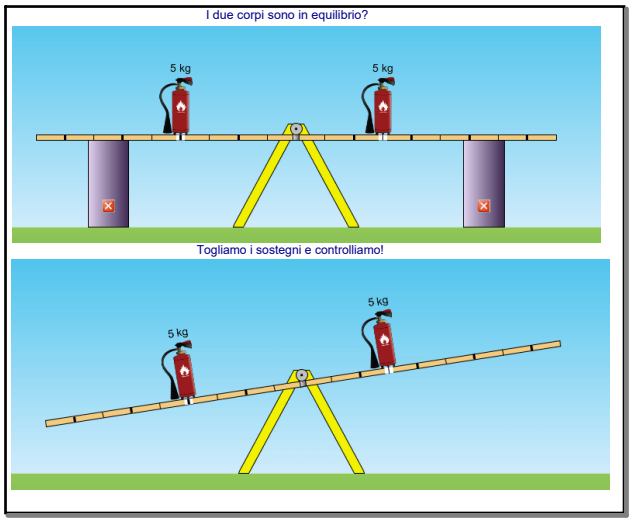
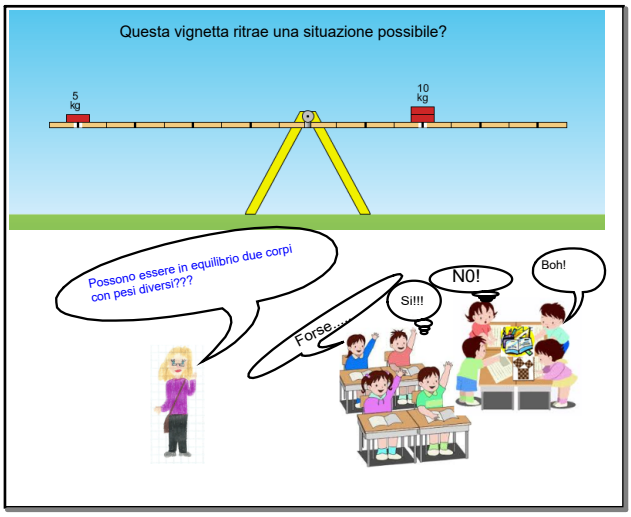


Situazione problematica (SP)



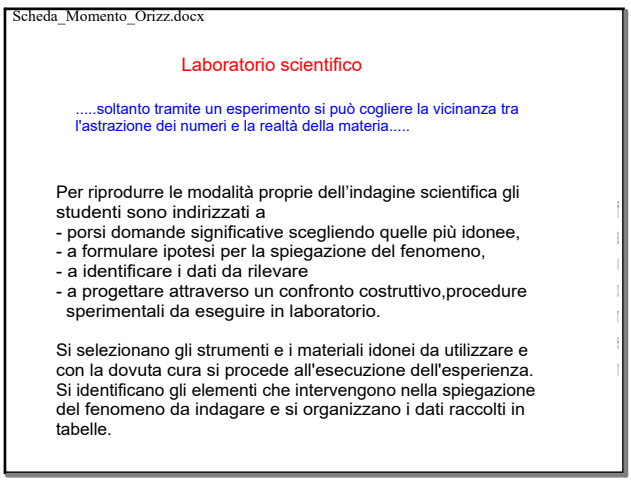
SP



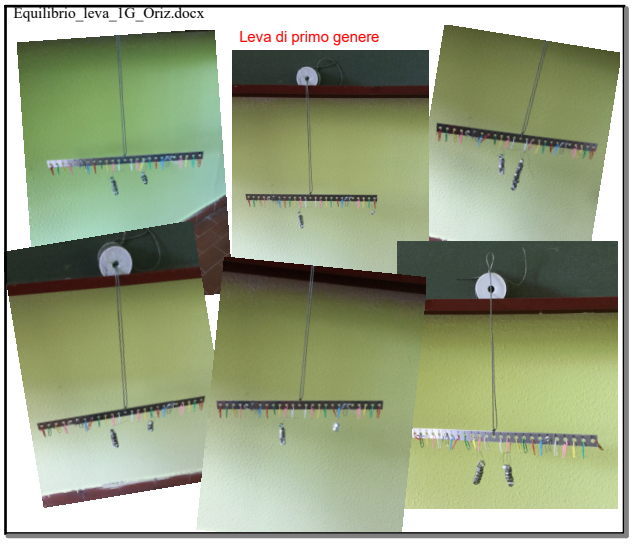
SP



Coinvolgimento



Momento forze



Leva 1^ Genere

Leva_2G_Oriz.docx

Il laboratorio scientifico, fondandosi sulla sperimentazione e la progettualità è il luogo privilegiato per realizzare percorsi didattici attivi e partecipati in cui si integrano saperi disciplinari, linguaggi, strumenti di pensiero, atteggiamenti e valori.

Nel laboratorio, partendo dall'esperienza e dal mondo reale, gli studenti, divisi in gruppi eterogenei, si dedicano con piacere all'attività comune, divenendo protagonisti del proprio processo di apprendimento.
Si crea così un gruppo collaborativo, in cui gli alunni comunicando e confrontandosi con i compagni di lavoro e con l'insegnante sull'interpretazione delle proprie osservazioni, traggono conclusioni in base ai dati rilevati.

In questo senso, quello che soprattutto contraddistingue l'attività laboratoriale, è l'operatività collegata ad una attività cognitiva, l'atteggiamento e il modo di pensare e di operare, più che la presenza di attrezzature e strumenti speciali.

Leva 2^ Genere

Leva_3G_Oriz.docx

Modalità di lavoro

Gli alunni hanno lavorato in piccoli gruppi eterogenei (cinque studenti), sia per evitare cristallizzazione di rapporti, sia per promuovere forme di collaborazione e partecipazione attiva nel processo di scoperta e conquista della conoscenza.

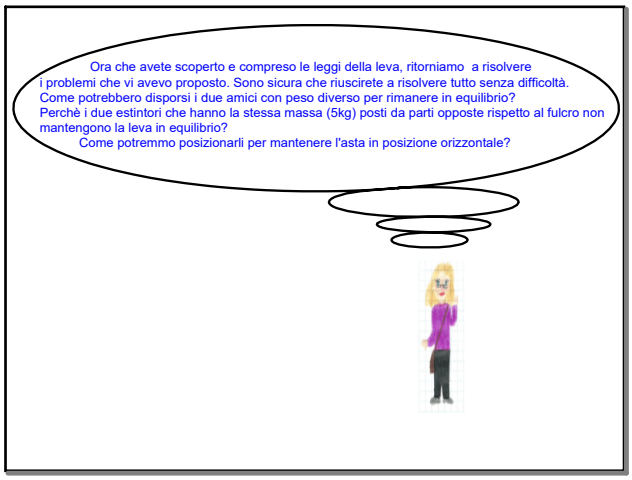
Le varie attività hanno previsto la raccolta sistematica e l'elaborazione dei dati, la costruzione di tabelle e grafici e la stesura di relazioni che costituivano un primo controllo in itinere sul processo di acquisizione dei contenuti.

Gli elaborati eseguiti dai ragazzi, una volta corretti, opportunamente "smontati" ed eventualmente integrati, sono stati aggregati dall'insegnante nella "Relazione di classe" che è stata in definitiva, la risultante di un lavoro comune.
La tecnica della"Restituzione" ampliamente condivisa, grazie all'utilizzo della LIM, è stata molto apprezzata dalla classe. Ogni gruppo, con orgoglio, scorgeva in essa una sua parte, effettuando al contempo un costruttivo confronto ed una cosciente autovalutazione, attraverso cui acquistava una maggiore consapevolezza delle sue potenzialità.

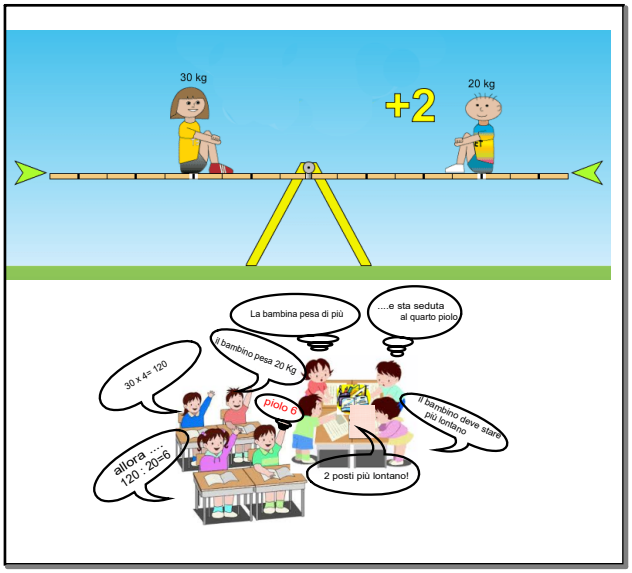
Leva 3^ Genere



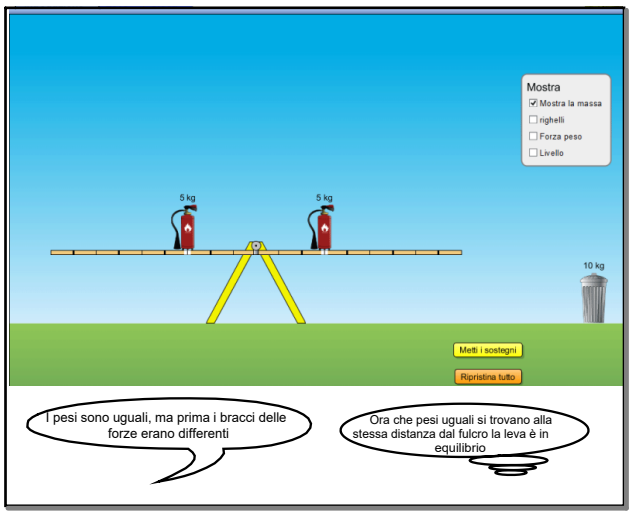
Sperimentazione di gruppo con materiali poveri



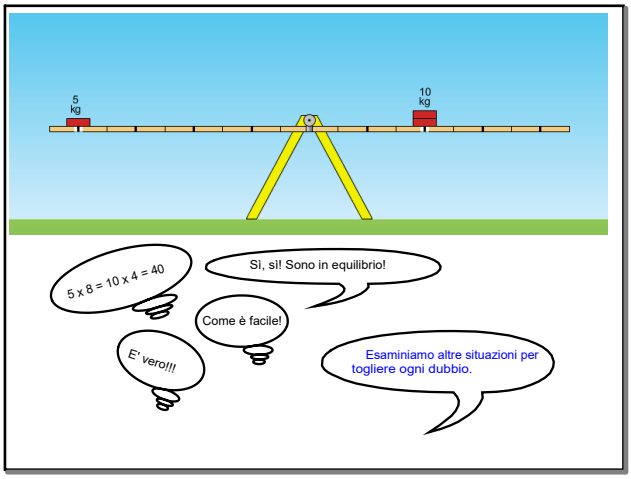
Domande



Risposte



Risposte



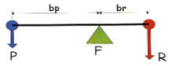
Risposte



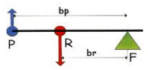
Verbalizzazione

Cosa sono le leve e quanti tipi di leve ci sono?
Le leve sono dei "mezzi" grazie ai quali possiamo compiere agevolmente delle azioni. Se usiamo meno forza la leva sarà vantaggiosa in caso contrario, svantaggiosa.
Ci sono 3 tipi di leve: leva di primo, secondo e terzo genere.
Quando parliamo di leve dobbiamo ricordare 5 nomi fondamentali: potenza, resistenza, fulcro, braccio e momento della forza. P è la potenza o anche forza motrice, R è la resistenza o anche forza resistente, F è il Fulcro. Il braccio è la distanza fra potenza e resistenza dal fulcro.

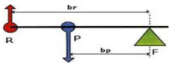
Nelle leve di primo genere il fulcro si trova tra le 2 forze



Nelle leve di secondo genere la resistenza è tra fulcro e potenza



Nelle leve di terzo genere la potenza è tra fulcro e resistenza



Sintesi

Leve di uso comune

Esempi di leva di 1° genere (che ha il fulcro tra la resistenza posta e la potenza) sono: la bilancia romana, l'altalena a due posti, le forbici , le tenaglie, ... Una leva di primo genere può essere vantaggiosa, svantaggiosa o indifferente:
- **Vantaggiosa** se il braccio della potenza è maggiore di quello della resistenza
- **Svantaggiosa** se il braccio della resistenza è maggiore di quello della potenza
- **Indifferente** se il braccio della resister è uguale a quello della potenza



Esempi di leva di 2° genere (che ha la r nza posta tra il fulcro e la potenza) sono: l'apribottiglie e lo schiaccianoci.
È una leva sempre vantaggiosa perché proprio per la posizione delle forze e del fulcro il braccio della potenza è sempre m re di quello della resistenza.



Esempi di leva di 3° genere (che ha la p a posta tra il fulcro e la resistenza) sono: le pinzette, le pinze da ghiaccio, le molle del focolare.
È una leva sempre svantaggiosa perché proprio per la posizione delle forze e del fulcro il braccio della resistenza è sempre maggiore di quello della potenza.



Leve uso comune

VANTAGGIO DI UNA LEVA

VANTAGGIO DI UNA LEVA

Si definisce vantaggio di una leva il rapporto tra Resistenza (R) e Potenza (P) e/o il rapporto tra il braccio della Potenza(bP) e il braccio Resistenza (bR)

$$V = \frac{R}{P} = \frac{bP}{bR}$$

$V = 1$ leva indifferente

$V > 1$ leva vantaggiosa

$V < 1$ leva svantaggiosa

- Se il fulcro è nel mezzo della leva alla stessa distanza dal punto di applicazione della Potenza e della Resistenza, essendo P=R e bp=br la leva è indifferente
- Se il fulcro è più vicino alla Resistenza che alla Potenza la leva è vantaggiosa, in tal caso infatti è possibile equilibrare una grande forza resistenza con una piccola forza potenza: P< R occorre quindi che bp>br
- Se il fulcro è più vicino alla potenza che alla resistenza la leva è sempre svantaggiosa, in tal caso infatti è possibile equilibrare una piccola forza (Resistenza) con una grande forza (Potenza): P>R occorre quindi che bp<br

- In termini matematici:
- Se il vantaggio è uguale a 1 la leva si dice indifferente
- Se il vantaggio è maggiore di 1 la leva si dice vantaggiosa
- Se il vantaggio è minore di 1 la leva si dice svantaggiosa

Vantaggio

La fisica di tutti i giorni



Quante leve!!!!

Osserva intorno a te i molteplici usi delle leve
- Individua oggetti che si comportano come leve.
- Determina per ognuno di essi i punti in cui sono collocati il fulcro, la potenza e la resistenza distinguendone il genere.

Fisica di tutti i giorni

Leva.xlsx

Il foglio elettronico nel primo approccio alla formalizzazione e alla modellizzazione

In questo laboratorio, gli alunni vengono avviati all'uso del foglio elettronico attraverso varie attività.

- L'organizzazione dei dati ricavati dagli esperimenti, attraverso la costruzione di tabelle e grafici.(scheda "Dati_Esperim)
- L'inserimento di formule attraverso le quali gli alunni imparano a costruire e trasformare relazioni esplicitando rispetto alle diverse variabili, con il fine di generalizzare una strategia risolutiva.(scheda "Inser_Formule)
- L'interpretazione di formule in relazione ad un contesto assegnato. (schede "PeR_K", "bPebR_K", "bPebR_K")

Elaborazione

balancing-act_it.jar

Per promuovere la partecipazione e l'inclusione, servono strategie accattivanti, metodologie didattiche fondate sul fare, ambienti di apprendimento coinvolgenti, capacità di gestione da parte del docente della dimensione emozionale degli alunni.

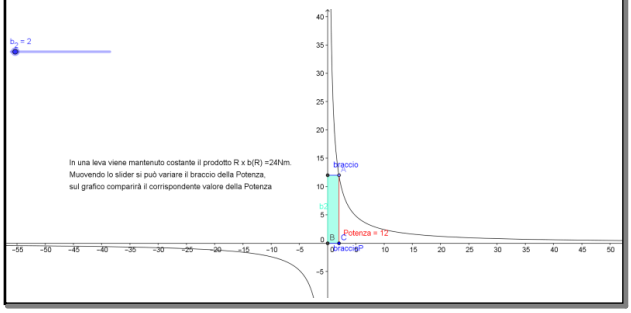
Affinchè nessun alunno sia escluso, è necessario costruire un ambiente di apprendimento di tipo senso motorio mediato dal fare, dal gioco, dalla simulazione, in definitiva dal coinvolgimento emotivo di tutti gli alunni della classe, dalla cura della dimensione relazionale dei vari gruppi, dalla scelta oculata del tipo di gioco da proporre come supporto alle attività tradizionali.

In questa ottica i learning object, si rivelano efficaci strumenti educativi, sia sul versante del potenziamento delle capacità relazionali, sia per strutturare nei ragazzi una versatilità finalizzata al problem solving. L'alunno diventa così un attore, un protagonista che opera in una realtà virtuale che si riadatta in tempo reale ai suoi movimenti e opportunamente guidato,prende confidenza con i mezzi, ne riconosce la specificità e mette in atto le proprie capacità mentali.

Gioco Leva

leva_1.ggb

Il software geogebra, visualizzando, attraverso il movimento l'idea di una grandezza che varia rispetto ad un'altra, si rivela un potente strumento nella trattazione consapevole del concetto di funzione, esplicitandone le radici cognitive.

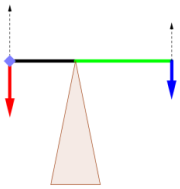


Geogebra

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO: LA RISULTANTE DEI MOMENTI È NULLA

massa 1
forza 1 = 13.72 N
braccio 1 = 2.66 cm

massa 2
forza 2 = 9.41 N
braccio 2 = 3.88 cm



MOMENTO 1
$M_1 = F_1 \cdot b_1 = 36.49$ N·cm

MOMENTO 2
$M_2 = F_2 \cdot b_2 = 36.49$ N·cm

RISULTANTE
$M_1 - M_2 = 0$
(la rotazione in senso orario ha momento opposto a quella in senso anti-orario)

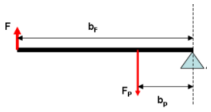
*** Attività: puoi modificare le masse e dunque le forze in gioco, oppure puoi modificare il braccio 1, osservando cosa succede al secondo braccio.

Prelevato dal sito:
<https://tube.geogebra.org/material/show/id/850709>

Sito Geogebra Materiali

Problema
Su una carriola di massa 25 kg sono posti 50 kg di cemento. Si suppone che tutto il peso (sia della carriola che del cemento) sia concentrato a 50 cm dal centro della ruota e che i manici della carriola distino 1,5 m dal centro della ruota. Schematizza la situazione con un disegno.
• Calcola la forza necessaria per alzare la carriola ed esprimila nelle unità del SI.
• Qual è il guadagno della macchina?
• Quanto cemento si riesce a trasportare se la forza massima che si può esercitare è di 500 N?

Soluzione
Schematizzo la situazione con un disegno



FP = m*g = (25+50) kg * 9,81 N/kg = 740N bP = 50 cm = 0,50 m
Per la condizione di equilibrio della leva dovrà essere:
a) P*bp = R *br → F = (R *bR) / bP = (740 N * 1,5 m) / 0,50 m = 250 N
b) v= R / P = 740 N / 250N ~ 3,0
c) Se il vantaggio è 3 ciò significa che con una forza massima di 500N posso sollevare un carico 3 volte maggiore
ovvero pari a 500 N*3 = 1500 N
La massa in kg corrispondente a questo carico è m= FP / g = 1500N/(9,81 N/kg) = 150kg
Sottraendo la massa della carriola, trovo i kg di cemento che si possono trasportare
massa di cemento= (150 - 25) kg= 125kg

Problema

Verifica

1) Un peso di 20 N (R) è posto a 40 cm dal fulcro di una leva di 1° genere.
a) A quale distanza dal fulcro si deve applicare una forza (P) di 16 N per equilibrare la leva?
b) Tenendo invariati i valori della potenza e del suo braccio, calcola la lunghezza del braccio della resistenza (y) quando varia la resistenza (x), dopo aver indicato la funzione che lega le due variabili.
c) Rappresenta tale funzione in un sistema di riferimento cartesiano: che tipo di grafico ottieni?
d) Di quale tipo di proporzionalità si tratta?

2) In una leva di primo genere la somma della resistenza e della potenza è di 90 N e la potenza è 1/2 della resistenza. Calcola la lunghezza del braccio della potenza, sapendo che il braccio della resistenza è lungo 2 m. Lasciando costante la resistenza e il suo braccio, indica con y la potenza e con x la lunghezza del suo braccio:
a) scrivi la funzione che lega la y alla x;
b) precisa quale tipo di proporzionalità lega le due grandezze (potenza e braccio della potenza)
c) fissa un riferimento cartesiano Oxy (scegliendo un'opportuna unità di misura) e traccia il grafico della funzione

3) Illustra la condizione di equilibrio di una leva e risolvi il seguente problema.
a) In una leva di primo genere in equilibrio, la somma della potenza e della resistenza è di 52 N ed il rapporto tra la potenza e la resistenza è 5/8. Se la distanza tra i punti di applicazione delle due forze è 26 dm, calcola le lunghezze del braccio della potenza e di quello della resistenza.
b) Tenendo invariati i valori di potenza e resistenza, calcola la lunghezza del braccio della resistenza (y) quando varia il braccio della potenza (x), dopo aver indicato la funzione che lega le due variabili.
c) Rappresenta tale funzione in un sistema di riferimento cartesiano: che tipo di grafico ottieni?
d) Di quale tipo di proporzionalità si tratta?

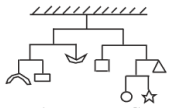
Problemi

Quesiti sulla leva nelle gare di matematica

Kangourou Italia
Gara del 18 marzo 2010
Categoria Benjamin
Per studenti di prima o seconda della scuola secondaria di primo grado

22. Il sistema di pesi e barre che vedi in figura è bilanciato e il suo peso totale è 112 grammi. Le barre orizzontali e verticali hanno un peso trascurabile. Quanti grammi pesa la stella?

A) 6 B) 7 C) 12 D) 15 E) 16



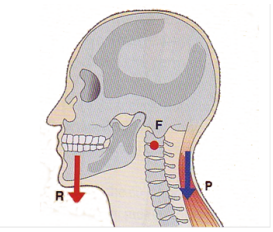
Benjamin

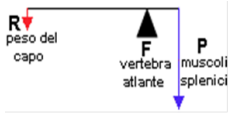
Gare matematiche

Le leve nel corpo umano

Dal punto di vista biomeccanico le ossa si possono paragonare a leve nelle quali l'articolazione è il fulcro e il muscolo la fonte di potenza.

Il movimento della testa sul collo costituisce una leva di primo genere: il fulcro è nell'articolazione tra la prima vertebra cervicale e l'osso occipitale del cranio, la potenza è nei muscoli estensori della nuca e la resistenza è il peso del capo (dunque il fulcro si trova fra la potenza e la resistenza).

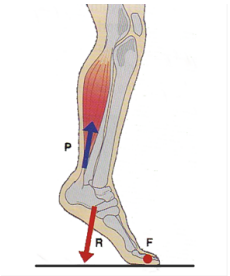


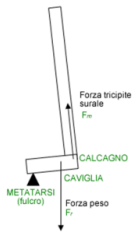


Si tratta di una leva di primo genere, in questo caso la leva è svantaggiosa perchè il braccio della resistenza è maggiore del braccio della potenza

Leva 1^G corpo umano

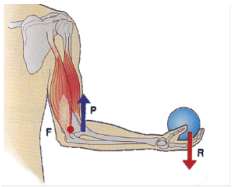
Le leve di 2^ genere nel corpo umano sono piuttosto rare. Un esempio è costituito dal piede quando si solleva il corpo sulla punta dei piedi: il fulcro è nell'articolazione metatarso-falangea, la potenza è applicata all'inserzione dei muscoli del polpaccio sul calcagno e la resistenza è il peso del corpo (dunque la resistenza si trova tra il fulcro e la potenza).Si tratta quindi di una leva vantaggiosa.

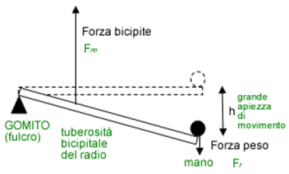




Leva 2^G corpo umano

Una leva di terzo genere si può identificare nei movimenti di flesso-estensione dei vari segmenti degli arti. Un esempio è costituito dal braccio: il fulcro è nell'articolazione del gomito, la potenza è applicata all'inserzione del bicipite omerale sull'avambraccio e la resistenza è il peso dell'avambraccio, oltre ad eventuali altri pesi sostenuti dalla mano, (dunque la potenza si trova tra il fulcro e la resistenza).





Questo è un classico esempio di leva di terzo genere. Essendo più corto il braccio della potenza, la forza sviluppata dal muscolo bicipite deve essere di gran lunga superiore rispetto alla forza peso del braccio e della sfera che si tiene sulla mano. Questo tipo di leva, permette però una grande ampiezza e rapidità di movimento. In fisica si parla infatti di vantaggio statico e di vantaggio dinamico. Si ha un vantaggio statico, quando impiegando una minore forza motrice si può vincere una maggiore forza resistente (leva vantaggiosa), in questo caso però la velocità e l'ampiezza del movimento sono piccole, si ha quindi uno svantaggio dinamico. Automaticamente uno svantaggio statico (leva svantaggiosa) permette una maggiore velocità e ampiezza di movimento, cioè un vantaggio dinamico.

Leva 3^G corpo umano

Così narrano gli storici

Plutarco nella vita di Marcello, così scrive; "Archimede aggiunse che se fosse esistita un'altra terra, egli avrebbe mosso questa trasferendosi in quella".

Pappo invece, nella Collectio, così si esprime:"Con la stessa teoria si può muovere un [qualsiasi] peso dato con una forza assegnata; questa è una scoperta meccanica di Archimede, che a questo proposito si dice abbia affermato: "datemi dove appoggiarmi e sposterò la Terra".

Con questa frase Archimede intendeva dire che una leva avrebbe potuto, in teoria, moltiplicare le sue forze fino a farle diventare talmente intense da permettergli di sollevare persino il mondo.



Galleria degli Uffizi: stanzino delle matematiche

Aspetti storici

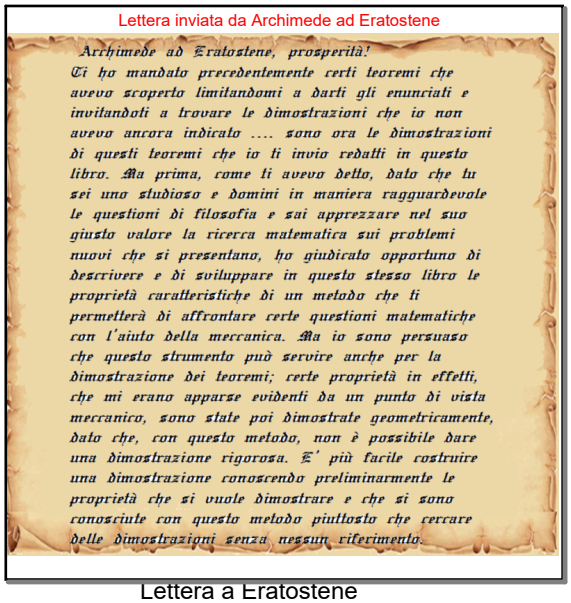
La scoperta del "Metodo"

Il rinvenimento di un palinsesto contenente le opere manoscritte di Archimede e una copia della lettera scritta dallo scienziato all' amico Eratostene (lo stesso che aveva scoperto con buona approssimazione la lunghezza del meridiano terrestre), hanno fatto luce sul "metodo" usato dal grande genio per ricavare misure di superfici e dei volumi dei solidi.

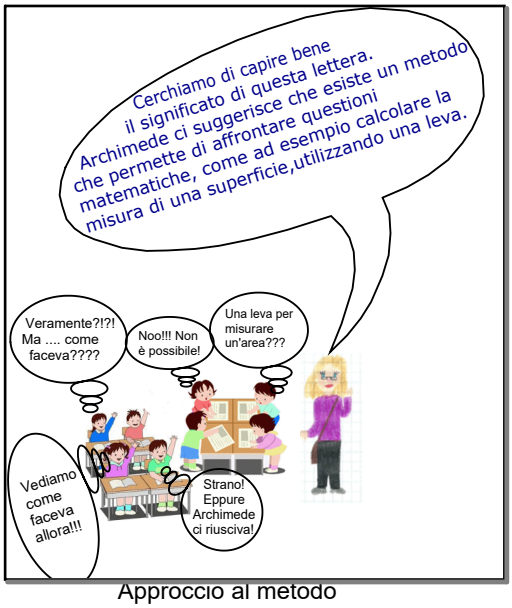
In questo manoscritto, Archimede ci spiega che le sue indagini si avvalgono di due differenti metodi, quello euristico della scoperta fondato su evidenze meccaniche (ricavate dalla condizione di equilibrio della leva), ed uno più rigoroso della dimostrazione fondato sul metodo dell'esaustione (in base al quale si può scomporre ogni figura in infinite rette parallele e analogamente ogni figura solida in infinite sezioni piane parallele).

Andiamo ora alle fonti e leggiamo un passo della preziosa lettera inviata da Archimede al suo amico Eratostene , nella quale ci illustra il suo "metodo".

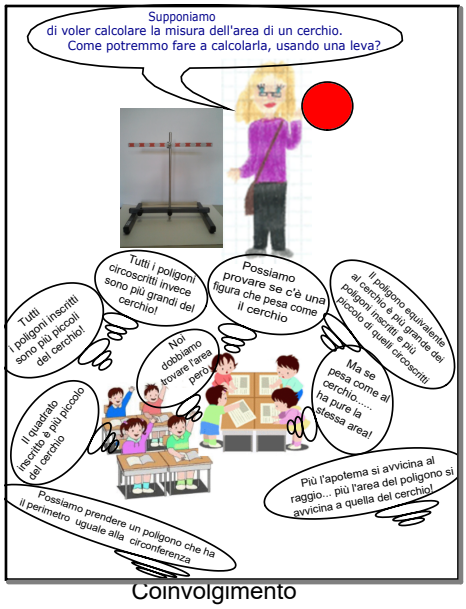
Il "METODO"



Lettera a Eratostene

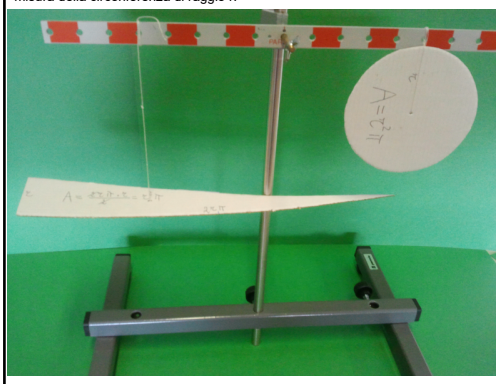


Approccio al metodo



Coinvolgimento

La leva si mantiene in equilibrio ponendo su un braccio un cerchio di raggio r e sull'altro braccio e alla stessa distanza dal fulcro, un triangolo (dello stesso materiale e con eguale spessore) con altezza r e base ($2r\pi$),uguale alla misura della circonferenza di raggio r.



Questa evidenza meccanica, ricavata dalla condizione di equilibrio della leva, ci fa supporre non solo che il peso del cerchio sia uguale a quello del triangolo ma anche che l'area del cerchio sia equivalente a quella del triangolo avente per base la circonferenza e per altezza il raggio.
Si tratta solamente di una evidenza empirica ma non è una dimostrazione rigorosa.

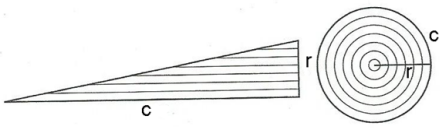
Evidenza meccanica area cerchio



Aspetti storici

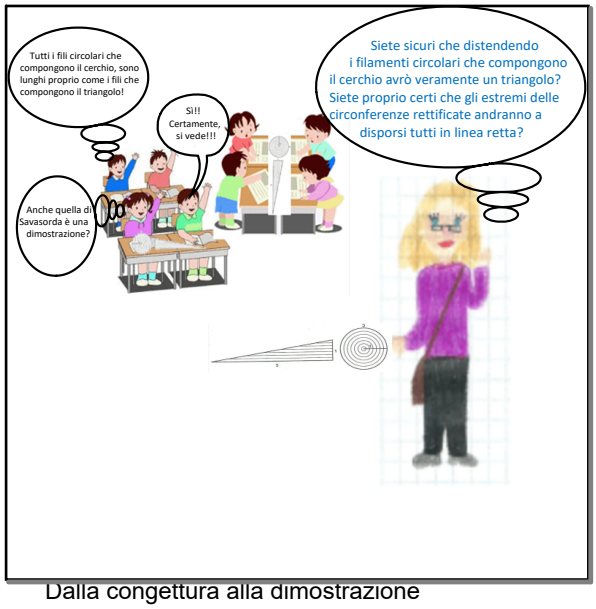
L'area del cerchio è equivalente a quella del triangolo avente per base la circonferenza e per altezza il raggio

Il matematico ebreo Abramo detto Savasorda, vissuto a Barcellona nell'undicesimo secolo dopo Cristo, aveva osservato che il cerchio doveva avere la stessa superficie del triangolo avente come base la circonferenza, e come altezza il raggio. Il matematico sosteneva che il cerchio era formato da tanti filamenti circolari (cerchi concentrici), le cui circonferenze avevano la stessa lunghezza di ognuno dei filamenti (segmenti paralleli alla base), da cui era formato il triangolo.



In realtà, la conclusione a cui era giunto Savasorda era stata intuita e dimostrata già da Archimede ben oltre tredici secoli prima nel Trattato sulla misura del cerchio (anche questa opera è stata rinvenuta nel palinsesto rinvenuto nel 1906, con le opere manoscritte di Archimede)

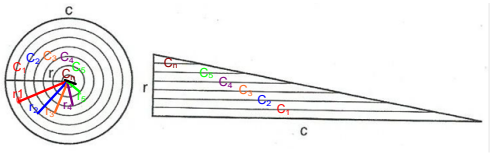
Congettura Savasorda



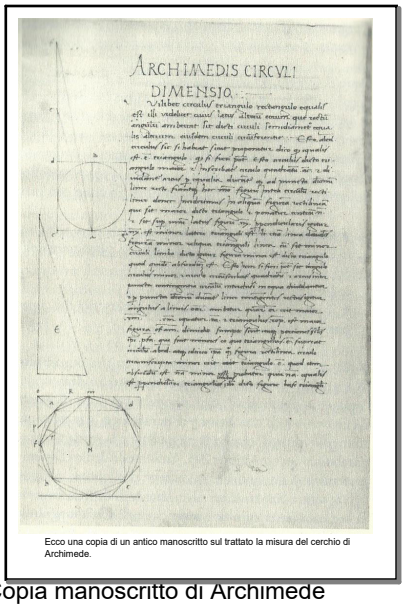
Dalla congettura alla dimostrazione

Le nostre considerazioni sulla congettura di Savasorda

Siano C, C_1, C_2, C_3, C_4,C_5,C_n le circonferenze concentriche rispettivamente di raggio decrescente r, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_n. Essendo le circonferenze proporzionali ai diametri e quindi ai raggi, tutti i triangoli che hanno per cateti C e r, C_1 e r_1, C_2 e r_2, C_3 e r_3,.....C_n e r_n sono simili (come ci conferma Euclide Libro VI Proposizione 6 <<Se due triangoli hanno un solo angolo uguale a un solo angolo e i lati intorno agli angoli uguali in proporzione, allora i triangoli sono equiangoli e hanno uguali gli angoli sotto cui si tendono i lati omologhi>>). Si avrà quindi che gli angoli corrispondenti dei triangoli sono uguali e perciò gli estremi dei lati orizzontali giacciono sulla stessa retta. Pertanto l'area del cerchio è uguale a quella del triangolo che ha per base $C=2r\pi$ e per altezza r.
L'area del cerchio è quindi uguale al quadrato del raggio, moltiplicato per π



La nostra dimostrazione con l'aiuto di Euclide



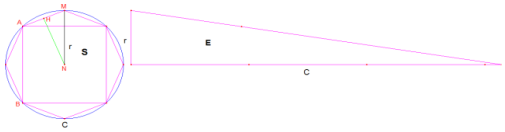
Ecco una copia di un antico manoscritto sul trattato la misura del cerchio di Archimede.

Copia manoscritto di Archimede

Dimostrazione di Archimede

Si considerino una circonferenza con centro N, raggio r, circonferenza C, e un triangolo rettangolo con base C e altezza r.
Indichiamo con S la superficie del cerchio e con E quella del triangolo.

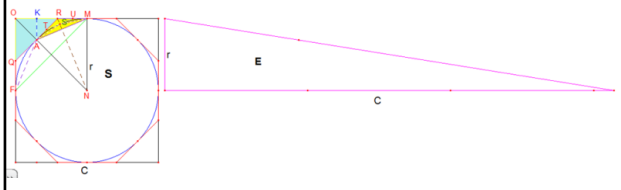
IPOTESI 1: supponiamo che S>E
Inscriviamo nel cerchio, un quadrato, e raddoppiamo successivamente i lati del poligono finchè la somma (∑) dei segmenti circolari che questi sottendono, è minore della differenza tra l'area del cerchio e quella del triangolo, ossia ∑ < S - E
Da questa disuguaglianza si ottiene E< S-∑ , ma S-∑, rappresenta l'area **P** del poligono inscritto, per cui risulta che l'area P del poligono è maggiore di quella E del triangolo: P>E.



Conduciamo dal centro N la perpendicolare (HN) al lato AM del poligono. Il segmento HN, essendo l'apotema del poligono è sicuramente minore al raggio
HN < r = cateto minore del triangolo rettangolo E
Poichè il perimetro del poligono inscritto è sicuramente minore della circonferenza C, si ottiene:
Perimetro del poligono < C = cateto maggiore di E
Esssendo inoltre
½perimetro del poligono x HN <½ x C x r ⇒P<E
Questa disuguaglianza è in contraddizione con quella precedentemente trovata P>E.
Si conclude che era assurdo ipotizzare che fosse S>E

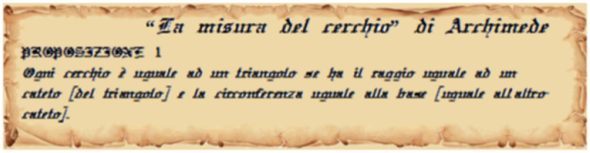
Dimostrazione Archimede S>E

IPOTESI 2: supponiamo che S < E
Si circoscriva un quadrato al cerchio e due lati adiacenti con vertice O siano tangenti al cerchio nei punti F e M. Si bisechi l'arco FM e si tracci la tangente nel punto A di bisezione. Sia QR il segmento tangente ad A. Allora l'angolo OAR è retto; ne segue quindi che OR>AR e OR>RM. Ma dato che OAR e RAM sono due triangoli con la stessa altezza (AK) e basi OR>RM , allora l'area di OAR è maggiore dell'area di RAM . Si ricava che l'area del triangolo OQR è maggiore della metà dell'area del poligono OFAM.



Allo stesso modo, se l'arco AM viene bisecato e ne viene tracciata la tangente (TU) nel punto di bisezione (S), di nuovo dall'area delimitata dai segmenti RA, RM e dall'arco AM, viene sottratta un'area maggiore della metà. Continuando questo processo quindi, si arriva ad un poligono circoscritto tale che lo spazio compreso tra esso e la circonferenza sia minore di E – S , ovvero il poligono circoscritto ha area minore di E. Il poligono ha apotema pari al raggio e quindi pari ad un cateto di E ma il suo perimetro è maggiore della circonferenza del cerchio, quindi maggiore dell'altro cateto di E. Allora l'area del poligono è maggiore di E. Abbiamo così ottenuto un'altra contraddizione (l'area del poligono circoscritto risulta contemporaneamente maggiore e minore di E), quindi l'ipotesi S<E non può essere vera.
Riassumendo, non potendo essere S < E né S > E, necessariamente risulta S = E

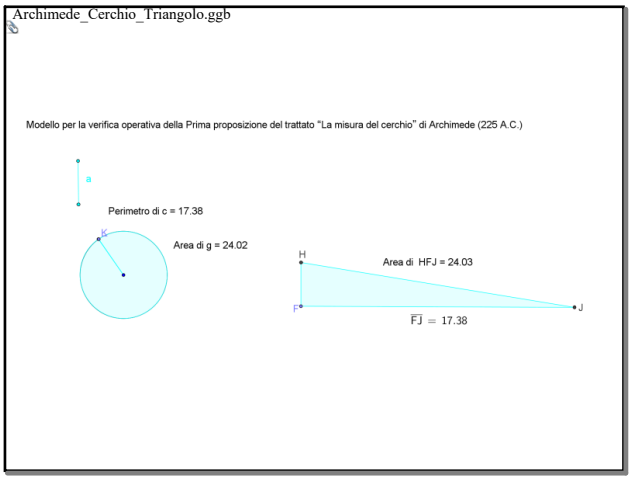
Dimostrazione Archimede S<E



Archimede aveva intuito l'equivalenza fra l'area del cerchio e quella del triangolo rettangolo che aveva i cateti rispettivamente uguali alla circonferenza e al raggio.
All'evidenza meccanica, però, Archimede fa seguire una rigorosa dimostrazione geometrica.

La grandezza di questo genio, risiede proprio nella poliedricità della sua mente che ha saputo coniugare la fantasia con la concretezza e le ardite intuizioni con il rigore, giungendo a geniali conclusioni di una modernità sorprendente.

Proposizione 1 "La misura del cerchio"



Geogebra verifica operativa

Alla ricerca della misura di volumi e superfici

In che cosa consiste questo metodo "meccanico" attraverso il quale è stato possibile determinare volumi e superfici? Qual è stata l'intuizione di Archimede?
Si utilizza il peso, per calcolare il volume!

Ma come?
Si sospende su una leva ad una certa distanza dal fulcro, un solido di volume noto (V), si fa scorrere sull'altro braccio il corpo di volume incognito V', fino a trovare la condizione di equilibrio, prendendo nota dei valori dei rispettivi bracci (b) e (b'). Poiché per la legge della leva i pesi sono inversamente proporzionali ai rispettivi bracci si calcola facilmente il valore del peso incognito.

$$P' = \frac{P \; x \; b}{b\prime}$$

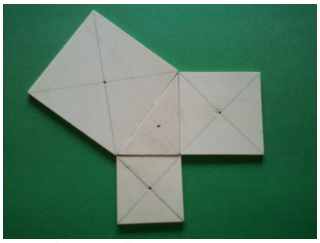
Ma poi come si fa a calcolare il volume?
Poiché per corpi dello stesso materiale, volume e peso sono direttamente proporzionali,

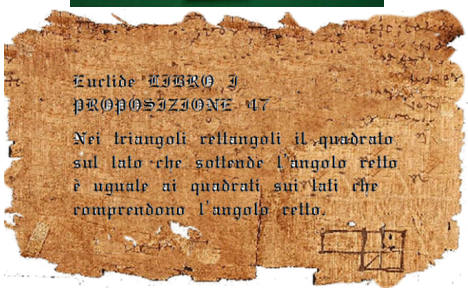
$$\frac{P}{V} = \frac{P'}{V'} = ps$$

anche il rapporto dei volumi dei due solidi sospesi alla leva saranno inversamente proporzionali ai rispettivi bracci!
V': V=b:b'
Noto il valore di un volume (o di una superficie) si può facilmente trovare l'altro valore incognito del volume (o della superficie).

Alla ricerca della misura di pesi e volumi

La Leva e il Teorema di Pitagora



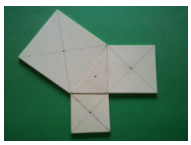


Proposizione 47 Libro 1

Verifica meccanica del teorema di Pitagora

Pesi uguali posti alla stessa distanza dal fulcro si fanno equilibrio.
Il quadrato costruito sull'ipotenusa, posizionato alla distanza 6 dal fulcro, mantiene l'asta in equilibrio se si mettono sull'altro braccio della leva e alla stessa distanza dal fulcro, i due quadrati costruiti sui cateti.



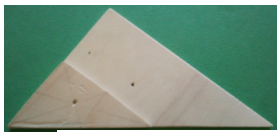


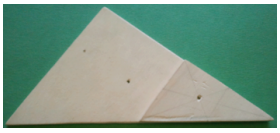
La somma dei quadrati costruiti sui cateti è equivalente al quadrato costruito sull'ipotenusa

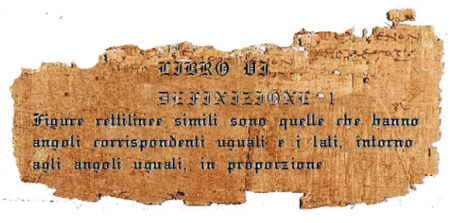
Verifica meccanica T. Pitagora

Triangoli simili



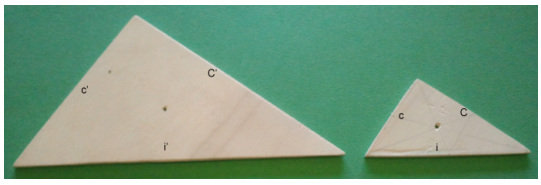






Euclide libro VI DEFINIZIONE 1

Triangoli simili



I due triangoli rettangoli simili in figura hanno come rapporto di proporzionalità fra i lati omologhi:

$$\frac{c\prime}{c} = \frac{C\prime}{C} = \frac{i\prime}{i} = 2$$

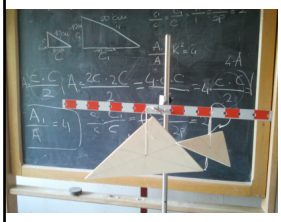
Quale sarà il rapporto di proporzionalità fra le loro aree?

Non lo ricordate? Non lo sapete proprio? Niente paura ragazzi!

Del resto se Archimede, uno dei più grandi geni matematici si serviva di una leva per comprendere le relazioni geometriche e le uguaglianze di superfici o di volumi perchè non potremmo farlo anche noi?

Rapporto aree triangoli simili

La Leva e la similitudine

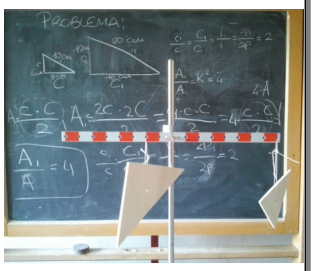


Basta sapere la legge della leva per scoprire la relazione!

L'asta a cui è sospeso il triangolo grande (di area A'), alla distanza 1 dal fulcro, si mantiene in equilibrio se il triangolo piccolo (di area A) è posto sull'altro braccio della leva alla distanza 4 dal fulcro. Spostiamo il triangolo grande, alla distanza 2 dal fulcro, la leva si mantiene in equilibrio se il triangolo piccolo è posto sull'altro braccio alla distanza 8 dal fulcro.

Chiamiamo b' la distanza dal fulcro del triangolo grande e con b la distanza dal fulcro di quello piccolo. Per la condizione di equilibrio della leva dovrà essere: b' x A' = b x A

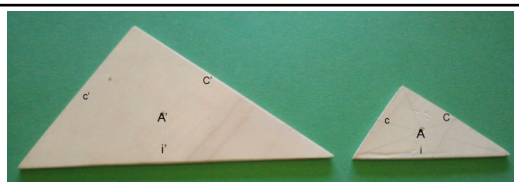
ed essendo $\frac{b'}{b} = \frac{1}{4}$

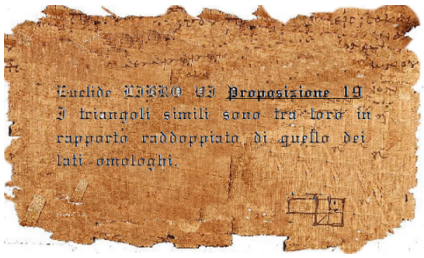


Ricaviamo la relazione fra le aree dei due triangoli.

$$\frac{A'}{A} = 4$$

Leva e similitudine





Questa proposizione viene oggi espressa dicendo che il rapporto delle aree di due triangoli simili è uguale al rapporto dei quadrati ("raddoppiato") dei lati omologhi.

Euclide Libro VI proposizione 19

Equilibrio di grandezze commensurabili

Il peso del triangolo (di area A= 24cm^2), è i 2/3 di quello del quadrato (di area A'= 36cm^2).
Le due figure sono in equilibrio perchè sospese a distanze inversamente proporzionali ai loro pesi (e alle loro aree).



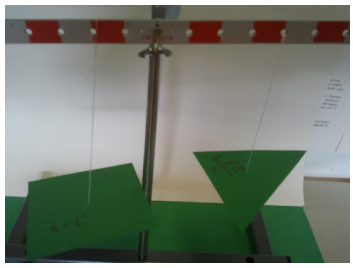
Proposizione 6:
Le grandezze commensurabili sono in equilibrio se sospese a distanze inversamente proporzionali ai pesi.
Archimede "Sugli Equilibri dei piani"

Rapporto grandezze commensurabili

Equilibrio di grandezze incommensurabili

L'area del quadrato e del triangolo equilatero che hanno lo stesso lato (l), sono grandezze incommensurabili. L'area del quadrato è l^2, l'area del triangolo sarà $\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$

Le due figure sono in equilibrio se poste a distanze inversamente proporzionali alle due grandezze. Il quadrato si trova alla distanza $\sqrt{3}$ Il triangolo alla distanza 4 dal fulcro.



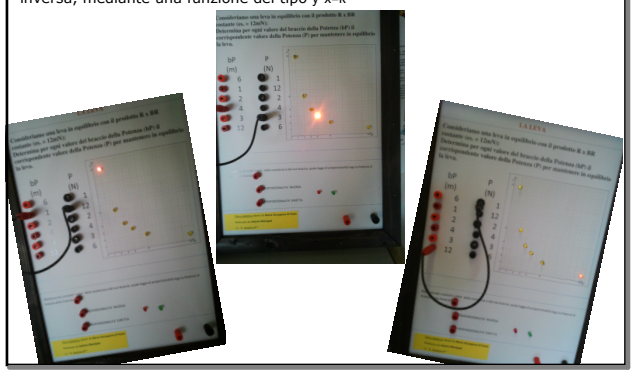
Proposizione 7:
Se anche le grandezze sono (tra loro) incommensurabili, similmente manterranno l'equilibrio se sono poste a distanze inversamente proporzionali alle grandezze
Archimede "Sugli Equilibri dei piani"

Rapporto grandezze incommensurabili

Gioco didattico sul principio della leva

Una competenza fondamentale che si dovrebbe acquisire attraverso lo studio delle scienze matematiche, è quella di costruire modelli che permettano di interpretare la realtà, cogliendo regolarità, differenze e analogie.

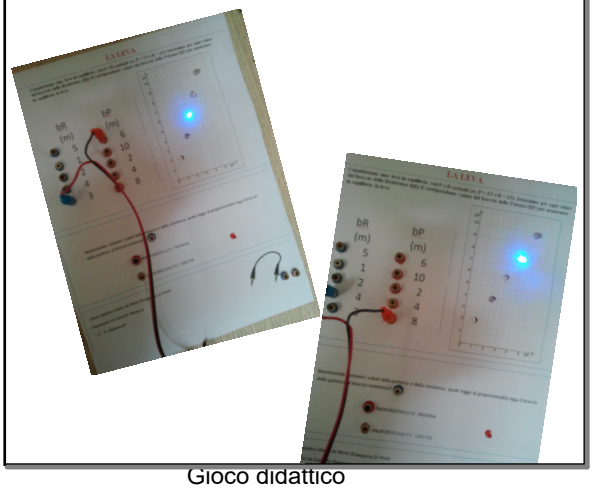
L'esperienza laboratoriale proposta è un esempio di come guidare i ragazzi alla modellizzazione di una situazione concreta con una relazione di proporzionalità inversa, mediante una funzione del tipo y*x=k



Gioco didattico

Gioco didattico sul principio della leva

Una volta acquisita la capacità elementare di rappresentare simbolicamente una situazione, l'attenzione si sposta dal singolo modello alle analogie tra modelli diversi, alle loro caratteristiche comuni. E' così che si passa alla considerazione di classi di modelli e alla graduale costruzione di parti di sistemazione teorica dell'impianto matematico.



Gioco didattico

Allegati

Relazione.docx

Cartel1.xlsx

LEVA_1_Genere.docx

balancing-act_it.jar

leva.xlsx

LEVA_3.docx

VANTAGGIO DI UNA LEVA.docx

LEVA _ 2_Genere.docx

LEVA_3_bis.docx

Equilibrio_leva_1G_Oriz.docx

leva_1.ggb

Scheda_Momento_Orizz.docx