle quali la MK è uguale alla M L. la rimanente dun que D K è minore della rimanente D L. demostraremo parimente la D L esser minore della D H. & percio la D G è minore di tutte, & la D K minore della D L, & la D L minore della D H. Dico etiandio che due sole uguali caggiono dal punto D nel cerchio dall'una & l'altra parte della minore. constituiscasi nella linea retta M D, & nel dato punto in essa M, l'angolo D M B uguale all'angolo K M D. & congiungasi D B. perche dunque la M K è uguale alla M B, & la M D commune, le due K M M D sono uguali alle due B M M D, l'una all'altra, & l'angolo K M D uguale all'angolo B M D. onde la base D K è uguale alla base D B. Dico che dal punto D niun'altra cade nel cerchio, uguale alla D B. caggia, se esser può, la D N. & perche la D K è uguale alla D N, & è uguale alla D B, sarà la D B uguale alla D N, cioe la piu uicina alla minore di tutte uguale alla piu lontana, che si è dimostrato impossibile. ò uero altramente. cōgiungasi M N. & perche la K M è uguale alla M N, & la M D è commune, la base D K sarà uguale alla base D N, & percio l'angolo K M D uguale all'angolo DMN. ma l'angolo K M D è uguale all'angolo B M D. adunque l'angolo B M D sara uguale all'angolo NMD, il minore al maggiore, che nō può essere. la onde dal punto D non caderanno nel cerchio A B C piu di due linee rette uguali dall'una & l'altra parte della minore G D. se dunque fuori del cerchio si pigli qualche punto & quelle cose che seguono. il che bisognaua dimostrare.

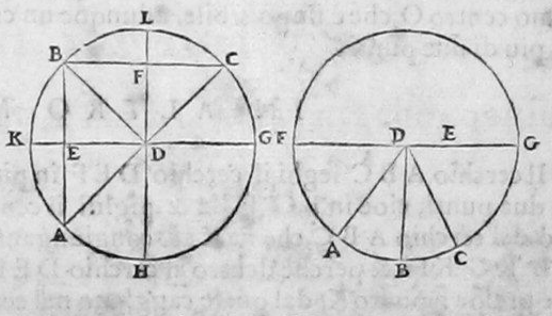
23. del primo.

4. del primo.

8. del primo.

THEOREMA VIII. PROPOSITIONE IX.

Se dentro al cerchio si pigli qualche punto, & da quello sopra il cerchio caggiano piu di due linee rette uguali, il punto preso sarà centro del cerchio.



Sia il cerchio A B C, & piglisi dentro di esso il punto D, dal quale caggiano nel cerchio piu di due linee rette uguali, come D A D B D C. Dico che il punto D è centro del cerchio A B C. giunganfi A B B C, & seghinsi per mezo ne punti E F, & congiunte le E D D F prolunghinsi ne punti G K H L. perche dunque la A E è uguale alla E B, & la E D commune, saranno le due A E E D uguali alle due B E E D, & la base D A è uguale alla base D B. onde l'angolo A E D sarà uguale all'angolo BED. & percio amendue gli angoli AED BED sono retti. & la G K segando per mezo la AB, la sega anchor ad angoli retti. & perche se nel cerchio una linea retta sega per mezo un'altra linea retta, & ad angoli retti, il centro del cerchio è nella linea che sega, sara nella GK il centro del cerchio ABC. & per la medesima ragione il centro del cerchio A B C è nelle H L. & le linee rette G K H L non hanno cosa alcuna commune fuor che'l punto D. adunque D è centro del cerchio A B C. la onde se dentro al cerchio si pigli qualche punto, & da quello sopra il cerchio caggiano piu di due linee rette uguali, il punto preso sarà centro del cerchio.

10. del primo:

8. del primo.

13. del primo.

3. di questo.

Cor. della prima di quello.

IN ALTRO MODO.

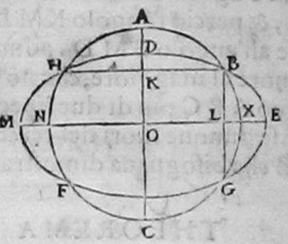
Piglisi dentro al cerchio A B C qualche punto D, & da quello caggiano nel

cerchio A B C piu di due linee rette uguali D A D B D C. Dico che'l punto D
preso è centro del cerchio A B C. percioche, se egli è possibile, sia E. & giunta
10. diff. del pri. la D E prolunghisi in F G. adunque la F G è diametro del cerchio A B C. & per
che nella F G diametro del cerchio A B C si è preso il punto D, che non è centro
di esso cerchio, la D G sarà maggiore di tutte, & la D C maggiore dalla D B, &
7. di questo. la D B maggiore della D A. ma sono uguali, il che non è possibile. adunque E non
è centro del cerchio A B C. dimostreremo anchora che non è centro altro pun-
to fuor che D. onde il D sarà centro del cerchio A B C, che bisognaua dimo-
strare.

THEOREMA IX. PROPOSITIONE X.

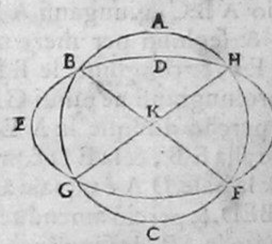
Vn cerchio non sega un'altro cerchio in piu di due punti.

Percioche s'egli è possibile, il cerchio A B C
seghi il cerchio D E F in piu di due punti, cioè
10. del primo. in B G H F, & giunte le BG BH seghinsi per
mezo in K L. & dalli punti K L tirate le K C
11. del primo. L M ad angoli retti sopra le B G B H prolun-
ghinsi ne punti A E. perche dunque nel cerchio
A B C una linea retta A C sega un'altra linea
retta B H per mezo, & ad angoli retti, nella
Cor. della pri- ma di questo. A C sarà il centro del cerchio A B C. oltre à
ciò perche nel medesimo cerchio A B C una linea retta N X sega per mezo un'al
tra linea retta B G, & ad angoli retti, nella NX sarà il centro del cerchio. & si è
dimostrato che anchor nella A C è il centro del cerchio: & in niun' altro punto
conuengono fra loro le linee rette A C N X, fuor che nell'O. adunque O è cen-
tro del cerchio A B C. dimostreremo parimente il punto O essere centro del cer
chio D E F. onde di due cerchi che si segano fra loro A B C D E F sarà il mede
5. del primo. simo centro O, che è impossibile. adunque un cerchio non sega un'altro cerchio
in piu di due punti.



IN ALTRO MODO.

Il cerchio A B C seghi il cerchio D E F in piu
1. di questo. di due punti, cioè in B G F H: & piglisi il cen-
tro del cerchio A B C, che sia K: & congiunganfi
K B K G K F. & perche dentro al cerchio D E F
9. di questo. si è preso vn punto K, dal quale caggiono nel cer
chio piu di due linee rette K B K F K G, il pun-
to K sarà centro del cerchio D E F. Ma il K è cen-
tro del cerchio A B C. sarà dunque il medesimo
K centro di due cerchi che si segano, il che non
può essere. la onde vn cerchio non sega vn'altro cerchio in piu di due punti. il
che bisognaua dimostrare.



THEOREMA X. PROPOSITIONE XI.

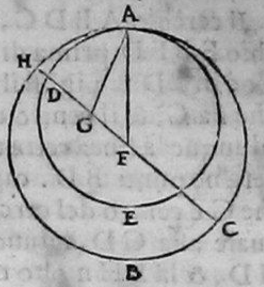
Se due cerchi si tocchino di dentro, & si piglino i lor centri, la linea retta che congiunge i centri prolungata caderà nel toccamento.

Toc-

Tocchinsi di dentro due cerchi A B C A D E nel punto A, & piglisi il centro del cerchio A B C, che sia F. & il centro del cerchio A D E, che sia G. Dico che la linea retta tirata dal punto F al G prolungandosi cade nel punto A. caggia se sia possibile, come la F G D H, & congiunganſi A F A G. & perche le A G G F sono maggiori della F A, cioè della F H, traggasi la commune F G. adunque la rimanente A G è maggiore della G H. ma la A G è vguale alla G D. onde la G D è maggiore della G H, la minore della maggiore, che è impossibile. onde non caderà vna linea retta tirata dal punto F al G fuori del toccamento A. & perciò è necessario che caggia in esso. adunque se due cerchi si tocchino di dentro, & si piglino i lor centri, la linea retta che congiunge i centri prolungata caderà nel toccamento. il che bisognaua dimostrare.

1. di questo.

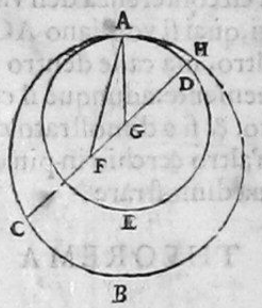
20. del primo.



IN ALTRO MODO.

Caggia si come G F C: & prolunghisi per diritto C F G nel punto H: & congiunganſi A G A F. & perche le A G G F sono maggiori della A F & la A F è vguale alla F C, cioè alla F H, traggasi la commune F G. la rimanente dunque A G è maggiore della rimanente G H, cioè la D G è maggiore della G H la minore dalla maggiore, che è impossibile. & parimente se fuori del cerchio piccolo sia il centro del cerchio maggiore dimostreremo che ne segue il medesimo inconueniente.

20. del primo.

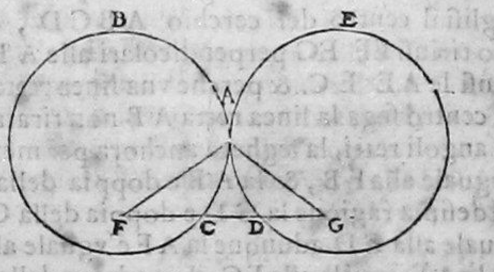


THEOREMA XI. PROPOSITIONE XII.

Se due cerchi si tocchino di fuori, la linea retta che congiunge i centri loro passerà per lo toccamento.

Due cerchi A B C A D E tocchinsi di fuori nel punto A: & piglisi il centro del cerchio A B C che sia F. & il centro del cerchio A D E cioè G. Dico che la linea retta tirata dal punto F al G passa per lo toccamento. non già, ma se è possibile, caggia come F C D G: & giunganſi F A A G. perche dunque F è centro del cerchio A B C, sarà la A F vguale alla F C. & perche G è centro del cerchio A D E, la A G sarà vguale alla G D. & si è dimostrata la A F vguale alla F C. adunque le F A A G sono vguali alle F C D G, & tutta la F G è maggiore delle F A A G. ma è minore che è impossibile. onde non è vero che vna linea retta tirata dal punto F al G non passi per il toccamento A, & perciò è necessario che vi passi. adunque si due cerchi si tocchino di fuori, la linea retta che congiunge i centri loro passerà per il toccamento. il che bisognaua dimostrare.

1. di questo.

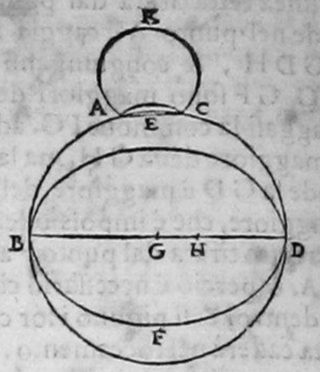


20. del primo.

THEOREMA XII. PROPOSITIONE XIII.

Il cerchio non tocca vn'altro cerchio in piu di un punto ò lo tocchi di dentro, ò di fuori.

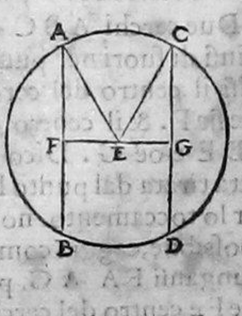
Il cerchio A B D C, se è possibile, tocchi il cerchio E B F D prima di dentro in piu di vn punto, 7. di questo. cioè in BD: & piglisi il centro del cerchio A B D C, che sia G, & il centro del cerchio E B F D, cioè H. 11. di questo. adunque la linea retta tirata dal punto G all'H caderà ne punti B D. caggia come B G H D. & perche G è centro del cerchio A B D C, sarà la B G vguale alla G D. adunque la B G è maggiore della H D, & la B H molto maggiore della H D. oltre à 15. diff. del pri. questo perche H è centro del cerchio E B F D, sarà la B H vguale alla H D. ma si è dimostrata molto maggiore, che è impossibile. adunque il cerchio non tocca di dentro vn'altro cerchio in piu di un punto. Dico che ne anche di fuori lo tocca. percioche, se è possibile, il cerchio A C K tocchi di fuori il cerchio A B D C in piu di vn punto, cioè in AC, & giungasi AC. perche dunque nella circonferenza dell'vno & l'altro cerchio A B D C A C K si sono presi due 2. di questo. punti, quai si vogliano AC, la linea retta che gli congiunge caderà dentro all'uno & l'altro. ma cade dentro al cerchio A B D C, & fuori del cerchio A C K. che e inconueniente. adunque il cerchio non tocca vn'altro cerchio di fuori, in piu di un punto. & si e dimostrato che ne anche di dentro lo tocca. onde il cerchio non tocca vn'altro cerchio in piu di vn punto, ò lo tocchi di dentro, ò di fuori. il che bisognaua dimostrare.



THEOREMA XIII. PROPOSITIONE XIIII.

Nel cerchio le linee rette vguali sono vgualmente distanti dal centro, & quelle che sono vgualmente distanti dal centro, sono fra loro vguali.

Sia il cerchio A B D C, & in esso linee rette vguali A B 1. di questo. C D. Dico ch'elle sono vgualmente distanti dal centro. piglisi il centro del cerchio A B C D, che sia E, & da esso tirinsi EF EG perpendicolari alle A B C D, & giungansi le A E E C. & perche vna linea retta E F tirata per 3. di questo: lo centro sega la linea retta A B non tirata per lo centro ad angoli retti, la segherà anchora per mezo. onde la AF e vguale alla F B, & la A B e doppia della A F. & per la medesima ragione la C D e doppia della C G. & la A B e vguale alla C D. adunque la A F e vguale alla CG. & essendo la A E vguale alla EC, il quadrato della A E sarà vgua 47. del primo. le al quadrato della E C. ma li quadrati delle A F F E sono vguali al quadrato della A E, perche l'angolo F è retto. & li quadrati delle E G G C sono vguali al quadrato di E C, essendo l'angolo G retto. adunque li quadrati di A F F E sono vguali alli quadrati di C G G E, de quali il quadrato della A F è vguale al quadrato dalla C G, percioche la A F è uguale alla C G. adunque il rimanente qua- 4. diff. di que. drato che si fa della F E è vguale al rimanente fatto dalla E G. & però la F E e vguale alla E G. ma nel cerchio si dicano le linee rette essere vgualmente distanti dal centro, quando le perpendicolari tirate dal centro sopra quelle sono vguali. adunque le A B C D sono vgualmente distanti dal centro. Ma le A B C D siano vgualmente distanti dal centro, cioè sia la F E vguale alla E G. Dico



che la A B è vguale alla C D. Hauendo fatto le medesime cose dimostreremo etiandio che la A B è doppia della A F, & la C D doppia della C G: &perche la A E è uguale alla E C, sarà anchora il quadrato della A E vguale al quadrato della EC; ma i quadrati delle EF FA sono vguali al quadrato della A E, & i quadrati delle E G G C vguali al quadrato della E C. adunque i qua- 47. del primo. drati delle EF FA sono vguali alli quadrati di EG GC, de quali il quadrato della E G è vguale al quadrato della EF, perche la E G è vguale alla E F. adunque il rimanente quadrato della A F è vguale al rimanente quadrato della C G. & però 3. com. not. la A F è vguale alla C G. & e la A B doppia della A F, & la C D doppia della C G. onde la A B sarà vguale alla C D. adunque nel cerchio le linee rette vguali sono vgualmente distanti dal centro. & quelle che sono vgualmente distanti dal centro sono fra loro vguali. il che bisognaua dimostrare.

THEOREMA XIIII. PROPOSITIONE XV.

Nel cerchio la maggiore di tutte è il diametro, & dell'altre sempre la piu vicina à quella che passa per lo centro è maggiore della piu lontana.

Sia il cerchio A B C D, il cui diametro AD, & il centro E. & la piu vicina al diametro A D sia la B C, & la piu lontana F G. Dico che la A D e maggior di tutte & la B C e maggiore della FG. tirinsi dal centro le EH 12. del primo. EK perpendicoari alle B C F G. & perche la B C e piu vicina à quella che passa per lo centro, & la F G piu lontana, sarà la E K maggiore della E H. ponghansi la E L vguale alla E H, & per L tirata la L M ad ango 5. diff. di questo. li retti sopra la E K prolunghisi in N: & giunganſi E M 11. del primo. EN EF E G. & perche la EH e vguale alla EL, sarà la B C vguale alla MN. similmente perche la per l'antecedente. AE e vguale EM, & la D E alla EN, sarà la A D vguale alle M E E N. ma le M E E N sono maggiori della MN. adunque 20. del primo. la A D e maggiore della M N. & e la M N vguale alla B C. onde la A D e maggiore della B C. & essendo le due E M E N vguali alle due F E E G, & l'angolo 15. diff. del pri. MEN maggiore dell'angolo F E G, sarà la base MN maggiore della base F G. ma 24. del primo. si e dimostrata la M N vguale alla B C. & però la B C e maggiore della FG. adunque la maggiore di tutte e il diametro A D, & la B C e maggiore della F G. onde nel cerchio la maggiore di tutte e il diametro & delle altre sempre la piu vicina à quella che passa per lo centro e maggiore della piu lontana. il che bisognaua dimostrare.

THEOREMA XV. PROPOSITIONE XVI.

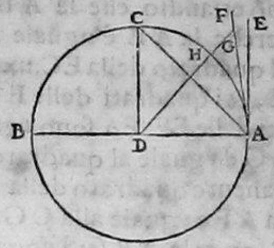
Quella linea che dalla estremità del diametro è tirata ad angoli retti, cade fuori del cerchio, & nel luogo che è fra la linea retta, & la circonferenza non cade alcun'altra linea, & l'angolo del mezo cerchio è maggiore d'ogni angolo acuto rettilineo: & il rimanente è minore.

Sia il cerchio A B C intorno al centro D, & al diametro A B. Dico che la linea retta tirata dal punto A ad angoli retti sopra la A B cade fuori del cerchio. non gia, ma se è possibile caggia di dentro, come la A C: & congiungasi D C. perche dunque la D A è uguale alla D C, sarà anchor l'angolo D A C uguale all'angolo A C D. & D A C è retto. onde similmente A C D è retto. & percio gli angoli D A C A C D sono uguali à due retti, il che è impossibile. adunque la linea retta tirata dal punto A ad angoli retti sopra la A B non caderà dentro al cerchio. dimostreremo parimente che ne anche caderà in essa circonferenza: & però è necessario che caggia di fuori. caggia come la A E. Dico che nel luogo che è fra la linea retta A E & la circonferenza C H A non cade altra linea retta. percioche caggia, se sia possibile, come la F A: & dal punto D tirisi la D G perpendicolare alla F A. & perche l'angolo A G D è retto, & D A G è minore del retto, sarà la A D maggiore della D G. ma la D A è uguale alla D H. adunque la D H è maggiore della D G, la minore dalla maggiore, che è impossibile. onde nel luogo che è fra la linea retta & la circonferenza non caderà, altra linea retta. Dico oltre à cio che l'angolo del mezo cerchio contenuto dalla linea retta B A & dalla circonferenza C H A è maggiore di ogni angolo acuto rettilineo, & il rimanente contenuto dalla circonferenza C H A & dalla linea retta A E è minore di ogni angolo acuto rettilineo, percioche se ui è qualche angolo rettilineo maggiore del contenuto dalla linea retta B A & dalla circonferenza C H A, & minore del contenuto dalla circonferenza C H A & dalla linea retta A E, nel luogo che è fra la circonferenza C H A & la linea retta A E caderà qualche linea retta, che fara l'angolo maggiore del contenuto dalla linea retta B A, & dalla circonferenza C H A, che è contenuto da linee rette, & minore del contenuto dalla circonferenza C H A & dalla linea retta A E. ma non ci cade. non sarà dunque l'angolo acuto contenuto da linee rette maggiore de ll'angolo contenuto dalla linea retta B A & dalla circonferenza C H A, & minore del contenuto dalla circonferenza C H A & dalla linea retta A E.

5. del primo.

17. del primo.

19. del primo.



COROLLARIO.

Di qui è manifesto che la linea retta, la qual si tira dalla estremità del diametro ad angoli retti, tocca il cerchio, & che la linea retta tocca il cerchio in un punto solo, percioche quella che passa per due punti cade di dentro, come gia si è dimostrato.

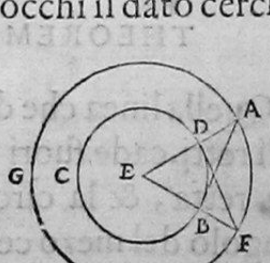
PROBLEMA II. PROPOSITIONE XVII.

Dal pũto dato tirare una linea retta, che tocchi il dato cerchio.

Sia il punto dato A, & il dato cerchio B C D. bisogna dal punto A tirare una linea retta, che tocchi il cerchio B C D. piglisi il centro del cerchio che sia E, & congiunta la A E, dal centro E con l'interuallo E A, descriuasi il cerchio A F G: & dal punto D tirisi la D F ad angoli retti sopra la E A: & congiungansi E B F A B. Dico che dal punto A è tirata la A B che tocca il cerchio B C D. percioche essendo E centro delli cerchi B C D A F G, sarà la E A uguale alla E F. & la E D uguale alla E B. onde le due A E E B sono uguali alle due F E

1. di questo.

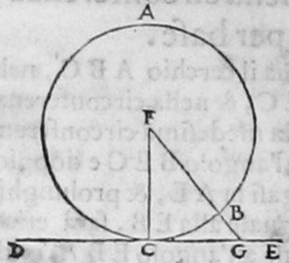
11. del primo.



E D, & hanno l'angolo E commune. adunque la base D F è uguale alla base A B; & il triangolo D E F uguale al triangolo E B A, & gli altri angoli à gli altri angoli, & percio l'angolo E B A è uguale all'angolo E D F: & l'angolo E D F è retto. onde & lo E B A è retto. & la E B è semidiametro. ma quella che è tirata dalla estremita del diametro del cerchio ad angoli retti tocca il cerchio. adunque dal punto dato A è tirata una linea retta A B che tocca il cerchio B C D. il che bisognaua fare. 4. del primo. Per l'antecedente.

THEOREMA XVI. PROPOSITIONE XVIII.

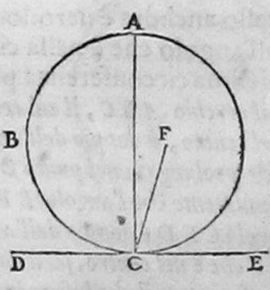
Se una linea retta tocca il cerchio, & dal centro si tira un'altra linea retta nel toccamento, quella sarà perpendicolare sopra la linea che tocca.



La linea retta D E tocchi il cerchio A B C nel punto C, & piglisi il centro del cerchio A B C che sia F, dal quale tirisi la F C al C. Dico che la F C è perpendicolare alla D E. ma se non è cosi, tirisi dal punto F la F G perpendicolare alla D E. perche dunque l'angolo F G C è retto, sarà G C F acuto: & percio l'angolo F G C sarà maggiore dell'angolo F C G. ma il maggiore lato è sottoposto al maggiore angolo. adunque la F C è maggiore della F G: & la F C è uguale alla F B. onde la F B sarà maggiore della F C, la minore della maggiore, che è impossibile. la F G dunque non è perpendicolare alla D E. dimostreremo parimente che non è altra linea fuor che la F C. la onde la F C è perpendicolare alla D E. se dunque una linea retta tocca il cerchio & dal centro si tira un'altra linea retta nel toccamento, quella sarà perpendicolare sopra la linea che tocca. il che bisognaua dimostrare. 1. di questo. 12. del primo. 19. del primo.

THEOREMA XVII. PROPOSITIONE XIX.

Se una linea retta tocca il cerchio, & dal toccamento si tira un'altra linea retta perpendicolare alla linea che tocca, in quella sarà il centro del cerchio.



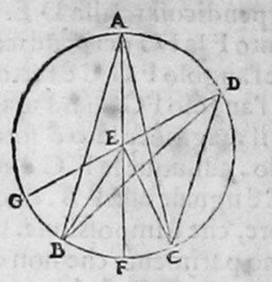
Vna linea retta D E tocchi il cerchio A B C nel punto C, & tirisi dal punto C la C A perpendicolare alla D E. Dico chel centro del cerchio è nella A C. non gia, ma se è possibile, sia il centro F & giungasi C F. perche dunque una linea retta D E tocca il cerchio A B C, & la F C e tirata dal centro al toccamento, sarà la F C perpendicolare alla D E. adunque l'angolo F C E e retto. & l'angolo A C E e parimente retto. onde l'angolo F C E e uguale all'angolo A C E, il minore al maggiore, che e impossibile. adunque F non e centro del cerchio A B C. dimostreremo anchora che non e in alcun'altra fuor che in essa A C. onde se una linea retta tocca il cerchio, & dal toccamento si tira un'altra linea retta perpendicolare alla linea che tocca, in quella sarà il centro del cerchio. il che bisognaua dimostrare. 11. del primo. per l'antecedente.

SCHOLIO.

LA CONVERSA. Se una linea retta tocca il cerchio, & dal toccamento si tira un'altra linea retta perpendicolare alla linea che tocca fuori del cerchio, essendo prolungata da quella parte, nella quale è il cerchio, caderà nel suo centro.

THEOREMA XVIII. PROPOSITIONE XX.

L'angolo che è nel centro del cerchio è doppio di quello che è nella circonferenza, quando hanno la medesima circonferenza per base.



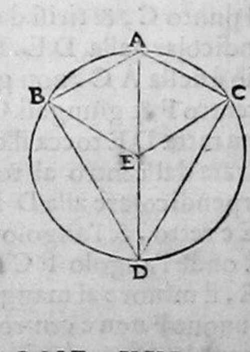
Sia il cerchio A B C, nel cui centro sia l'angolo B E C, & nella circonferenza sia B A C, & habbiano la medesima circonferenza B C per base. Dico che l'angolo B E C e doppio dell'angolo B A C. giungasi la A E, & prolunghisi ad F. & perche la E A e uguale alla E B, sarà etiandio l'angolo E A B uguale all'angolo E B A. onde gli angoli EAB EBA sono doppij dell'angolo E A B. ma l'angolo B E F e uguale à gli angoli E A B E B A. adunque l'angolo B E F e doppio dell'angolo E A B. & per la medesima ragione l'angolo F E C e doppio dell'angolo E A C. onde tutto l'angolo B E C e doppio di tutto l'angolo B A C. pieghisi poi & sia un'altro angolo BDC & giunta la DE prolunghisi nel G. dimostreremo similmente che l'angolo G E C e doppio dell'angolo E D C; dequali G E B è doppio dello E D B. adunque il rimanente B E C è doppio del rimanente BDC, onde l'angolo che è nel centro del cerchio è doppio di quello che è nella circonferenza, quando hanno la medesima circonferenza per base. il che bisognaua dimostrare.

5. del primo.

32. del primo.

IL COMMANDINO.

Quello anchora è uero: lo spatio che è nel centro è doppio dell'angolo che è nella circonferenza, quando hanno la medesima circonferenza per base.



Sia il cerchio A B C, il cui centro E. Dico che il spatio B E C che è nel centro, è doppio dell'angolo B A C. perciochè giunta la A E, & prolungata nel punto D, & giunte le B D D C dimostreremo similmente che l'angolo B E D è doppio dell'angolo B A E, & l'angolo C E D è doppio dell'angolo C A E. adunque tutto il spatio B E C che è nel centro, sarà doppio dell'angolo B A C che è nella circonferenza. il che bisognaua dimostrare.

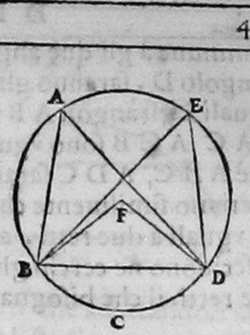
THEOREMA XIX. PROPOSITIONE XXI.

Gli angoli che sono nella medesima portione del cerchio, sono fra loro uguali.

Sia il cerchio A B C D E, & nella medesima portione B A E D siano gli angoli B A D B E D. Dico che quelli fra loro sono uguali. piglisi il centro del cerchio A B C D E, che sia F: & giunganſi B F F D. & perche l'angolo B F D è nel centro, & l'angolo B A D nella circonferenza; & hanno la medesima circonferenza B C D per base, l'angolo BFD sarà doppio dell'angolo B A D. & per la medesima ragione l'angolo B F D è doppio dell'angolo BED. onde l'angolo B A D sarà uguale all'angolo B E D. adunque gli angoli che sono nella medesima portione del cerchio, sono fra loro uguali. il che bisognaua dimostrare.

1. di questo.

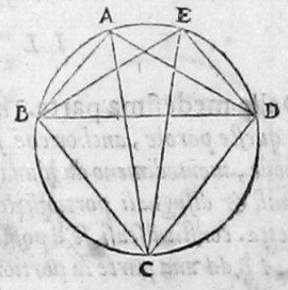
Per l'antecedente.



IL COMMANDINO.

La dimostratione di Euclide conuien solo nella maggior portione del cerchio, se pero non si pigli qualunque spatio nel centro per l'angolo, dalle cose dianzi dimostrate. ma possiamo anchora dimostrare il medesimo in questa forma. Nella portione B A E D, del cerchio A B C D E siano gli angoli B A D B E D. Dico che sono fra loro uguali. sia prima la portion maggiore B A E D, come nella figura precedente, & piglisi il centro del cerchio che sia F: & giunganſi B F F D. & perche l'angolo B F D è nel centro, & l'angolo B A D nella circonferenza, & hanno la medesima base cioè la circonferenza B C D, sarà l'angolo B F D doppio dell'angolo B A D: & per la medesima raggione doppio anchor dell'angolo B E D. onde l'angolo B A D sarà uguale all'angolo B E D. sia poi la minor portione B A E D & giunganſi B C A C E C D C. & perche dalle cose c'habbiamo dimostrate l'angolo BAC è uguale all'angolo BEC, & l'angolo C A D all'angolo C E D, sarà tutto l'angolo B A D uguale à tutto l'angolo B E D:

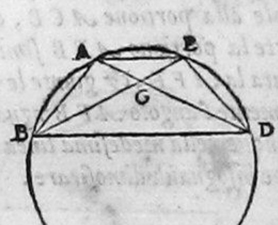
per l'antecedente.



IN ALTRO MODO.

Giungasi AE. sarà l'angolo ABE vguale all'angolo ADE, & l'angolo A G B alla cima è vguale all'angolo E G D. onde il rimanente angolo B A D sarà vguale al rimanente B E D. adunque gli angoli che sono nella medesima portione del cerchio sono fra loro vguali. il che bisognaua dimostrare.

per le cose dimostrate.
15. del primo.



THEOREMA XX. PROPOSITIONE XXII.

De quadrilateri che si descriuono ne cerchi gli angoli opposti sono vguali à due retti.

Sia il cerchio A B C D, & in esso il quadrilatero A B C D. Dico che gli angoli di esso opposti sono vguali à due retti. giunganſi A C B D. & perche tre angoli d'ogni triangolo sono vguali à due retti, saranno tre angoli del triangolo ABC, cioè C A B A B C B C A vguali à due retti. ma l'angolo C A B è vguale all'angolo B D C, perche sono nella medesima portione B A D C, & l'angolo A C B è vguale all'angolo ADB, essendo nella medesima portione A D C B. adunque tutto l'angolo A D C è vguale à gli angoli B A C A C B. pongasi l'angolo ABC

32. del primo.

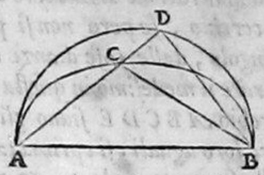
commune

commune à gli due angoli A C : & ſeparatamente al l'angolo D. ſaranno gli angoli A B C B A C A C B uguali à gli angoli A B C A D C. ma gli angoli A B C B A C A C B ſono vguali à due retti. gli angoli dunque A B C A D C ſaranno vguali à due retti: dimoſtreremo ſimilmente che gli angoli B A D D C B ſono vguali à due retti. adunque de quadrilateri che ſi deſcriuono ne cerchi gli angoli oppoſti ſono vguali à due retti. il che biſognaua dimoſtrare.

THEOREMA XXI. PROPOSITIONE XXIII.

Nella medeſima linea retta due portioni de cerchi ſimili & diſuguali non ſi conſtituiranno gia mai dalla medeſima parte.

Conſtituiſcanſi, ſe però è poſsibile, nella medeſima linea retta A B due portioni de cerchi ſimili & diſuguali, & dalla medeſima parte A C B A D B: & tiriſi A C D, & giunganſi C B B D. perche dunque la portione A C B è ſimile alla portione A D B, & ſimili portioni de cerchi ſono quelle che pigliano angoli vguali, ſarà l'angolo A C B vguale all'angolo A D B, l'eſteriore all'interiore, che non è poſsibile. adunque nella medeſima linea retta due portioni de cerchi ſimili & diſuguali non ſi conſtituiranno giamai dalla medeſima parte. il che biſognaua dimoſtrare.



IL COMMANDINO.

Dalla medeſima parte.] *in vn teſto antico non ſi leggono queſte parole, anchor che ſiano neceſſarie alla dimoſtratione, nientedimeno da niuna parte ſi poſſono conſtituire ſimili & diſuguali portioni de cerchi nella medeſima linea retta. conſtituiſcaſi, ſe è poſſibile, nella medeſima linea retta A B da vna parte la portione A E B ſimile & diſuguale alla portione A C B, & intendaſi dalla medeſima parte la portione A F B ſimile & vguale alla A C B, & tirata la A F E, & giunte le F B B E, ſi dimoſtrerà ſimilmente l'angolo A F B vguale all'angolo A E B, l'eſteriore all'interiore, che è impoſſibile. adunque nella medeſima linea retta non ſi conſtituiranno ſimili & diſuguali portioni de cerchi. il che biſognaua dimoſtrare.*

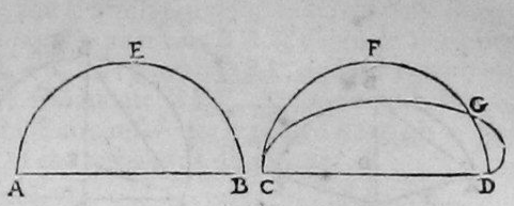
THEOREMA XXII. PROPOSITIONE XXIIII.

Simili portioni de cerchi fatte nelle linee rette vguali, ſono vguali fra loro.

Siano nelle linee rette vguali A B C D ſimili portioni de cerchi A E B C F D. Dico che la portione A E B è vguale alla portione C F D. percioche adattandoſi la portione A E B alla portione C F D, & poſto il punto A ſopra il punto C & la linea retta A B ſopra la C D, etiandio il punto B ſi adatterà al punto D, perche la A B è vguale alla C D. & adattandoſi la linea retta A B alla retta C D, ſi adatterà anchor la portione A E B alla portione C F D. che ſe la linea A B ſi adatterà alla

C D,

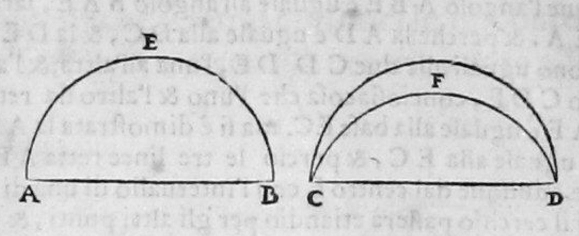
C D, & la portione A E B non ſi adatterà alla portione C F D, ma ſi muterà come C G D; il cerchio ſegherà il cerchio in piu di due punti; percioche il cerchio CGD ſega il cerchio C F D in piu di due punti,



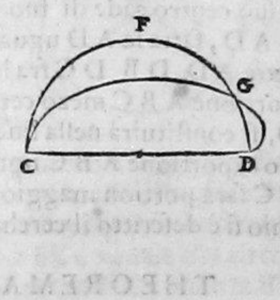
cioè ne punti C G D. il che è impoſsibile. onde non è vero che adattandoſi la linea retta A B alla C D non ſi adatti anchor la portione AEB alla portione CFD. & però ſi adatterà & ſarà vguale ad eſſa. adunque ſimili portioni de cerchi fatte nelle linee rette vguali ſono uguali fra loro. il che biſognaua dimoſtrare.

IL COMMANDINO.

Che ſe la linea AB ſi adatterà alla C D, & la portione A E B non ſi adatterà alla portione C F D, ma ſi muterà come la C G D; il cerchio ſegherà il cerchio in piu di due punti.

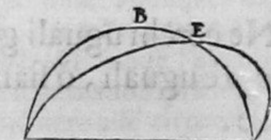


Se adattandoſi la linea retta A B alla C D, la portione A E B non ſi adatterà alla portione C F D, la ſua circonferenza ò cade ſuori di eſſa, ò dentro, ò parte fuori & parte dentro. caggia prima ò fuori ò dentro. adunque nella medeſima linea retta due portioni de cerchi ſi conſtituiranno & ſimili diſuguali dalla medeſima parte. il che ſi è dimoſtrato nella precedente eſſer impoſſibile. caggia poi parte fuori & parte dentro, come C G D. adunque il cerchio ſegherà il cerchio in piu di due punti, che è ſimilmente impoſſibile per la decima propoſitione di queſto. & pare che Euclide habbia laſciato il primo caſo come aſſai manifeſto. Ma il conuerſo anchora de ciaſcuno delli predetti è vero, che coſi ſi può dimoſtrare.



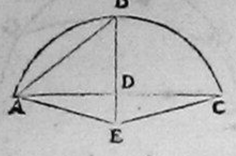
Nella medeſima linea retta ò vero nelle linee rette vguali le vgual portioni de cerchi ſono ſimili fra loro.

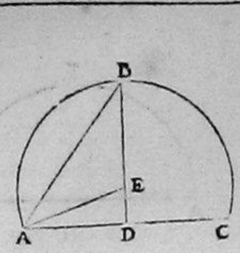
Siano prima, ſe è poſſibile, nella medeſima linea retta A C le portioni A B C A E C vguali, ma però diſſimili. è neceſſario che la circonferenza A E C ne conuenga con la circonferenza A B C, altramente ſarebbono & vguali & ſimili; ne caggia di fuori, ò di dentro, che non ſarebbono vguali. onde reſta che vna parte caggia di dentro & l'altra di fuori. & eſſendo coſi il cerchio ſegherà il cerchio in piu di due punti, che è impoſſibile. dimoſtreremo etiandio ne dall'altra parte, ne in linee rette vguali poterſi conſtituire & vguali & diſſimili portioni de cerchi, cioè adattata l'vna portione all'altra, come ſi è detto di ſopra. onde nella medeſima linea retta ò vero nelle linee rette vguali le vgual portioni de cerchi ſono ſimili fra loro. il che biſognaua dimoſtrare.

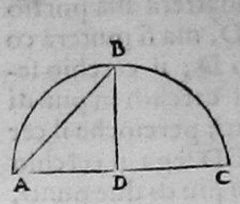


PROBLEMA III. PROPOSITIONE XXV.

Data vna portione di cerchio deſcriuere il cerchio, del quale ella è portione.



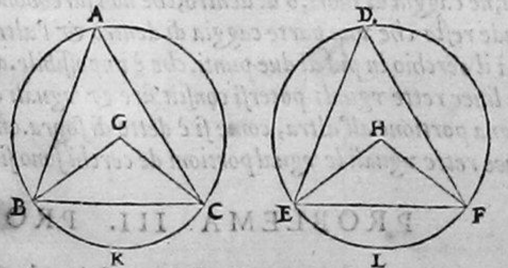




Sia la data portione di cerchio A B C. bisogna descriuere il cerchio della por
10. del primo. tione ABC, di cui ella è portione. seghisi la A C per mezo nel D, & dal punto D
11. del primo. tirisi la D B ad angoli retti sopra la A C: & giungasi A B. adunque l'angolo AB
D ò è maggiore dell'angolo B A D, ò minore, ò uguale. sia prima maggiore, &
23. del primo. constituiscasi nella linea retta B A, & nel dato punto in essa A l'angolo B A E u-
guale all'angolo A B D: & prolunghisi la B D in E: & giungasi E C. perche dun
6. del primo. que l'angolo A B E è uguale all'angolo B A E, sarà la linea retta B E uguale alla
E A. & perche la A D è uguale alla D C, & la D E commune, le due A D D E
sono uguali alle due C D D E, l'una all'altra, & l'angolo A D E è uguale all'ango
5. del primo. lo C D E, conciosiacosa che l'uno & l'altro sia retto. adunque etiandio la base
A E è uguale alla base EC. ma si è dimostrata la A E uguale alla E B. onde la B E
è uguale alla E C, & perciò le tre linee rette A E E B E C sono fra loro ugua
le. adunque dal centro E con l'interuallo di una di esse AE EB EC descriuendo-
si il cerchio passerà etiandio per gli altri punti, & sarà descritto il cerchio. la on-
de data la portione del cerchio si è descritto il cerchio, di cui ella è portione. ma
quello anchor è chiaro, che la portione A B C è minore del mezo cerchio, perche
il suo centro cade di fuori. similmente se l'angolo A B D sia uguale all'angolo
B A D, fatta la A D uguale all'una & l'altra di esse B D D C, saranno le tre linee
rette A D D B D C fra loro uguali, & sarà D centro del cerchio descritto, & la
portione A B C mezo cerchio. ma se l'angolo A B D sia minore dell'angolo B A
23. del primo. D, si constituirà nella linea retta B A & nel punto dato in essa A un'angolo den-
tro la portione A B C uguale all'angolo A B D. sarà il centro nella D B, & la A
B C sarà portion maggiore del mezo cerchio. adunque data una portione di cer
chio si è descritto il cerchio, del quale essa è portione. il che bisognaua fare.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIONE XXVI.

Ne cerchi uguali gli ugual'angoli si fermano sopra le circonferenze uguali, ò siano gli angoli alli centri, ò uero alle circoferenze.



Siano A B C D E F cerchi
uguali: & in essi angoli ugua-
li B G C E H F alli centri; &
B A C E D F alle circonferen-
ze. Dico che la circonferenza B
K C è uguale alla circonferen-
za E L F. giunganssi B C E F, &
perche i cerchi A B C D E F
1. diff. di questo. sono uguali, saranno anche i
lor semidiametri uguali. adun
4. del primo. que le due B G G C sono uguali alle due E H H F, & l'angolo G uguale all'an-
golo H, onde la base B C è uguale alla base E F. oltre à ciò perche l'angolo A è

uguale all'angolo D, la portione B A C sarà simile alla portione E D F, & sono nelle linee rette uguali B C E F. ma le simili portioni de cerchi nelle linee rette uguali sono uguali fra loro. adunque la portione B A C è uguale alla portione E D F. ma tutto il cerchio A B C è uguale à tutto D E F. onde la rimanente circonferenza B K C sarà uguale alla rimanente E L F. adunque ne cerchi uguali gli ugual'angoli si fermano sopra le circonferenze uguali ò siano gli angoli alli centri, ò uero alle circonferenze. il che bisognaua dimostrare. 11. diff. del questo. 24. di questo.

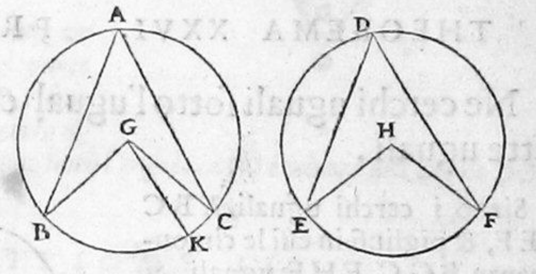
IL COMMANDINO.

Si dimostrerà similmente nelli medesimi cerchi, & sarà la propositione piu uniuersale in questo modo.

Nelli medesimi ò ugual cerchi gi angoli uguali si fermano sopra le circonferenze uguali ò siano alli centri, ò uero alle circonferenze.

THEOREMA XXIIII. PROPOSITIONE XXVII.

Ne cerchi uguali gli angoli che si fermano sopra le circonferenze uguali sono uguali fra loro, ò siano alli centri, ò uero alle circonferenze.



Ne cerchi uguali A B C D E F & nelle circonferenze uguali B C E F, siano gli angoli alli centri B G C E H F. & alle circonferenze B A C E D F. Dico che l'angolo B G C è uguale all'angolo E H F, & l'angolo B A C all'angolo E D F. percioche se l'angolo BGC è uguale all'angolo EHF, è manifesto anchor l'angolo B A C esser uguale all'angolo E D F. ma se non è così, uno di essi sarà maggiore. sia maggiore B G C, & constituiscasi nella linea retta B G & nel punto G che è in essa, l'angolo BGK uguale all'angolo E H F. ma gli ugual'angoli si fermano sopra le circonferenze uguali, quando sono alli centri. adunque la circonferenza BK è uguale alla circonferenza E F, & la circonferenza E F è uguale alla circonferenza B C. onde la B K è uguale alla B C, la minore alla maggiore che è impossibile. adunque l'angolo B G C non è disuguale all'angolo E H F, & perciò è uguale. & l'angolo A è la metà dell'angolo BGC, & l'angolo D la metà dell'angolo E H F. onde l'angolo A è uguale al D. adunque ne cerchi uguali gli angoli che si fermano sopra le circonferenze uguali sono uguali fra loro, ò siano alli centri, ò uero alle circonferenze. il che bisognaua dimostrare. 20. di questo. 23. del primo. per l'antecedente. 20. del questo.

IL COMMANDINO.

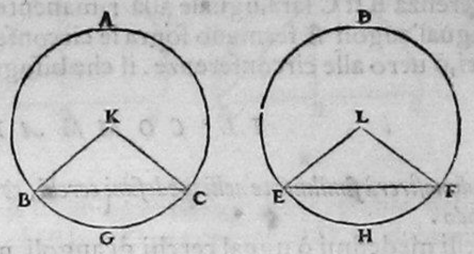
La medesima dimostratione sarà se gli angoli si fermino sopra le circonferenze uguali del medesimo cerchio, dimodo che la propositione si faccia piu uniuersale in questa maniera.

Nelli medesimi ò ugual cerchi gli angoli che si fermano sopra le circonferenze uguali, sono uguali fra loro, ò siano alli centri, ò uero alle circonferenze.

THEOREMA XXV. PROPOSITIONE XXVIII.

Ne cerchi uguali le ugual rette linee tagliano circonferenze uguali, cio è la maggiore uguale alla maggiore, & la minore alla minore.

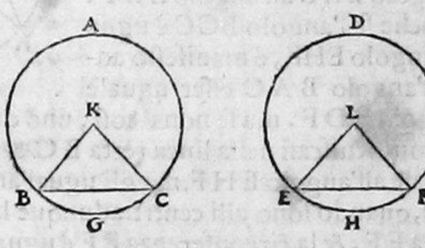
Siano i cerchi A B C D E F. uguali, & in essi le ugual rette linee B C E F, che taglino le circonferenze B A C E D F maggiori, & le B G C E H F minori. Dico che la circonferenza B A C maggiore è uguale alla maggiore E D F, & la minore B G C al
1. di questo. la minore E H F, piglinsi li centri de cerchi K L, & giunganſi
diff. 1. di que. B K K C E L L F. & perche i cerchi ſono uguali, ſaranno etiandio uguali i lor
8. del primo. ſemidiametri. adunque le due B K K C ſono uguali alle due E L L F, & la ba-
26. di queſto. ſe B C è uguale alla baſe E F. onde e l'angolo B K C è uguale all'angolo E L F. ma gli angoli uguali ſi fermano ſopra le ugual circonferenze, quando ſono alli centri. & però la circonferenza B G C è uguale alla circonferenza E H F. ma tutto il cerchio A B C è uguale à tutto'l D E F. onde la rimanente circonferenza B A C ſarà uguale alla rimanente E D F. adunque ne cerchi uguali le ugual rette linee tagliano circonferenze uguali, cioè la maggiore alla maggiore & la minore alla minore. il che biſognaua dimoſtrare.



THEOREMA XXVI. PROPOSITIONE XXIX.

Ne cerchi uguali ſotto l'ugual circonferenze ſon poſte linee rette uguali.

Siano i cerchi uguali A B C D E F, & piglinſi in eſſi le circonferenze B G C E H F uguali, & giunganſi B C E F. Dico che la linea retta B C è uguale alla retta E F. piglinſi i centri de cerchi K L, & giunganſi B K K C E L L F. perche dunque la circonferenza B G C è uguale alla circonferenza E H F, ſarà l'angolo B K C uguale all'angolo E L F. & perche i cerchi A B C D E F ſono uguali, ſaranno uguali anchora li ſemidiametri. adunque le due B K K C ſono uguali alle due E L L F, & contengono angoli uguali. onde la baſe B C è uguale alla baſe E F. adunque ne cerchi uguali ſotto l'ugual circonferenze ſon poſte linee rette uguali. il che biſognaua dimoſtrare.



IL COMMANDINO.

Non altramente nelle due antecedenti eſſendo le medeſime dimoſtrationi ſi potranno fare le propoſitioni piu uniuerſali in queſta forma.

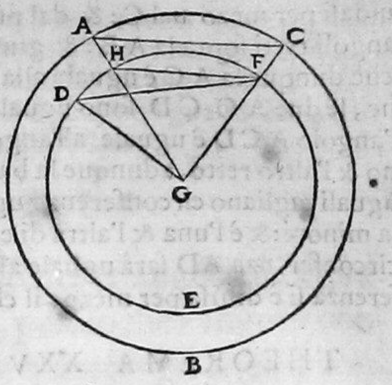
Nelli medeſimi ò ugual cerchi l'ugual rette linee tagliano circonferenze uguali, cioè la maggiore uguale alla maggiore, & la minore alla minore.

Nelli medeſimi ò ugual cerchi ſotto l'ugual circonferenze ſon poſte linee rette uguali.

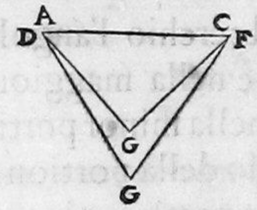
Ma habbiamo giudicato non eſſer fuori di propoſito in queſto luogo dimoſtrare le conuerſe in un certo modo delle antecedenti & altre non diſſimili a quelle.

PROPOSITIONE I.

Se linee rette vguali ne cerchi taglino circonferenze vguali & simili, saranno anchora vguali i cerchi, de quali sono le circonferenze.



Siano i cerchi, se però è possibile disuguali, & nel maggior cerchio A B C intorno al medesimo centro G descriuasi il cerchio D E F vguale al minore & giungasi A G G C D G GF, di modo che'l punto F caggia nella linea retta G C, & la A G seghi il cerchio D E F in H. perche dunque le linee rette A C D F sono vguali, l'angolo A G C sarà minore dell'angolo D G F. il che si dimostrerà poi. onde la circonferenza H F sarà minore della circonferenza D F. ma la circonferenza H F è simile alla circonferenza A C per la duodecima diffinitione di questo libro, percioche in esse si ferma il medesimo angolo A G C. adunque la circonferenza D F non è simile alla circonferenza A C. ma fu posta simile. che è inconueniente. i cerchi dunque non sono disuguali, & però è necessario che siano vguali. ma che l'angolo A G C sia minore dell'angolo DGF, lo dimostreremo in questo modo.



Intendasi il triangolo A G C separatamente: & pongasi il punto D del triangolo D G F nel punto A, & il punto F nel C, percioche le A C D F sono fra loro vguali, caderà il triangolo D G F dentro al triangolo A G C. adunque per la 21. del primo libro l'angolo AGC è minore dell'angolo DGF. il che bisognaua dimostrare.

PROPOSITIONE II.

Ne cerchi disuguali le vgual rette linee tagliano circonferenze dissimili.

Questo dalle cose già dimostrate appare chiaramente, percioche le linee rette uguali taglia no A C D F circonferenze dissimili.

PROPOSITIONE III.

Ne cerchi disuguali sotto le simili circonferenze son poste linee rette disuguali.

Et questo similmente è chiaro per le cose dimostrate di sopra. Repiglisi la medesima figura & giungasi H F. perche dunque il triangolo D G F ha due lati D G G F vguali à due lati H G G F del triangolo H G F, & l'angolo D G F maggiore dell'angolo H G F, sarà la base D F maggiore della base H F. ma la linea retta A C è vguale alla D F. adunque la A C H F sono disuguali, & son poste sotto le circonferenze simili. il che bisognaua dimostrare.

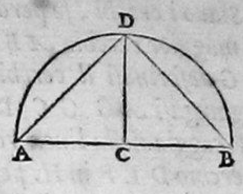
PROPOSITIONE IIII.

Sotto simili & disugual circonferenze son poste linee rette disuguali.

Se le linee rette sono uguali, & i cerchi similmente uguali, saranno le circonferenze, alle quali sono sottoposte, & simili & uguali. ma se i cerchi sono disuguali & le circonferenze saranno dissimili. il che non si pone. adunque sotto simili & disugual circonferenze son poste linee rette disuguali. il che bisognaua dimostrare.

PROBLEMA IIII. PROPOSITIONE XXX.

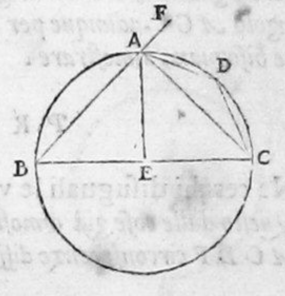
Diuidere una data circonferenza per mezo.



Sia la data circonferenza A D B. bisogna diuidere
10. del primo. la circonferenza A D B per mezo. giungasi A B : & di-
11. del primo. uidasi per mezo nel C : & dal punto C tirisi la C D ad
angoli retti sopra la A B : & giunganſi A D D B. per-
che dunque la A C è uguale alla C B, & la C D commu
ne, le due A C C D sono uguali alle due B C C D, &
l'angolo A C D è uguale all'angolo B C D, essendo l'u-
4. post. 4. del primo. no & l'altro retto. adunque la base A D è uguale alla base D B. ma le linee rette
28. di questo. uguali tagliano circonferenze uguali, la maggiore alla maggiore, & la minore al
la minore: & è l'una & l'altra di esse A D B D minore del mezo cerchio. onde la
circonferenza A D sarà uguale alla circonferenza D B. adunque una data circon
ferenza si è diuisa per mezo. il che bisognaua fare.

THEOREMA XXVII. PROPOSITIONE XXXI.

Nel cerchio l'angolo che è nel mezo cerchio è retto : & quel lo che è nella maggior portione è minore del retto : & quello che è nella minor portione è maggiore del retto. oltre à questo l'angolo della portion maggiore è maggior del retto; & l'angolo della portion minore è minor del retto.



Sia il cerchio A B C D, il cui diametro B C, & il
centro E, & giunganſi B A A C A D D C. Dico
che l'angolo che è nel mezo cerchio B A C è retto,
& quello che è nella portione A B C maggiore del
mezo cerchio, cioè l'angolo A B C è minore del ret
to : & quello che è nella portione A D C minore
del mezo cerchio, cioè l'angolo A D C è maggio-
re del retto. giungasi A E, & prolunghisi la B A
5. del primo. in F. perche dunque la B E è uguale alla E A, l'an
golo E A B sarà uguale all'angolo E B A. & simil-
mente perche la A E è uguale alla E C, sarà l'angolo
A C E uguale all'angolo C A E. adunque tutto l'angolo B A C è uguale alli due
32. del primo. angoli A B C A C B, & l'angolo F A C fuori del triangolo A B C è uguale alli
13. del primo. due A B C A C B. l'angolo dunque B A C è uguale all'angolo F A C, & perciò
l'uno & l'altro di essi è retto. onde l'angolo B A C nel mezo cerchio B A C è ret-
17. del primo. to. & perche li due angoli A B C B A C del triangolo ABC sono minori di due
retti, & B A C è retto, sarà l'angolo A B C minore del retto, & è nella portione
A B C maggiore del mezo cerchio, & essendo nel cerchio il quadrilatero ABCD,
22. di questo. & nelli quadrilateri che si descriuono ne cerchi gli angoli opposti sono vguali à
due retti, saranno gli angoli A B C A D C vguali à due retti. & l'angolo A B C
è minore del retto. adunque il rimanente ADC sarà maggiore del retto. & è nel
la portione A D C minore del mezo cerchio. Dico oltre à ciò che l'angolo della
portion maggiore, che è contenuto dalla circonferenza A B C & dalla linea ret-
ta A C, è maggiore del retto, & l'angolo della minor portione, contenuto dalla
circonferenza A D C & dalla linea retta A C, è minore del retto, il che appare
manifestamente, perciò che essendo l'angolo contenuto dalle linee rette BA AC,
retto, sarà il contenuto dalla circonferenza A B C & dalla linea retta A C mag-
giore del retto. & perche l'angolo contenuto dalle linee rette C A A F è retto,

ſarà quello che e contenuto dalla linea retta C A & dalla circonferenza A D C minore del retto. adunque nel cerchio l'angolo che è nel mezo cerchio, e retto, & quello che è nella portion maggiore è minore del retto, & quello che è nella minore portione è maggiore del retto. oltre à queſto l'angolo della portion maggiore è maggiore del retto, & l'angolo della portion minore è minore del retto. il che biſognaua dimoſtrare.

ALTRAMENTE ſi dimoſtrerà che l'angolo B A C e retto. perche l'angolo A E C e doppio dell'angolo B A E, eſſendo vguale alli due interiori & oppoſti, & l'angolo A E B e doppio dell'angolo E A C, ſaranno gli angoli A E B A E C doppij dell'angolo B A C. ma gli angoli A E B A E C ſono vguali à due retti. adunque l'angolo B A C e retto. il che biſognaua dimoſtrare.

COROLLARIO.

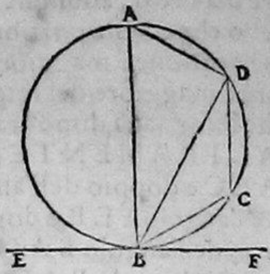
Di qui è manifeſto, che ſe vn'angolo del triangolo ſia vguale à gli altri due angoli, egli ſarà retto, percioche l'angolo conſeguente è vguale alli medeſimi due, & quando gli angoli conſeguenti ſono vguali, è neceſſario che ſiano retti.

SCHOLIO.

Se tutti li mezi cerchi pigliano per ſomiglianza angoli vguali, come retti, & le maggior portioni pigliano angoli minori de retti, chiara coſa è, che eſſendo ſimili pigliano angoli vguali, & quanto ſono maggiori de mezi cerchi, tanto minuiſcono l'angolo retto, & ſimilmente le minori de mezi cerchi con proportione accreſcono il retto. Onde è neceſſario che le portioni ſimili piglino angoli vguali, & perche gli angoli delle portioni, ſono di diuerſi generi à riſpetto delli rettilinei, eſſendo miſti, non ſi fa comparatione fra loro per la grandezza determinata, ma ſolamente per la maggioranza per dir coſi, & minoranza: onde auuiene che procedendo la maggior portione alla minore per il mezo cerchio, l'angolo di eſſa maggiore ſemplicemente del retto procede al minore, & non per il retto, eſſendo il retto vna determinata grandezza. & queſto parera marauiglioſo che quelle coſe che ſi mutano ne contrarij ſogliono paſſare per li mezi, ma ne gli altri anchora ſi poſſono ritrouare oppoſti in queſto modo ſenza mezo, percioche eſſendo la linea che comprende il cerchio curua & caua, non è retta.

THEOREMA XXVIII. PROPOSITIONE XXXII.

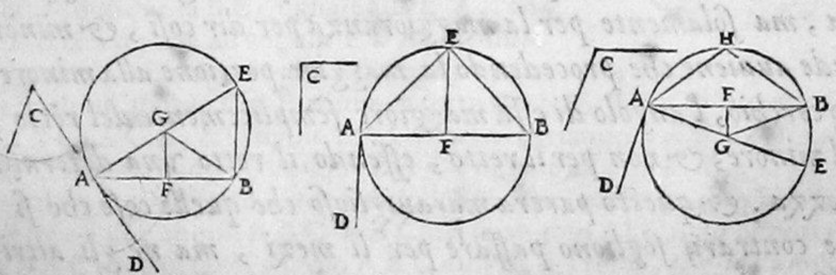
Se vna linea retta tocca il cerchio, & dal toccamento nel cerchio ſia tirata vna linea retta che lo ſeghi, gli angoli che ella fa con la linea che tocca, ſono vguali à quelli, che ſi conſtituiſcono nell'altre portioni del cerchio.



La linea retta E F tocchi il cerchio A B C D
nel punto B, & dal punto B tirisi nel cerchio A B
C D vna linea retta B D, che lo seghi in qualun-
que modo. Dico che gli angoli che fa la B D con
la linea che tocca E F sono vguali à quelli, che si
constituiscono nell'altre portioni del cerchio,
cioè che l'angolo F B D è vguale all'angolo con-
stituito nella portione D A B, cioè ad esso D A B,
& l'angolo E B D vguale all'angolo D C B, consti
tuito nella portione D C B. tirisi dal punto B la
11. del primo. B A ad angoli retti sopra la E F: & piglisi nella
circonferenza B D qual si voglia punto C, & giunganfi A D D C C B. perche
dunque vna linea retta E F tocca il cerchio A B C D nel punto B, & dal tocca-
19. di questo. mento B è tirata vna linea retta B A ad angoli retti sopra la E F; sarà nella B A il
centro del cerchio A B C D. onde la B A è diametro del medesimo cerchio, &
per l'antece- l'angolo A D B nel mezo cerchio è retto. adunque gli angoli rimanenti
dente. B A D A B D sono vguali ad vn retto. ma l'angolo A B F anchora è retto; &
perciò è vguale à gli angoli B A D A B D. traggasi il commune A B D. onde il
rimanente D B F è vguale à quello che consiste nell'altra portione del cerchio,
cioè all'angolo B A D. & perche nel cerchio è il quadrilatero A B C D, & gli an-
22. di questo. goli di esso opposti sono vguali à due retti, saranno gli angoli D B F D B E, v-
guali à gli angoli B A D B C D; de quali B A D si è dimostrato vguale à D B F.
adunque il rimanente D B E sarà vguale à quello, che è consti tuito nell'altra por
tione del cerchio D C B, cioè à D C B. onde se vna linea retta, tocca il cerchio,
& dal toccamento nel cerchio sia tirata vna linea retta, che lo seghi, gli angoli
ch'ella fa con la linea che tocca, sono vguali à quelli che si constituiscono nell'al-
tre portioni del cerchio. il che bisognaua dimostrare.

PROBLEMA V. PROPOSITIONE XXXIII.

Constituire vna portione di cerchio nella data linea retta, che pigli l'angolo vguale all'angolo rettilineo dato.



Sia la data linea retta A B, & il dato angolo rettilineo C. bisogna descriuere
vna portione di cerchio nella data linea retta A B, che pigli l'angolo vguale al-
l'angolo C. adunque l'angolo C ò è acuto, ò retto, ò vero ottuso. Sia prima acu
to, come nella prima figura, & nella data retta linea A B, & nel punto A dato
23. del primo: in essa, constituiscasi l'angolo B A D, vguale all'angolo C. onde l'angolo B A D,
11. del primo. è acuto. & dal punto A, tirisi la A E ad angoli retti sopra la A D, & seghisi la A B
10. del primo. per mezo in F, & dal punto F tirisi la F G ad angoli retti sopra la A B, & giungasi
G B. perche dunque la A F è vguale alla F B, & la F G commune, le due A F F G
sono vguali alle due B F F G, & l'angolo A F G vguale all'angolo G F B. adun-
4. del primo. que la base A G è vguale alla base G B. onde dal centro G con l'interuallo A G

descritto

descritto il cerchio passerà anchor per B. descriuasi & sia A B E, & giungasi E B. & perche dalla estremità del diametro A E, & dal punto A è tirata la A D ad angoli retti sopra la A E, toccherà la A D il cerchio. & perche vna linea retta A D tocca il cerchio A B E, & dal toccamento che è in A è tirata vna linea retta A B nel cerchio A B E, l'angolo D A B sarà vguale all'angolo che consiste nell'altra portione del cerchio, cioe allo A E B. ma essendo l'angolo D A B uguale all'angolo C, sarà l'angolo C vguale all'angolo A E B. onde nella data linea retta A B A B si è descritta la portione del cerchio A E B, che piglia l'angolo A E B vguale all'angolo dato C. Sia poi l'angolo C retto, & bisogni similmente nella linea retta A B descriuere una portione di cerchio, che pigli l'angolo uguale all'angolo retto C. constituiscasi similmente l'angolo B A D uguale all'angolo retto C, come nella seconda figura, & seghisi la A B per mezo nel F: & dal centro F con l'interuallo di una di esse A F F B descriuasi il cerchio A E B. adunque la linea retta A D tocca il cerchio A B E, percioche l'angolo A è retto, & l'angolo B A D è uguale all'angolo che è nella portione A E B, quale è retto, essendo nel mezo cerchio. ma B A D è uguale all'angolo C. onde etiandio l'angolo descritto nella portione A E B è uguale al C. si è dunque descritta nella linea retta A B la portione del cerchio A E B, che piglia l'angolo uguale al retto C. Sia finalmente l'angolo C ottuso, & constituiscasi nella linea retta A B & nel punto A l'angolo B A D uguale ad esso, come nella terza figura, & tirisi la A E ad angoli retti sopra la AD, & seghisi la A B per mezo nel F, & sopra la A B tirisi la F G ad angoli retti, & giungasi GB. & perche la AF è uguale alla BF & EC, e cõmune, le due A F F G sono uguali alle due B F F G, & l'angolo A F G è uguale all'angolo B F G. adunque la base A G è uguale alla base G B. onde dal centro G con l'interuallo A G descriuendosi il cerchio, passerà anchor per B. passi come A E B. & perche dalla estremità del diametro A E è tirata ad angoli retti la A D, toccherà la A D il cerchio A E B, & dal toccamento che è ad A è tirata la A B. onde l'angolo B A D è uguale à quello che consiste nell'altra portione del cerchio A H B. ma l'angolo B A D è uguale all'angolo C. adunque l'angolo che è nella portione A H B sarà uguale all'angolo C. & percio nella data linea retta A B è descritta la portione del cerchio A H B, che piglia l'angolo uguale al C. il che bisognaua fare.

Cor. della 16. di questo. per l'antecedente.

23. del primo.

10. del primo.

Cor. della 16. di questo. per l'antecedente.

23. del primo.

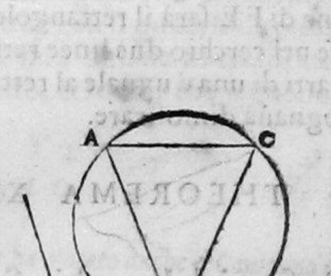
4. del primo.

Cor. della 16. di questo. per l'antecedente.

PROBLEMA VI. PROPOSITIONE XXXIIII.

Dal dato cerchio tagliare una portione, che pigli l'angolo uguale all'angolo rettilineo dato.

Sia il cerchio dato A B C, & il dato angolo rettilineo D. bisogna dal cerchio A B C tagliare una portione, che pigli l'angolo uguale all'angolo D. tirisi la linea retta E F che tocchi il cerchio A B C nel punto B, & nella linea retta B F, & nel punto B, che e in essa, constituiscasi l'angolo F B C uguale all'angolo D. & perche la linea retta E F tocca il cerchio ABC nel punto B, & dal toccamento B è tirata la B C, l'angolo F B C sarà uguale à quello che consiste nell'altra portione del cerchio. ma F B C è uguale all'angolo D. adunque etiandio l'angolo che è nella portione B A C sarà uguale all'angolo D. onde dal dato cerchio ABC si è tagliata una portione B A C, che piglia l'angolo uguale all'angolo rettilineo dato D. il che bisognaua fare.



17. di questo.

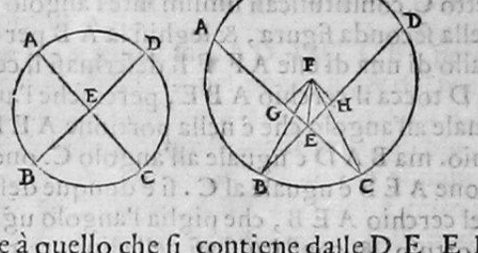
23. del primo.

32. di questo.

THEOREMA XXIX. PROPOSITIONE XXXV.

Se nel cerchio due linee rette si taglino fra loro, il rettangolo contenuto dalle parti di una è uguale al rettangolo, che si contiene dalle parti dell'altra.

Seghinsi fra loro le due linee rette A C B D nel cerchio A B C D & nel punto E. Dico che il rettangolo contenuto dalle A E E C è uguale à quello che si contiene dalle D E E B. se dunque A C B D passano per lo centro, di modo che E sia centro del cerchio A B C D; è manifesto che essendo le A E E C & D E E B uguali, il rettangolo contenuto dalle A E E C è uguale à quello che si contiene dalle D E E B.



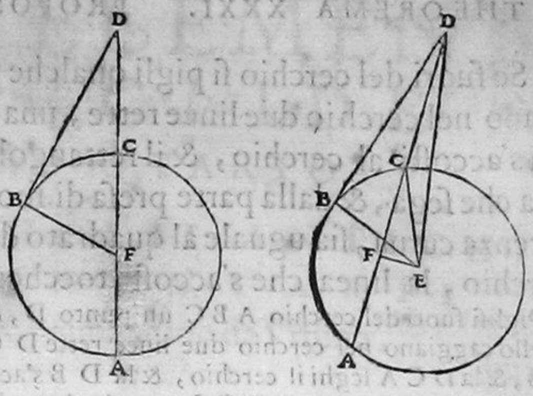
ma le A C D B non passino per lo centro; & piglisi il centro del cerchio A B C D che sia F, & da F tirinsi le F G F H, perpendicolari alle linee rette A C D B: & giunganisi F B F C F E. perche dunque una linea retta G F tirata per lo centro sega una linea retta A C non tirata per lo centro ad angoli retti, la segherà anchor per mezo. onde la A G è uguale alla G C. & perche la linea retta A C è diuisa in parti uguali nel punto G, & in parti disuguali nello E, sarà il rettangolo contenuto dalle A E E C insieme col quadrato di E G uguale al quadrato di G C. aggiungasi il quadrato di G F commune. adunque il rettangolo A E C, insieme con i quadrati di E G G F è uguale alli quadrati di C G G F. ma il quadrato di F E è uguale alli quadrati di E G G F, & il quadrato di F C uguale alli quadrati di C G G F. il rettangolo dunque A E C insieme col quadrato di F E è uguale al quadrato di F C. ma la C F è uguale alla F B. onde il rettangolo A E C insieme col quadrato di E F è uguale al quadrato di F B. & per la medesima ragione il rettangolo D E B insieme col quadrato di F E è uguale al quadrato di F B. ma si è dimostrato il rettangolo A E C insieme col quadrato di F E uguale al quadrato di F B. adunque il rettangolo A E C insieme col quadrato di F E è uguale al rettangoo D E B insieme col quadrato di F E. traggasi il quadrato commune di F E: sarà il rettangolo rimanente A E C uguale al rimanente D E B. onde se nel cerchio due linee rette si taglino fra loro, il rettangolo contenuto dalle parti di una è uguale al rettangolo che si contiene dalle parti dell'altra. il che bisognaua dimostrare.

1. di questo:
12. del primo.
3 di questo.
5. del secondo.
47. del primo.

THEOREMA XXX. PROPOSITIONE XXXVI.

Se fuori del cerchio si pigli qualche punto; & da quello caggiano nel cerchio due linee rette, delle quali una seghi il cerchio, & l'altra lo tocchi, il rettangolo contenuto da tutta la linea che sega, & dalla parte presa di fuori, fra 'l punto & la circonferenza curua, è uguale al quadrato della linea, che tocca.

Piglisi un pūto D fuori del cerchio A B C, & da esso caggiano nel detto cerchio due linee rette D C A & D B, & la D C A seghi il cerchio A B C; & la D B lo tocchi.



Dico che il rettangolo A D C
è uguale al quadrato che si
fa dalla D B. adunque la D
C A ò passa per lo centro ò
nò. passi prima per lo cen-
tro del cerchio A B C, che
sia F, & giungasi F B. sarà l'an
golo F B D retto. & perche 18. di questo.
la linea retta A C è segata
per mezo nel F, & se gli ag-
giunge la C D, il rettango- 6. del secondo.
lo A D C insieme col qua-
drato di F C sarà uguale al
quadrato di F D, & la C F
è uguale alla F B. & percio
il rettangolo A D C insie-
me col quadrato di F B, è uguale al quadrato di F D. ma il quadrato di F D è
uguale à quadrati delle F B B D, essendo l'angolo F B D retto. onde il rettan 47. del primo.
golo A D C insieme col quadrato di F B è uguale à quadrati delle F B B D.
traggasi il quadrato commune di F B. adunque il rimanente rettangolo A D C,
sarà uguale al quadrato che si fa dalla linea D B che tocca. ma la D C A non pas-
si per lo centro del cerchio A B C, & piglisi il centro E, & da E tirisi la E F per-
pendicolare alla A C, & giunganso E B E C E D. adunque l'angolo E F D è ret- 1. di questo.
to. & perche una linea retta E F tirata per lo centro segha una linea retta A C 12. del primo.
non tirata per lo centro ad angoli retti, la segherà anchor per mezo. onde la A F
è uguale F C. oltre à cio perche la linea retta A C è segata per mezo nel punto F,
& se gli aggiunge la C D, il rettangolo A D C insieme col quadrato di F C è u- 3. di questo.
guale al quadrato di F D. pongasi il quadrato di F E commune. adunque il rettan 6. del secondo.
golo A D C insieme con i quadrati delle C F F E è uguale à quadrati delle D F
F E. ma il quadrato di D E è uguale alli quadrati di D F F E, percioche l'ango-
lo E F D è retto, & il quadrato di C E è uguale alli quadrati di C F F E. adun- 47. del primo.
que il rettangolo A D C insieme col quadrato di C E è uguale al quadrato di E D.
& la C E è uguale alla E B. onde il rettangolo A D C insieme col quadrato di E B
è uguale al quadrato di E D. ma al quadrato di E D sono uguali i quadrati E B
B D, percioche l'angolo E B D è retto. adunque il rettangolo A D C insieme col 47. del primo.
quadrato di E B è uguale alli quadrati di E B B D. traggasi il quadrato commu-
ne di E B. il rimanente dunque rettangolo A D C sarà uguale al quadrato di
D B. la onde se fuori del cerchio si pigli qualche punto, & le cose che seguono. il
che bisognaua dimostrare.

IL COMMANDINO.

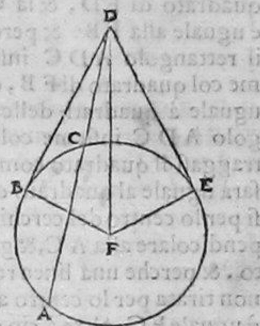
Dalle cose gia dimostrate, ne seguono due corollarij, come ha notato anche il Campano cioè questi.

Se da un punto preso fuori del cerchio siano tirate nel cerchio quante linee si uoglia, che lo seghino, i rettangoli contenuti da tutte le linee, & dalle parti di fuori, sono fra loro uguali, essendo uguali al quadrato della linea che tocca.

Se da un punto fuori del cerchio siano tirate due linee rette che lo tocchino, quelle sono fra loro uguali; percioche i quadrati dell'una & l'altra di esse sono uguali al rettangolo, che si contiene dalla linea retta tirata dal medesimo punto, che sega il cerchio, & dalla parte di essa che è di fuori. adunque è necessario che dette linee siano uguali, & non possono essere piu di due. il che appare manifestamente dalle cose dimostrate nel ottaua di questo.

THEOREMA XXXI. PROPOSITIONE XXXVII.

Se fuori del cerchio si pigli qualche punto, & da quello caggiano nel cerchio due linee rette, una delle quali seghi, & l'altra s'accosti al cerchio, & il rettangolo contenuto da tutta la linea che sega, & dalla parte presa di fuori fra'l punto, & la circonferenza curua, sia uguale al quadrato della linea che s'accosta al cerchio, la linea che s'accosta toccherà il cerchio.



Piglisi fuori del cerchio A B C un punto D, & da quello caggiano nel cerchio due linee rette D C A D B, & la D C A seghi il cerchio, & la D B s'accosti ad esso, & il rettangolo A D C sia uguale al quadrato che si fa dalla D B. Dico che la D B tocca il cerchio A B C. tirisi una linea retta D E, che tocchi il cerchio A B C, & piglisi il centro del cerchio A B C che sia F, & giunganſi F E F B F D. adunque l'angolo F E D è retto. & perche la D E tocca il cerchio A B C, & la D C A lo sega, il rettangolo A D C sarà uguale al quadrato di D E. ma il rettangolo A D C si pone uguale al quadrato di D B. onde il quadrato di D E sarà uguale al quadrato di D B. & percio la linea D E è uguale alla D B. & la F E è uguale alla F B. adunque le due D E E F sono uguali alle due D B B F; & la base loro F D è commune. onde l'angolo D E F è uguale all'angolo D B F. ma D E F è retto. adunque D B F anchora è retto. & prolungando si F B è diametro. & quella che dalla estremità del diametro del cerchio è tirata ad angoli retti tocca il cerchio. adunque la D B tocca il cerchio A B C necessariamente. Dimostrerasſi anchora il medesimo, se il centro sia nella linea A C. la onde se fuori del cerchio si pigli qualche punto, & l'altre cose che seguono. il che bisognaua dimostrare.

17. di questo.
1. di questo.
18. di questo.
8. del primo.
Cor. della 16. di questo.

IL FINE DEL TERZO LIBRO.