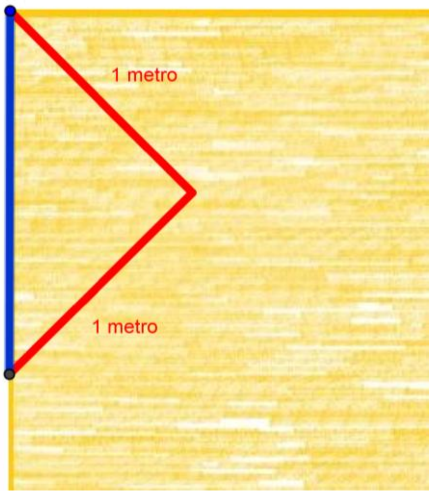
# Lato del quadrato di area 2

Si parte da una **attività concreta**: usando del nastro di carta, si chiede di **costruire** direttamente sul **pavimento** un **quadrato** di **area 1 m$^2$**. Qualche problema arriverà quando si chiederà di **costruirne** un **altro quadrato** che abbia **area doppia, 2 m$^2$**. Se si è  capito il percorso precedente sul t. di Pitagora si potrà costruire geometricamente il quadrato con il nastro di carta senza cercare la lunghezza del lato. Basterà disegnare a terra il triangolo rettangolo e isoscele di cateto 1 m, la sua ipotenusa sarà il  lato su cui costruire il quadrato di area 2m$^2$,

Si può complicare il problema chiedendo di **costruire il quadrato di area 2m$^2$ con due lati dati (ad esempio due pareti della classe)**. Una idea potrebbe essere questa: dallo spigolo comune alle due pareti si traccia a terra con il nastro un lato di 1 m che formi con la parete un angolo di 45°. Al termine di questo lato, si traccia sempre con il nastro un altro lato di 1 m formante con il precedente un angolo di 90°. Il lato che si ottiene sulla parete è quello del quadrato di area 2m$^2$.




**Ma quale sarà la lunghezza del lato di questo nuovo quadrato**? La prima "indagine" fatta dai ragazzi consisterà nel chiedersi se tale lunghezza possa essere espressa mediante un numero naturale. Dopo pochi istanti, tutti gli studenti saranno convinti che tale problema non ha soluzione in questo modo.

Si è potuto comunque stabilire che il lato da cercare $x$ è tale che $1\text{m} < x < 2\text{m}$. Allora si proverà a vedere se esiste un numero $x$ che sia razionale; ai ragazzi viene consegnata una tabella come quella qui di sotto (dove la parte in rosso non compare):

| $x$ | $x^2$ | <, =, > | |
|---|---|---|---|
| 1,1 | 1,21 | < | 2 |
| 1,2 | 1,44 | < | 2 |
| 1,3 | 1,69 | < | 2 |
| 1,4 | 1,96 | < | 2 |
| 1,5 | 2,25 | > | 2 |

L'analisi dei risultati di questa prima tabella farà capire che il numero è tale che

$$1{,}4\text{m} < x < 1{,}5\text{m}.$$

A questo punto si procederà con una nuova tabella:

| $x$ | $x^2$ | <, =, > | |
|---|---|---|---|
| 1,41 | 1,9881 | < | 2 |
| **1,42** | **2,0164** | **>** | **2** |

da cui si evincerà che

$$1{,}41\text{m} < x < 1{,}42\text{m}$$

e ancora

| $x$ | $x^2$ | <, =, > | |
|---|---|---|---|
| 1,411 | 1,990921 | < | 2 |
| 1,412 | 1,993744 | < | 2 |
| 1,413 | 1,996569 | < | 2 |
| 1,414 | 1,999396 | < | 2 |
| **1,415** | **2,002225** | **>** | **2** |

Che consentirà di affermare che

$$1{,}414\text{m} < x < 1{,}415\text{m}$$

**Osservazione**: Ora abbiamo i millimetri cerchiamo anche i decimi di millimetro? O non serve? E' molto importante spiegare cosa sia un metodo approssimato. Che siano gli studenti a deciderlo!

**Tale procedimento ha fine**? Permette di poter affermare che esiste un numero razionale $x$ tale che $x^2 = 2$ che è come dire, determinare la lunghezza del lato di un quadrato di area 2? Oppure, è sufficiente quanto fatto per farci concludere che un tale numero non esista? Ognuno dei due approcci, non permette di far dare naturalmente una risposta definitiva alle precedenti domande. Questo non è un problema: il tutto serve anche a rendere tale argomento affascinante ed anche un po' "misterioso": fino ad ora non era mai capitata una cosa del genere. Naturalmente deve essere nostro obiettivo, "svelare" questo mistero.