



L'area del cerchio

cerchi nei cerchi

Laura Lamberti
Francesca Tovena

Con la mente e con le mani
Accademia dei Lincei
23 maggio 2016

L'area del cerchio

↗ cerchi nei cerchi

↗ La proposta di lavoro è stata rielaborata dai docenti trasformandosi in una **esplorazione per passi successivi**, articolata in un percorso dalla primaria al quarto anno della scuola secondaria di secondo grado.

L'area del cerchio

↗ cerchi nei cerchi

- ↗ il tema di fondo è stato lo studio del cerchio:
- ↗ a partire dall'analisi di configurazioni formate con cerchi e altre figure geometriche abbiamo studiato 'l'ingombro' occupato da un cerchio, affacciandoci al tema della tangenza e allo studio dell'area

L'area del cerchio

↗ cerchi nei cerchi

↗ La riflessione è cominciata dall'analisi di varie figure, tra le quali una cupola





IL PANTHEON ED IL RIEMPIMENTO DEL CERCHIO

Istituto Comprensivo
"Piazza Borgoncini Duca"
Roma
Anna Manna

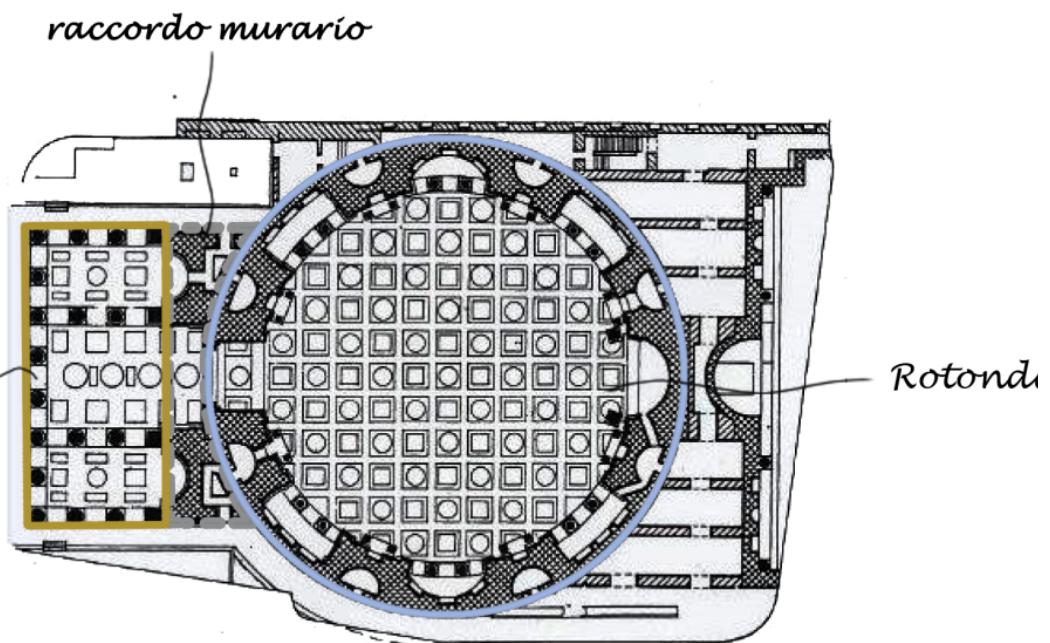
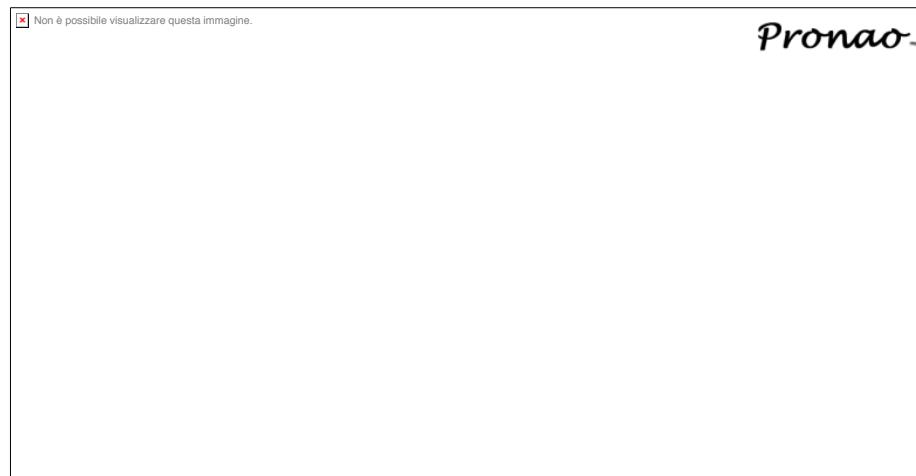
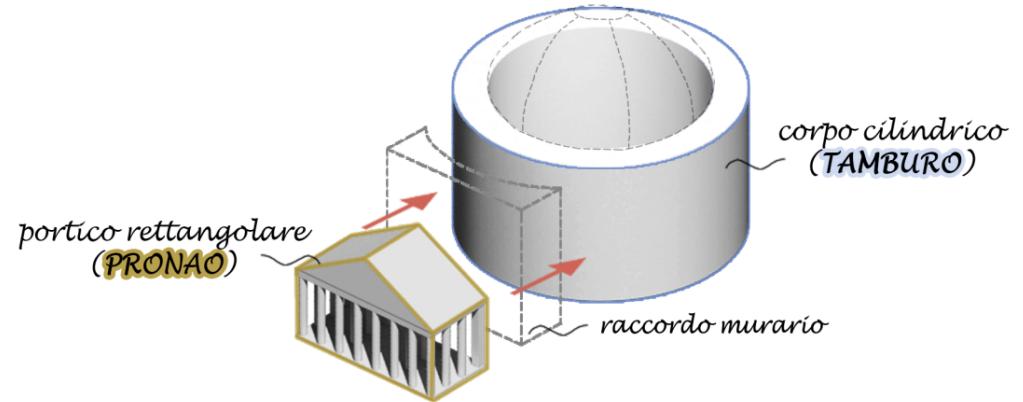
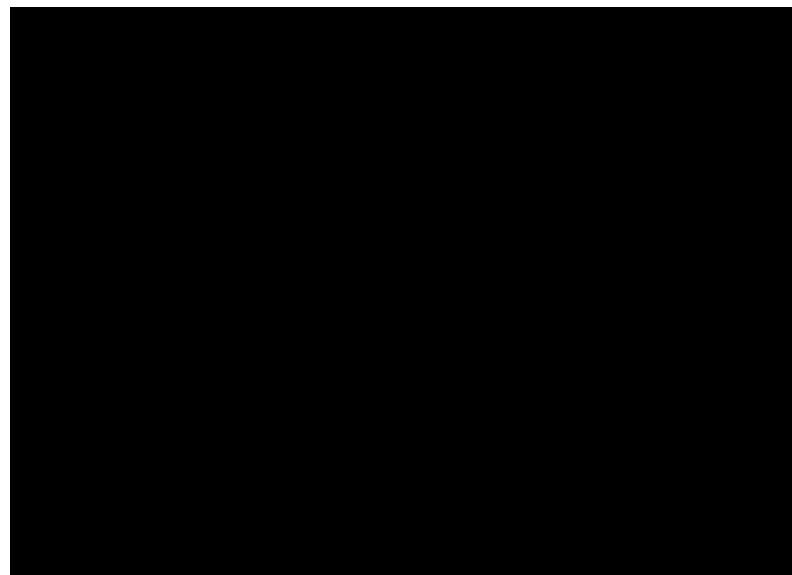
Il Pantheon

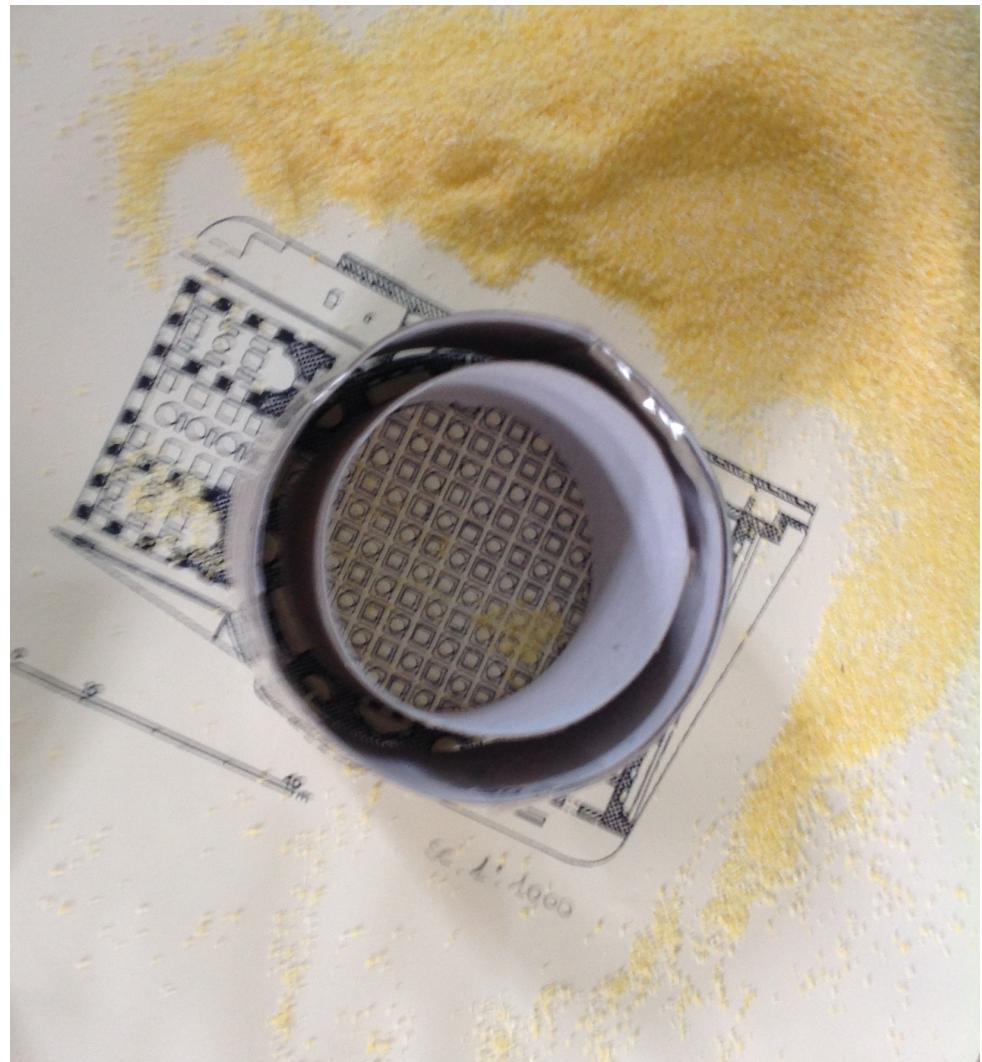


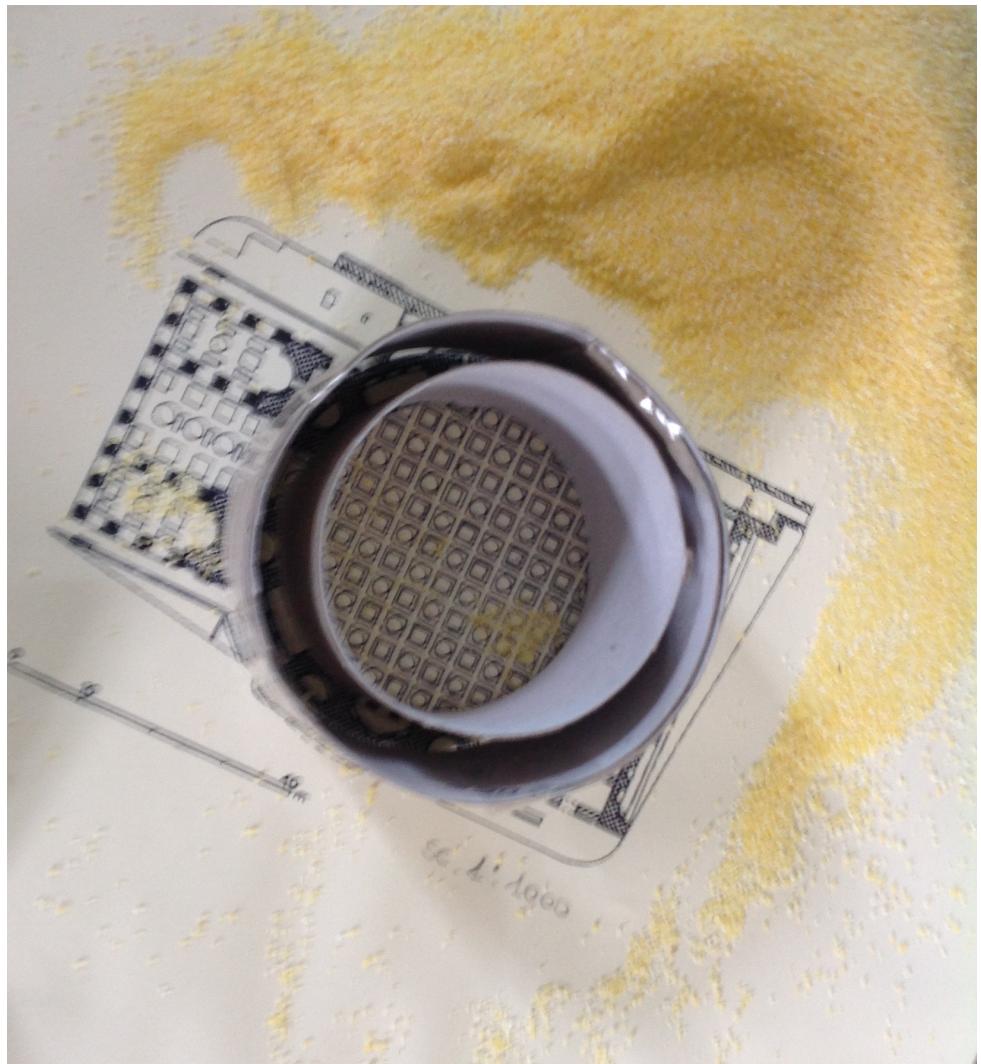
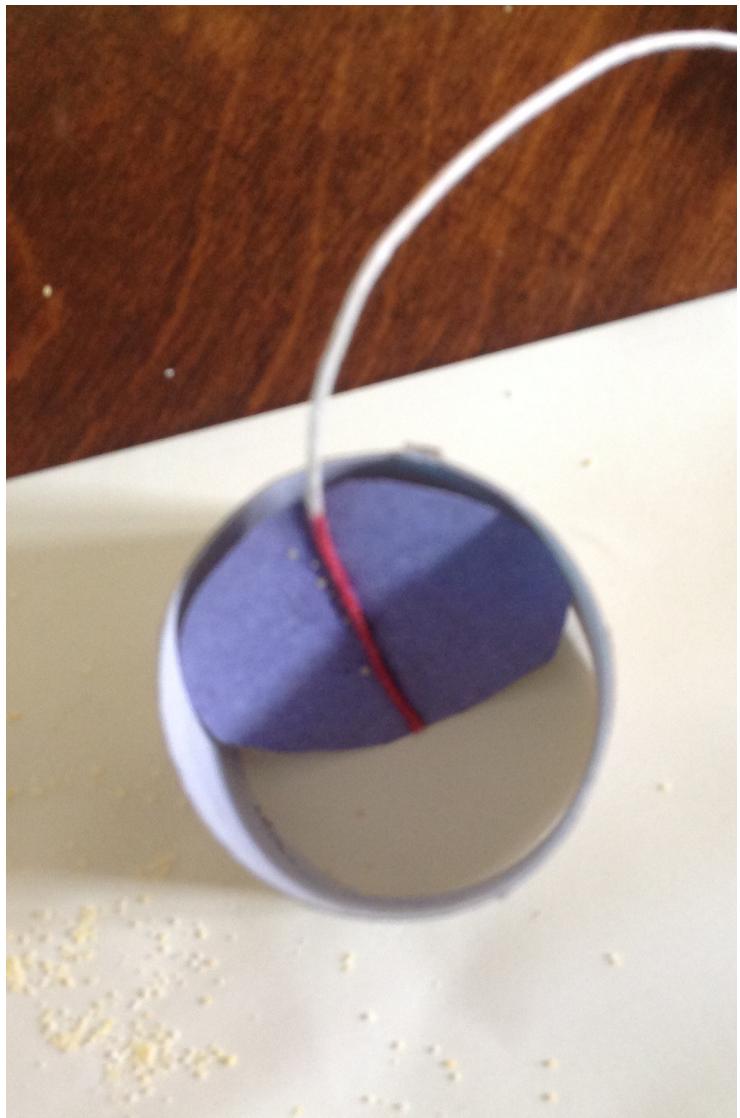
E



Il Pantheon oggi

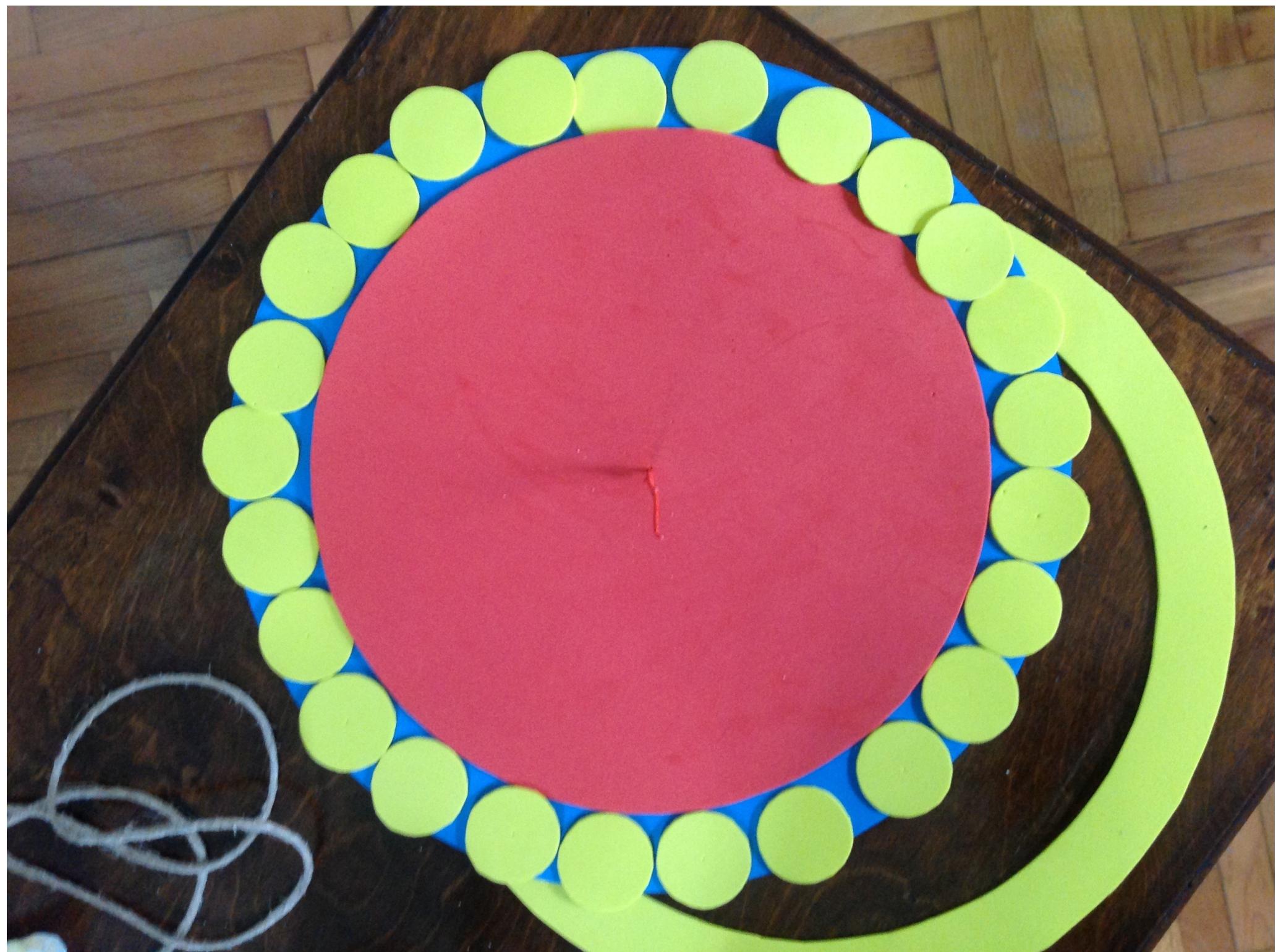


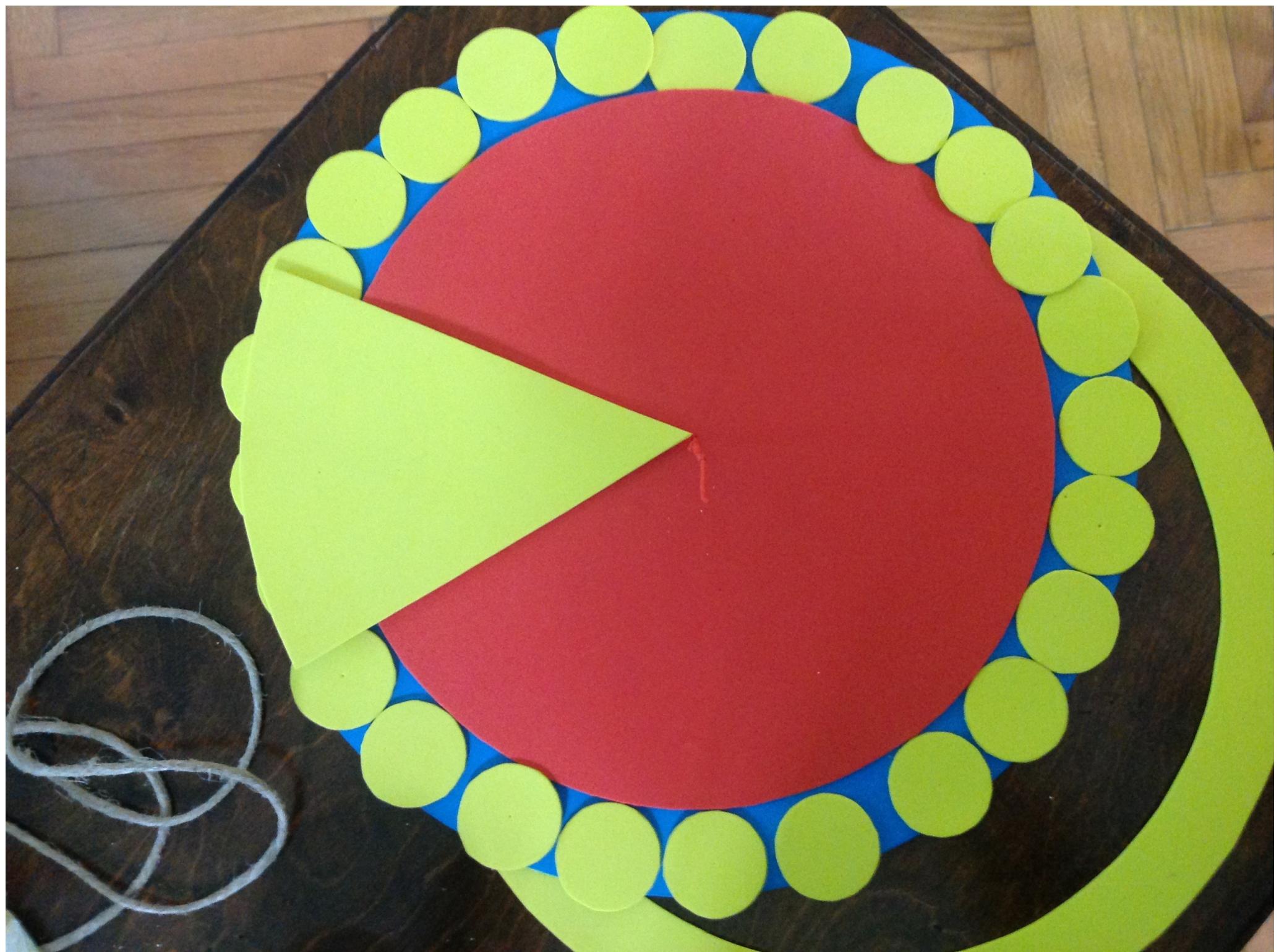




il cerchio, ruotando, riempie la sfera











«Con la mente e con le mani» per risolvere problemi di tangenza

IC Virgilio
Tania Dolce

Lavoro a coppie

- ↗ Cerchi di dimensioni diverse (3 colori): indago le posizioni reciproche di tre cerchi
- ↗ Sperimento sul banco le posizioni, le rappresento sul quaderno dandone una descrizione accurata
- ↗ Leggo la descrizione ad un compagno che deve riprodurla

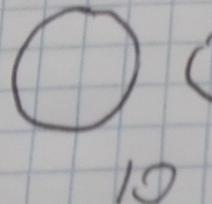
«Con la mente e con le mani» per risolvere problemi di tangenza

Lavoro a coppie

- ↗ Cerchi di dimensioni diverse (3 colori): indago le posizioni reciproche di tre cerchi
- ↗ Sperimento sul banco le posizioni, le rappresento sul quaderno dandone una descrizione accurata
- ↗ Leggo la descrizione ad un compagno che deve riprodurla

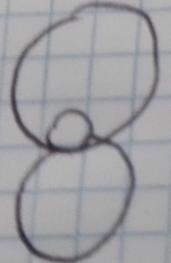
Qualche esempio

Roma 05/04/2015



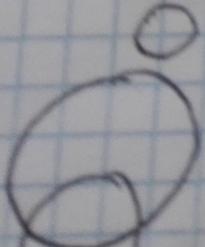
10

→ i centri sono allineati e le distanze
tra le circonferenze sono uguali..



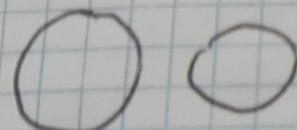
→ sono staccate ~~ma sono~~ e allineate.

AUGELLO



→ due figure attaccate e una sottratta per
non fatto allineate in una linea.

Roma 05/04/2015



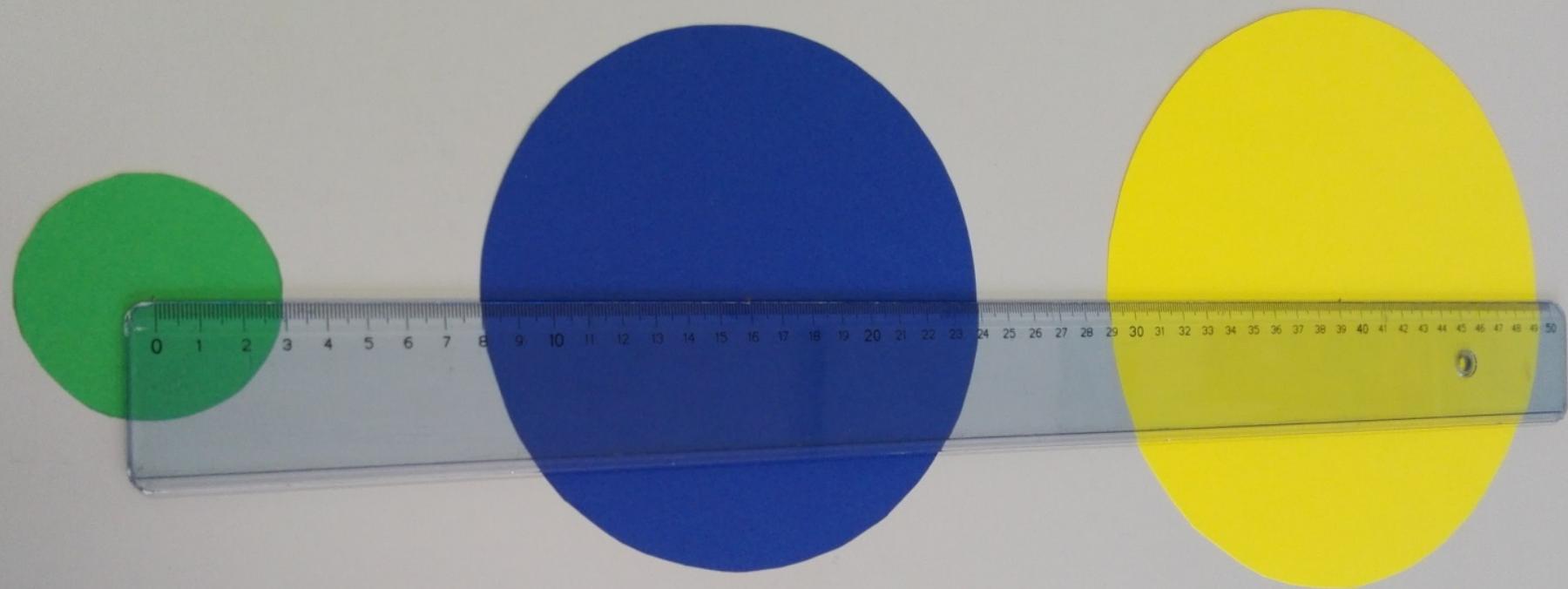
10

\rightarrow i centri sono allineati e le distanze
tra le circonferenze sono uguali..

Mario e Andrea: «i centri sono allineati e le distanze tra le circonferenze sono uguali»

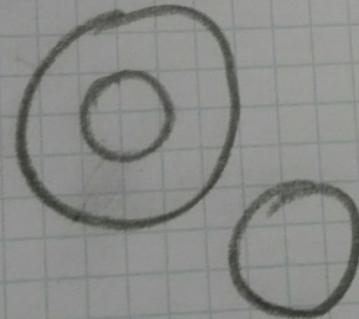


usano il termine «centri allineati» per specificare la posizione



Un altro esempio

- TUTTE SULLO STESSO PIANO, DUE SONO SOVRAPPORTE E UNA È DISTANTE DA ESSA



- TUTTE SULLO STESSO PIANO, DUE SONO SOVRAPPORTE E UNA È DISTANTE DA ESSA
- TUTTE SULLO STESSO PIANO, DUE SONO COMPLETAMENTE SOVRAPPORTE, E L'ALTRA

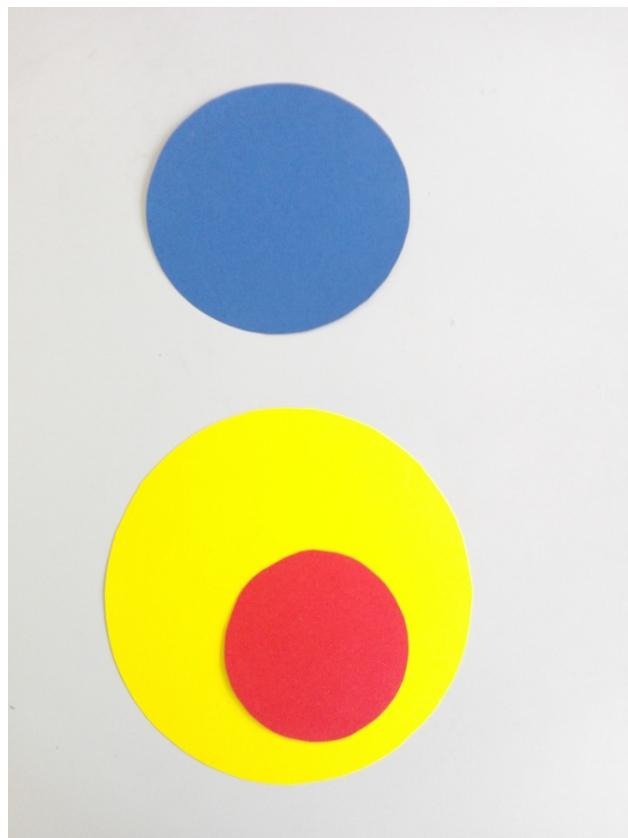
Alice e Livia: «due sono sovrapposte totalmente e una è distante da esse»



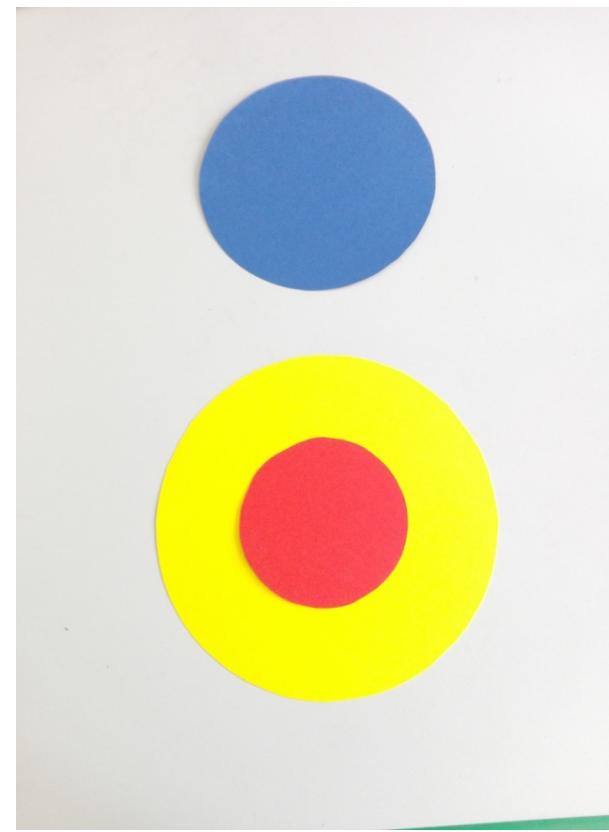
non specificano che «sono concentriche», «due sono sovrapposte totalmente» è troppo generico

Tre posizioni

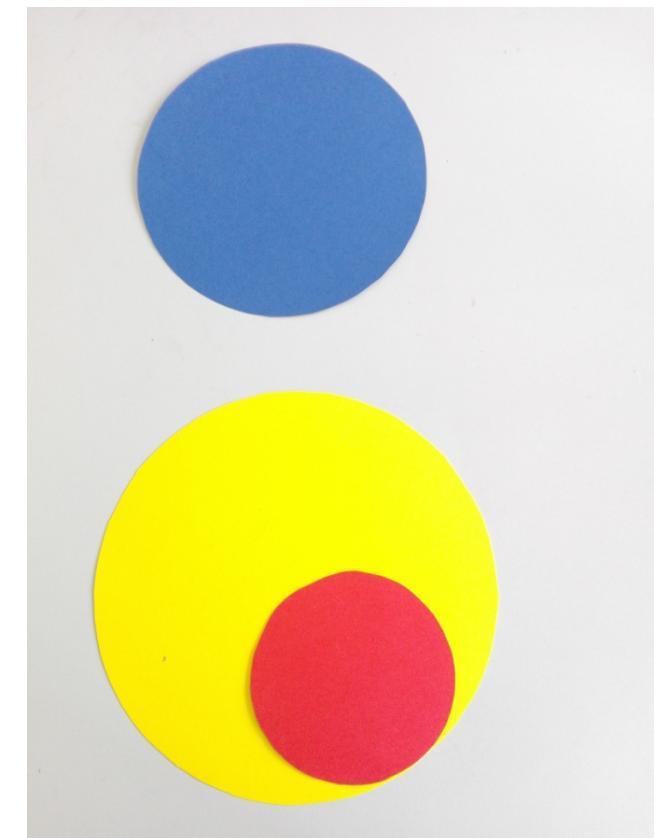
Non sono concentriche e
non si toccano



Sono concentriche



Non sono concentriche e si
toccano



«quando la descrizione è poco accurata si presentano più
possibilità»

Come possiamo dire meglio che si toccano?

Uso del vocabolario con riflessioni semantiche e lessicali

- ↗ **tangente¹** agg. e s. f. [dal lat. *tangens -entis*, part. pres. di *tangere* «toccare»].
- ↗ **tangente²** agg. e s. f. [dal lat. *tangens -entis*, part. pres. di *tangere* «toccare», inteso col sign. di «spettare»].

Tangenziale, Strada, via t., che lambisce un lato di una grande città

Partire per la tangente

Cambio registro cambia significato ma sempre legato all'etimologia della parola

Riapro e descrivo cosa vedo



Lorenzo: «*una retta che separa le due circonferenze*»

Luca: «*la retta tangente comune alle due circonferenze; vedo anche che la tangente è perpendicolare ai raggi*»

Verifico con le squadre

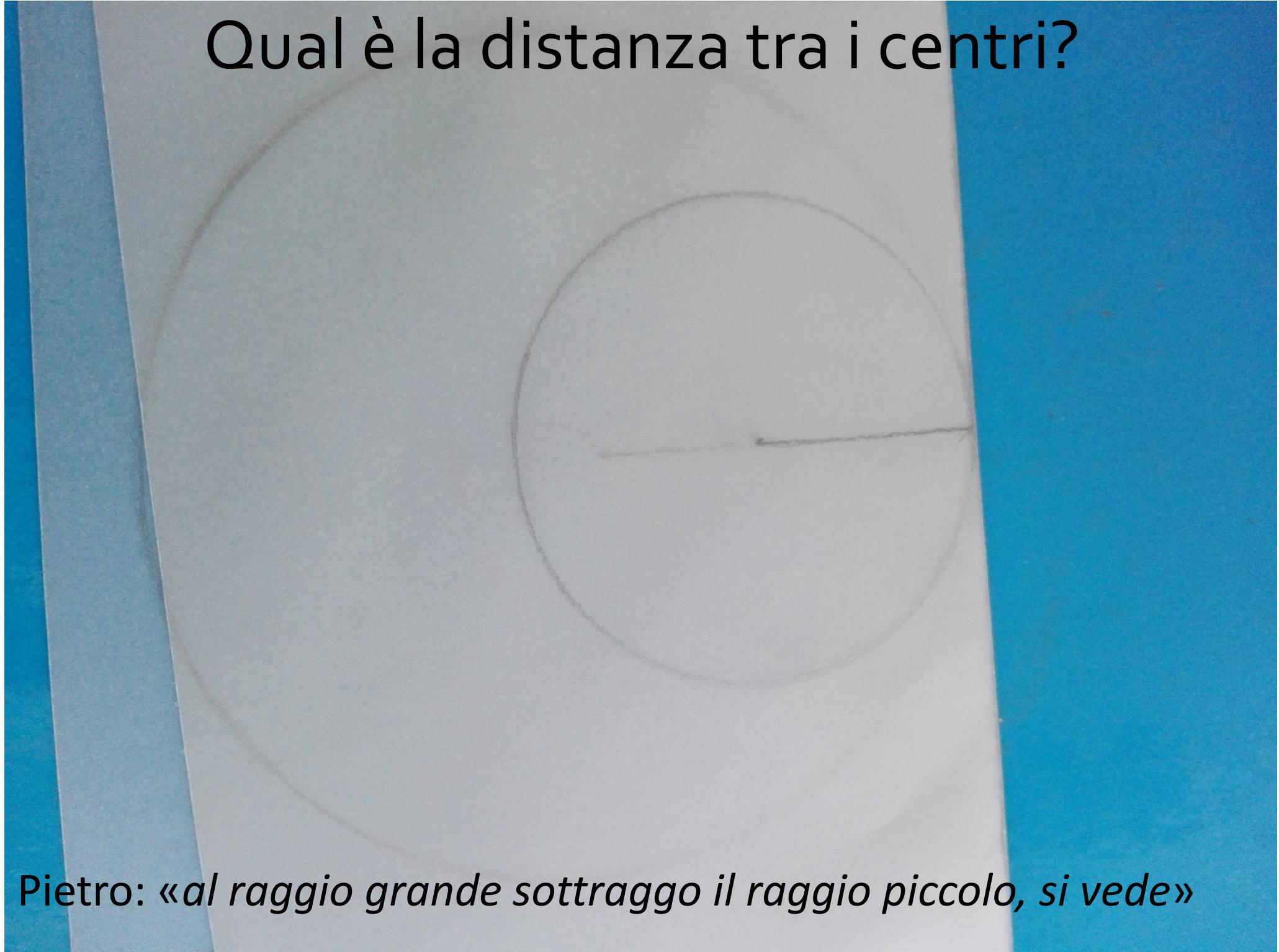


Qual è la distanza tra i centri?



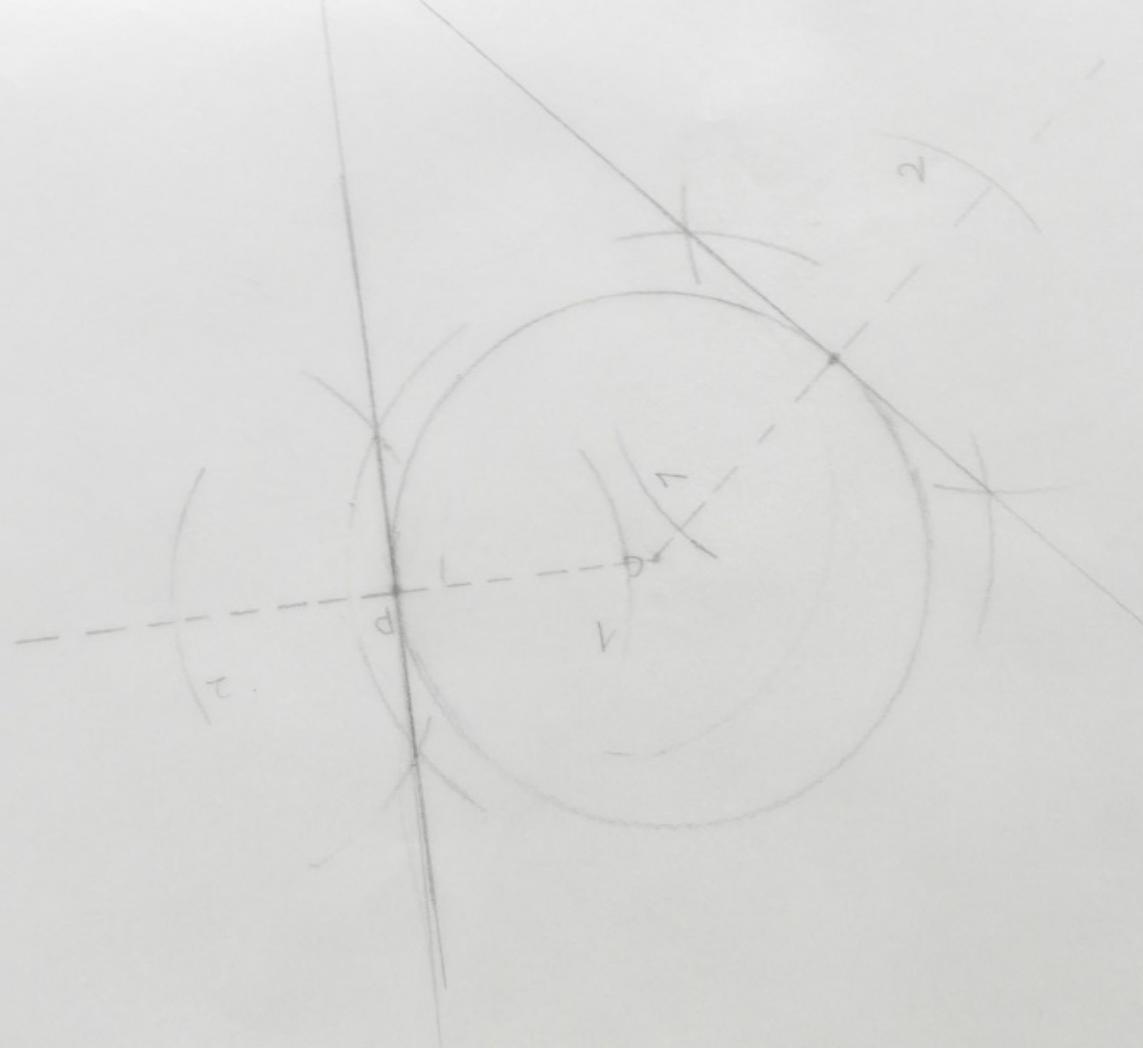
«è facile: è la somma dei raggi»

Qual è la distanza tra i centri?



Pietro: «al raggio grande sottraggo il raggio piccolo, si vede»

Costruisco le tangenti ad una circonferenza

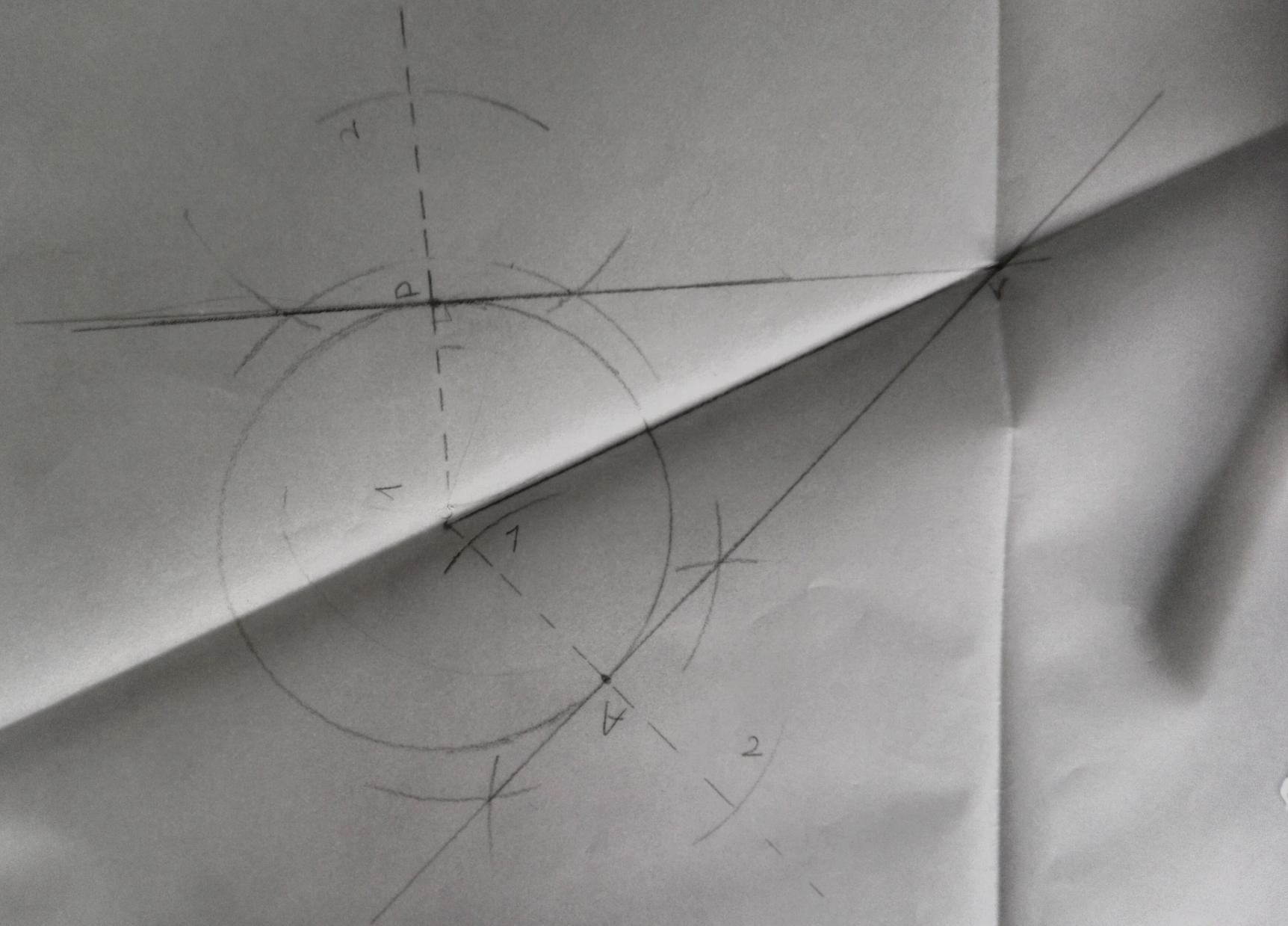


Piego lungo il segmento VO

«I triangoli combaciano, si sovrappongono, sono uguali»



Quando riapro osservo cosa vuol dire



Esploriamo con



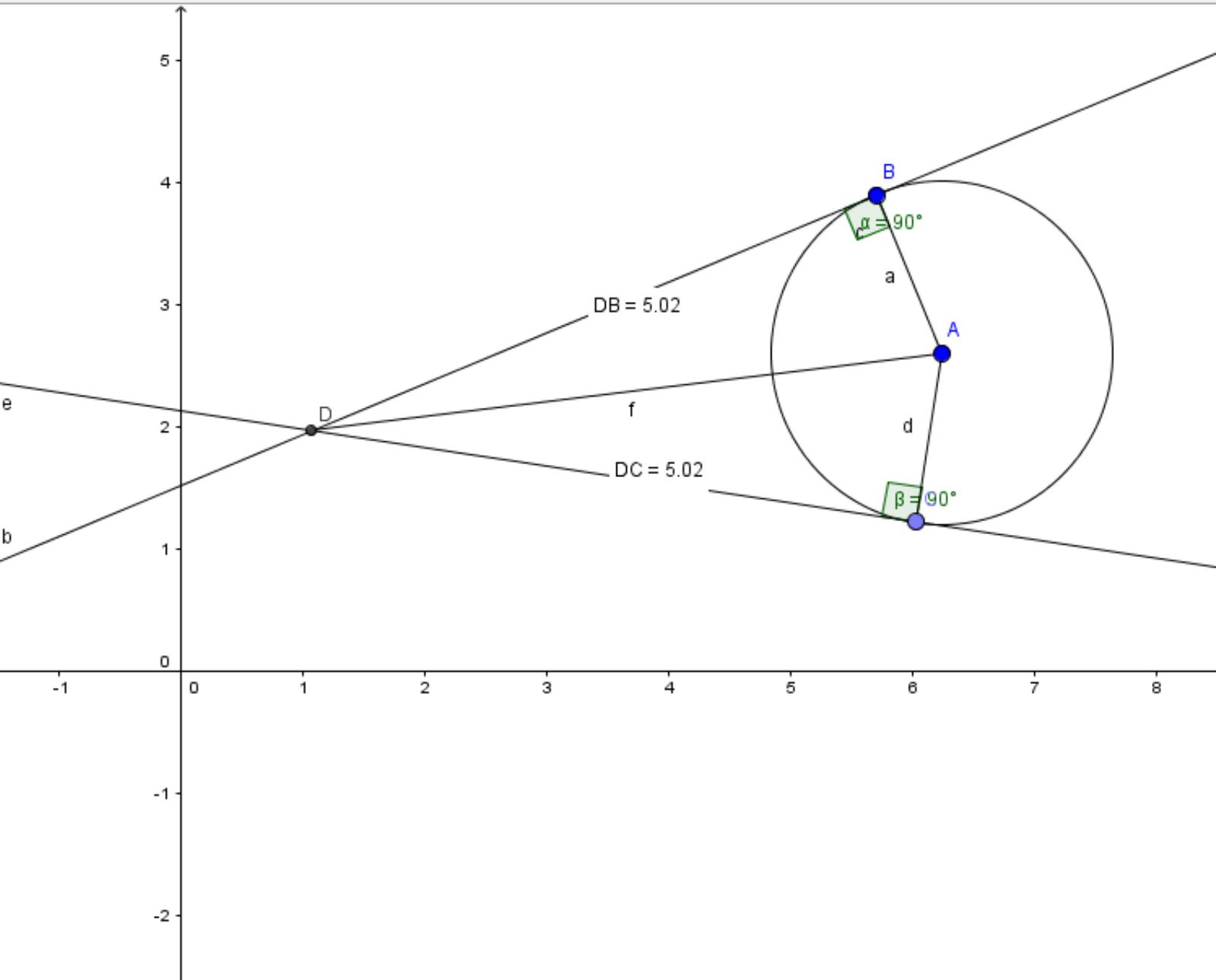
- ↗ Possibilità di modificare istantaneamente mantenendo le relazioni impostate
- ↗ Verificare immediatamente lunghezze, ampiezze, perpendicolarità, ecc..



Algebra

- Angolo
 - α = 90°
 - β = 90°
- Conica
 - c: $(x - 6.24)^2 + (y - 2.61)^2 = 1$
- Numero
 - distanzaDB = 5.02
 - distanzaDC = 5.02
- Punto
 - A = (6.24, 2.61)
 - B = (5.7, 3.9)
 - C = (6.03, 1.22)
 - D = (1.07, 1.97)
- Retta
 - b: $-0.54x + 1.29y = 1.97$
 - e: $0.21x + 1.39y = 2.95$
- Segmento
 - a = 1.4
 - d = 1.4
 - f = 5.21
- Testo
 - TestoDB = "DB = 5.02"
 - TestoDC = "DC = 5.02"

Grafici



Alcune riflessioni sul percorso

commenti dei ragazzi

Trovo che fare aritmetica e geometria in questo modo sia molto più divertente e interattivo, tra l'altro durante il percorso siamo stati noi alunni ad arrivare alle conclusioni finali, perciò credo che questo metodo sia anche più stimolante.

Alcune riflessioni sul percorso

Non mi è piaciuto, perché era facile da fare ma difficile da spiegare! Mi è piaciuto soltanto quando l'abbiamo finito e abbiamo notato che il secondo triangolo era uguale al primo, secondo me non era utile.

Lavoro pratico sulle omotetie e le similitudini



Con la Mente e con le Mani
2 Maggio 2016

IC Woytila
Roma

Giovanni Corvino

Lavoro preliminare

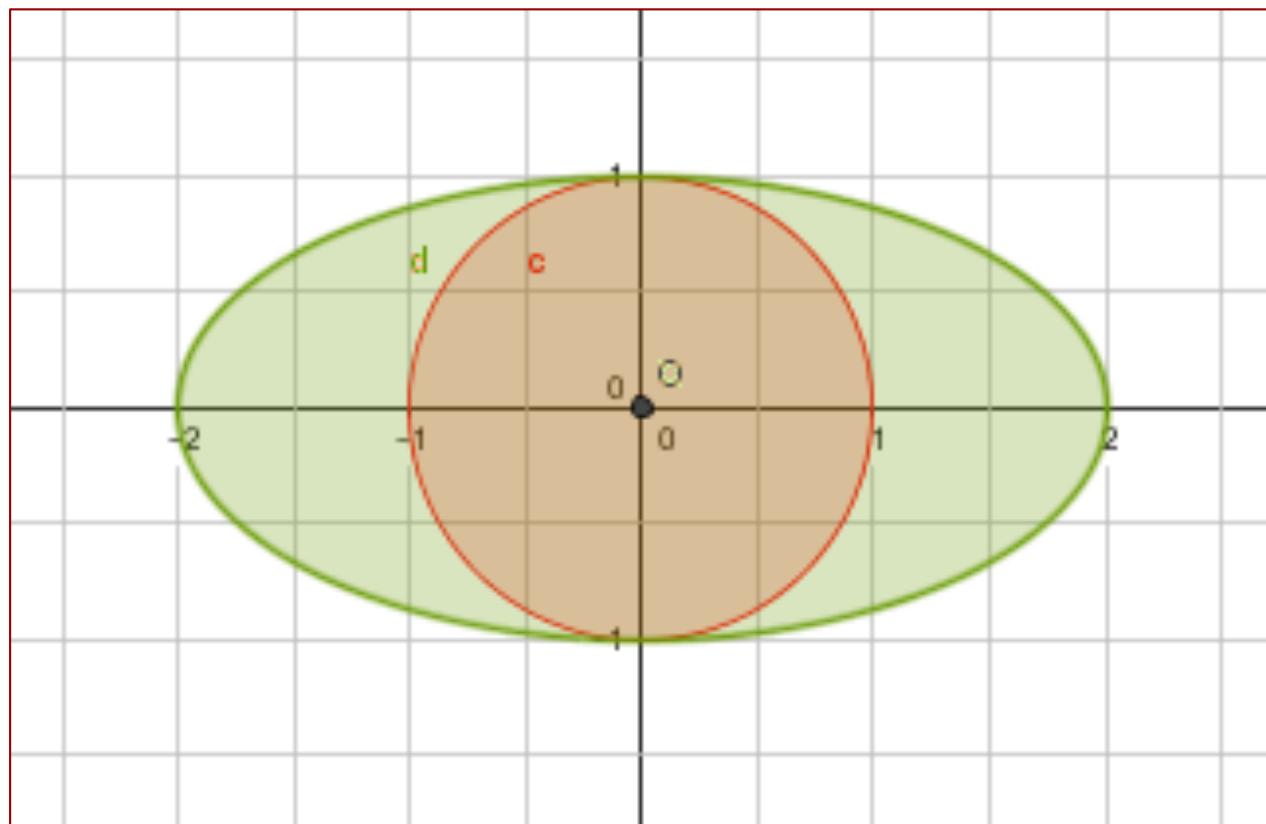
- ↗ Si disegna un quadrato o un rettangolo
- ↗ $x' = 2x, y' = 2y$ per tutti.
- ↗ Si applica la trasformazione in 3 passi
- ↗ Si calcolano aree e perimetri
- ↗ Lavoro svolto seguendo l'insegnante alla lavagna e disegnando sul quaderno
- ↗ Tempo 1 h

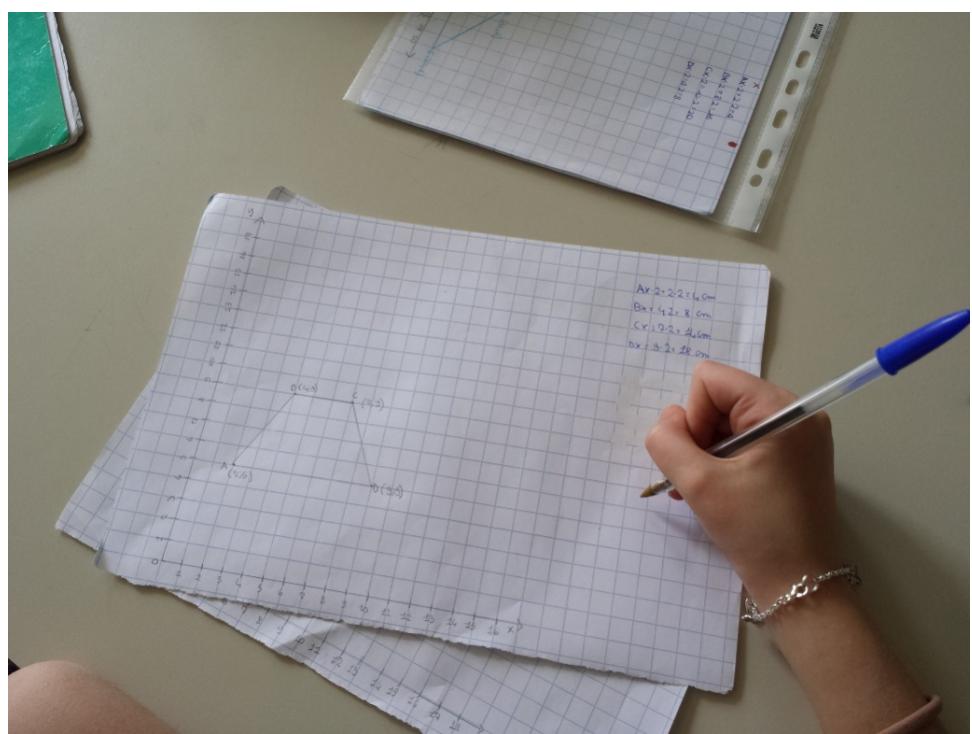
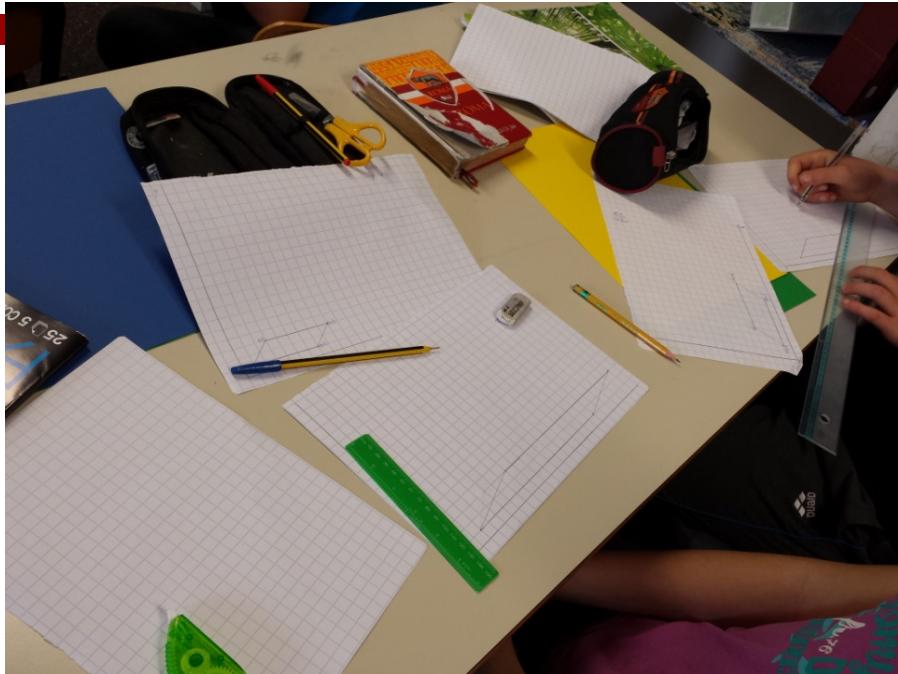
Seconda fase

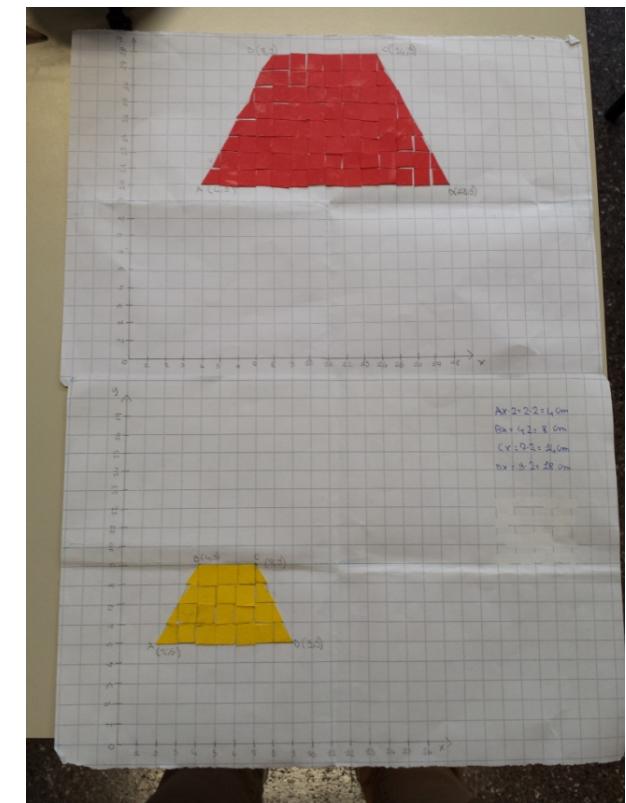
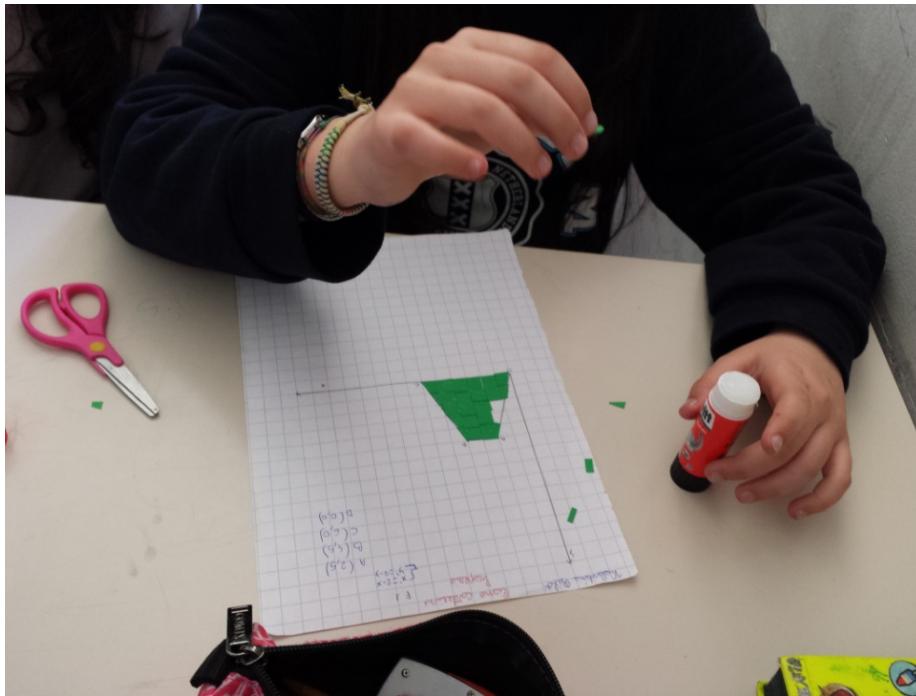
- ↗ Materiale: fogli quadrettati da 1 cm, cartoncino colorato di due colori
- ↗ Cambia la figura: parallelogramma, rombo o trapezio (lati obliqui).
- ↗ Scelta del fattore di proporzionalità.
- ↗ Stesso lavoro sul piano cartesiano in 3 passi.
- ↗ Figure iniziale e finale ricoperte con quadratini colorati
- ↗ Calcolo area (conteggio quadratini)

area del cerchio

↗ perche' la formula dipende dal quadrato del raggio?

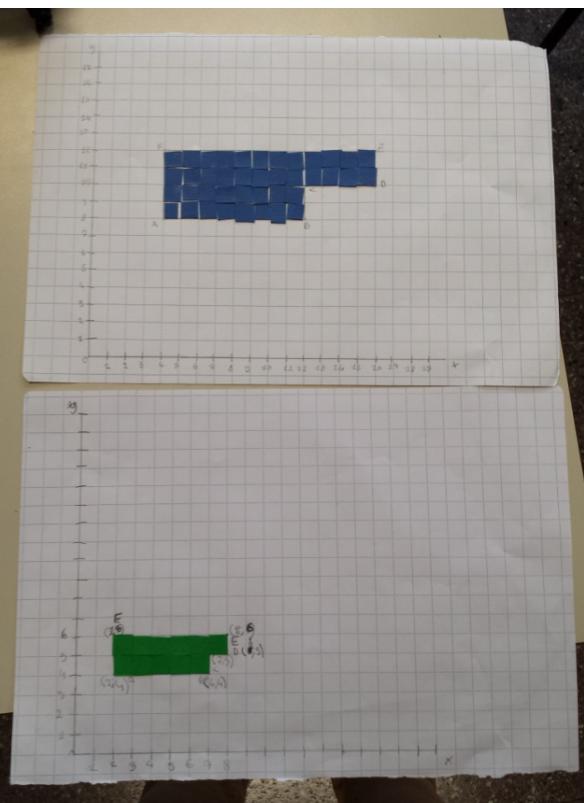
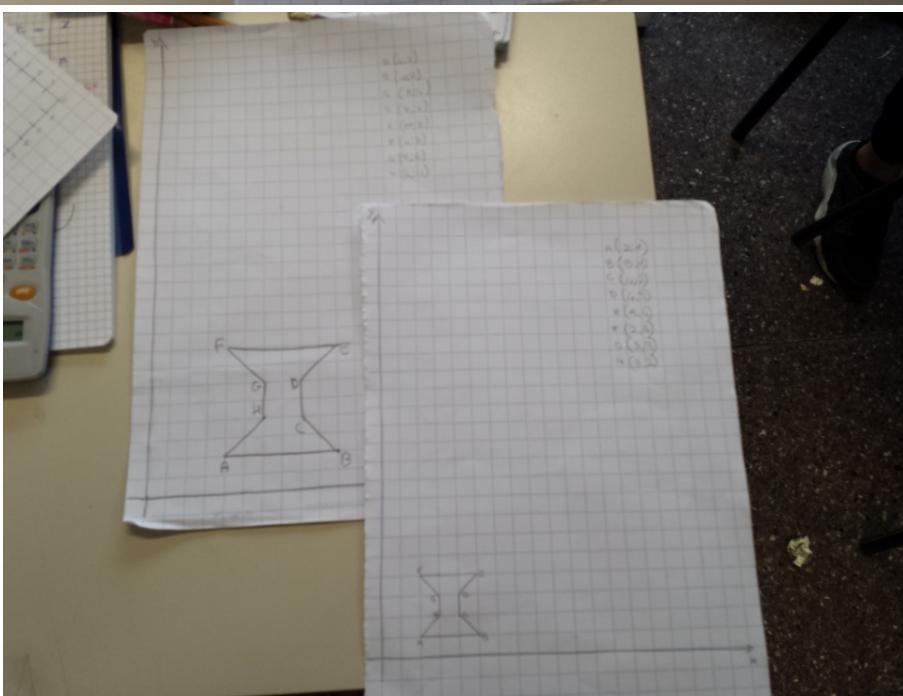
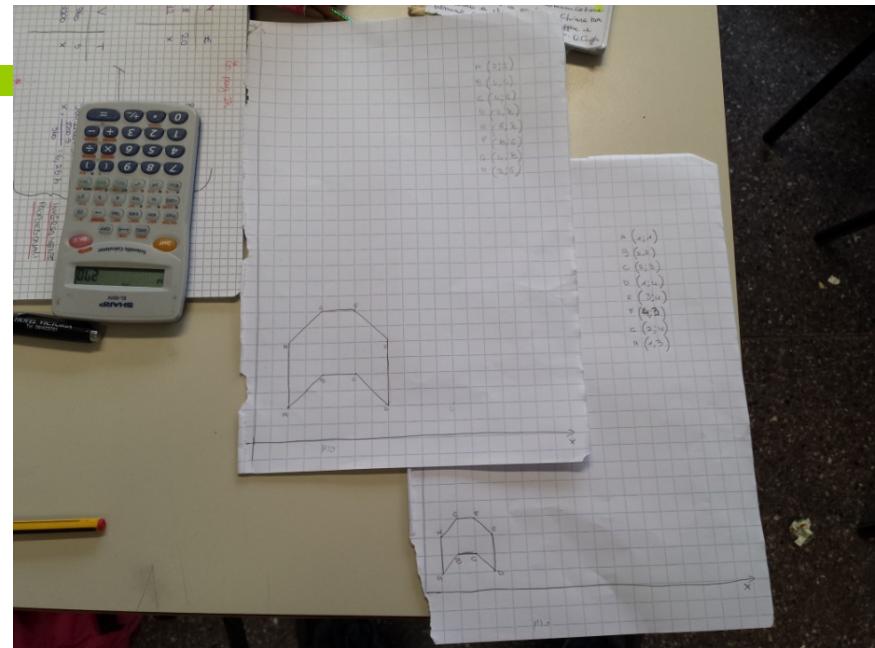
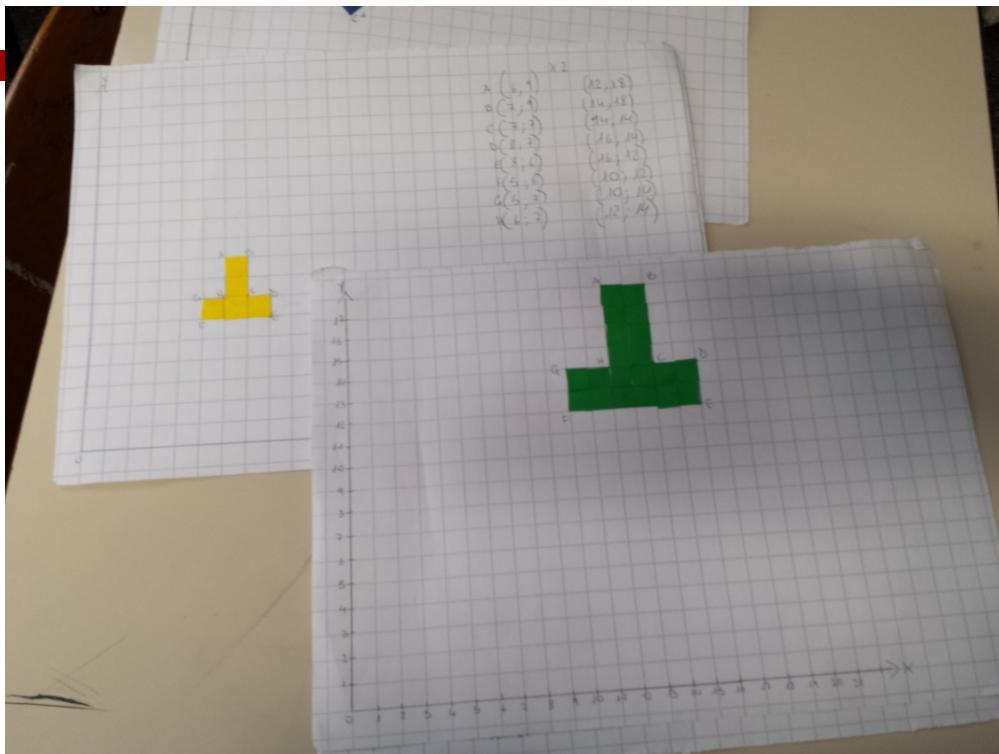






Terza fase

- ↗ Figura a piacere
- ↗ Unica restrizione: lati obliqui sulle diagonali dei quadretti
- ↗ Trasformazione in 2 passi
- ↗ Quadretti colorati sulle figure
- ↗ Conteggio lati, perimetro ed area
- ↗ Lavoro parzialmente svolto a casa
- ↗ Discussione in classe

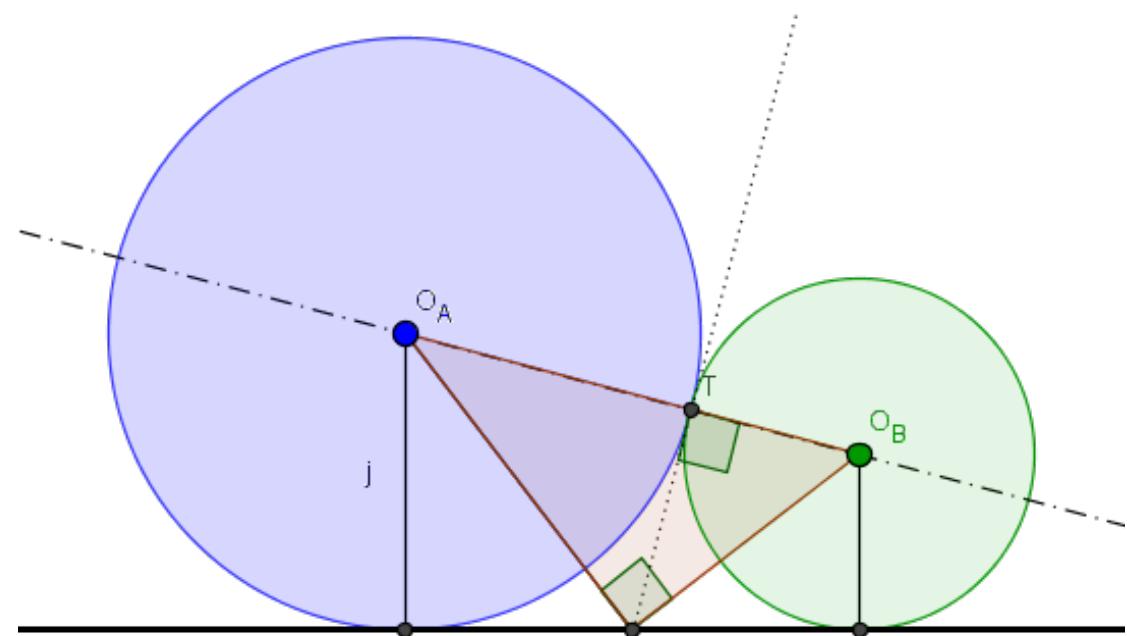


Considerazioni finali

- ↗ Lavoro pratico ben accetto
- ↗ Non richiede troppo tempo (3 h)
- ↗ Possibilità di lavoro per BES e DSA
- ↗ Miglioramenti: trasformazione in 2 passi, presentazione finale.
- ↗ Misurazione degli angoli.

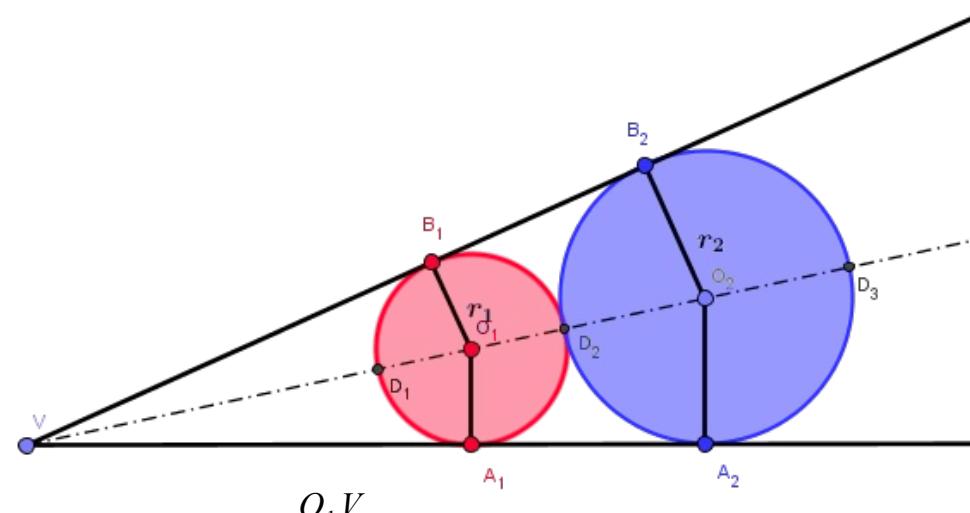
Liceo Avogadro: Cerchi e spicchi

↗ Laura Lamberti



tangenza a due rette non parallele

Cerchi in uno spicchio



Chiamando

$$k = \frac{O_1 V}{r_1}$$

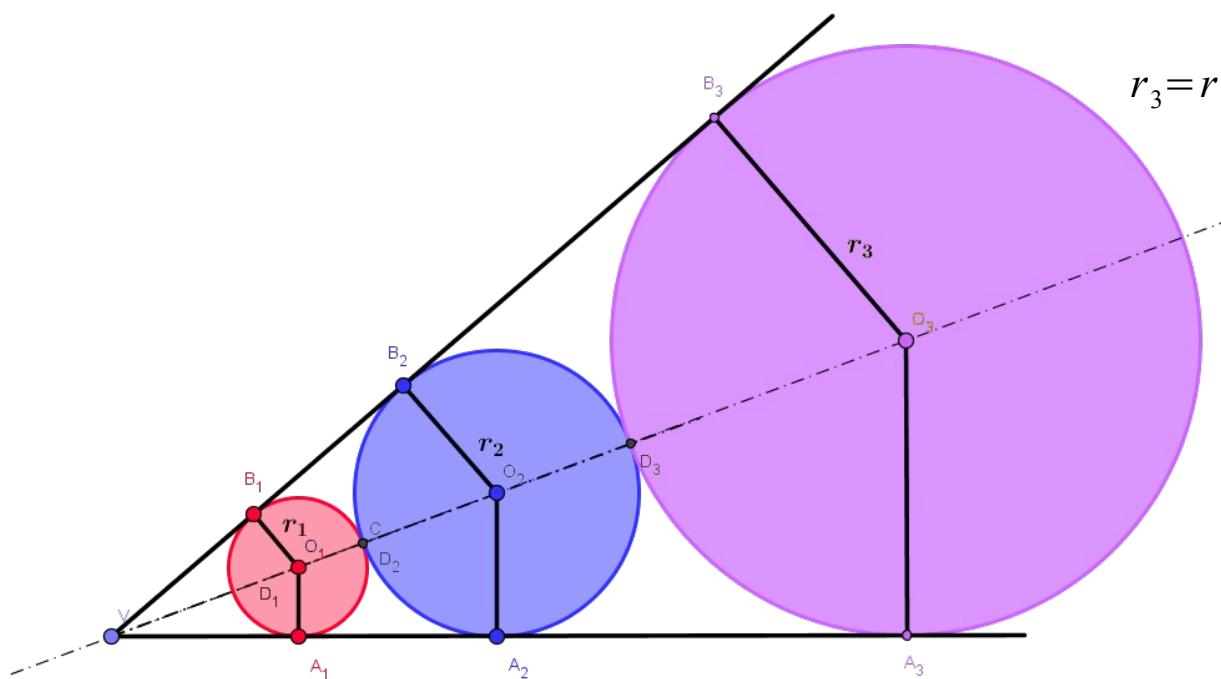
Il raggio r_2 è proporzionale al raggio r_1 secondo il fattore

$$r_2 = \frac{r_1 \cdot (k+1)}{(k-1)}$$

come cresce il raggio?

$$r_2 = \frac{r_1 \cdot (k+1)}{(k-1)}$$

$$r_3 = r_1 \left(\frac{(k+1)}{(k-1)} \right)^2$$



I raggi dei cerchi inseriti formano una progressione geometrica di ragione $q = \frac{(k+1)}{(k-1)}$

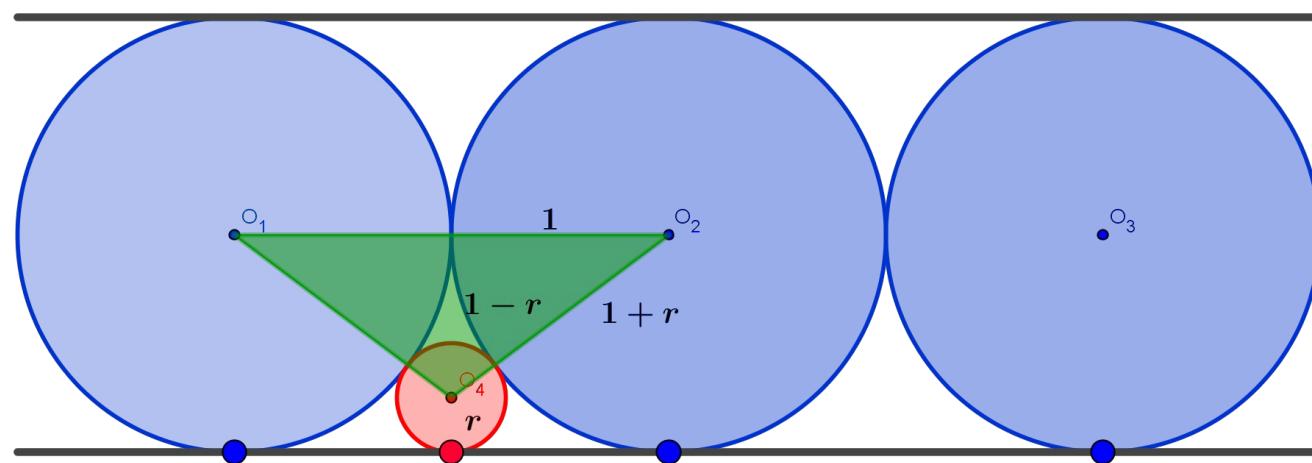
La formula permette di misurare sfere



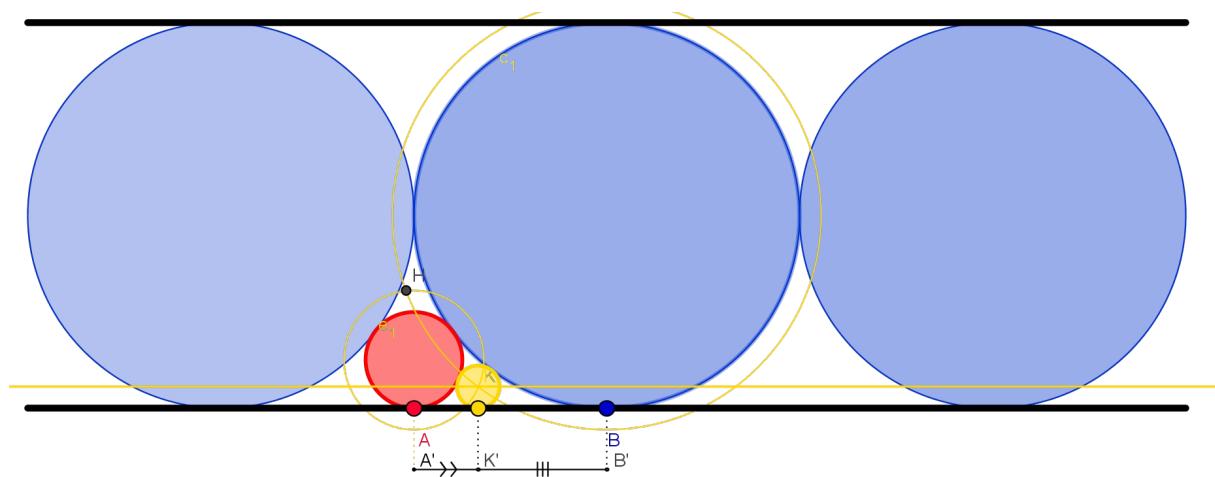


tangenza a due rette non parallele

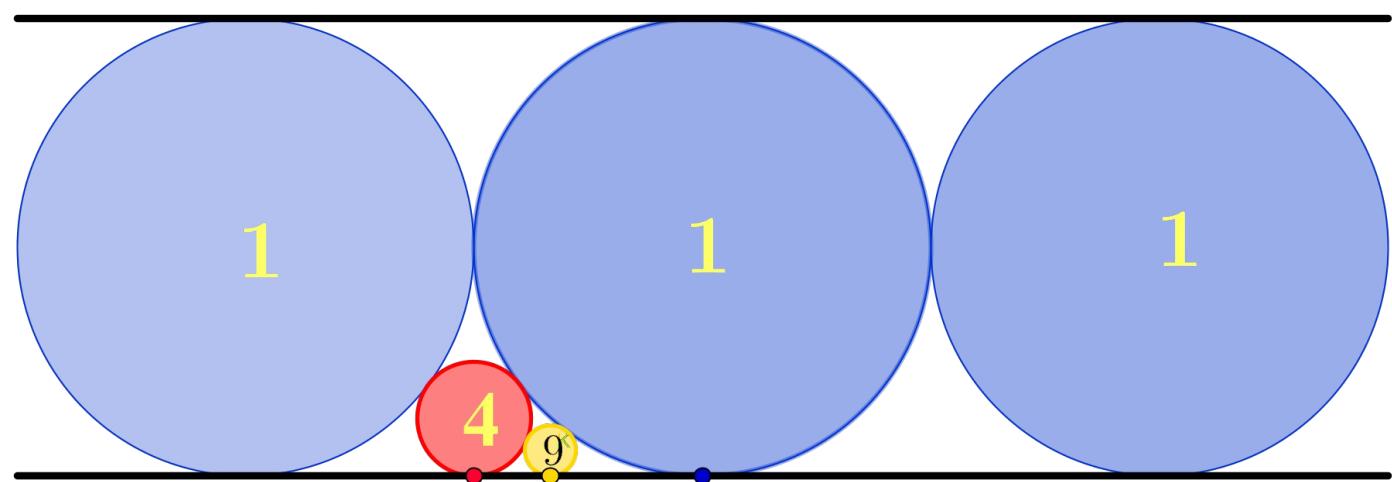
Striscia parallela



striscia parallela

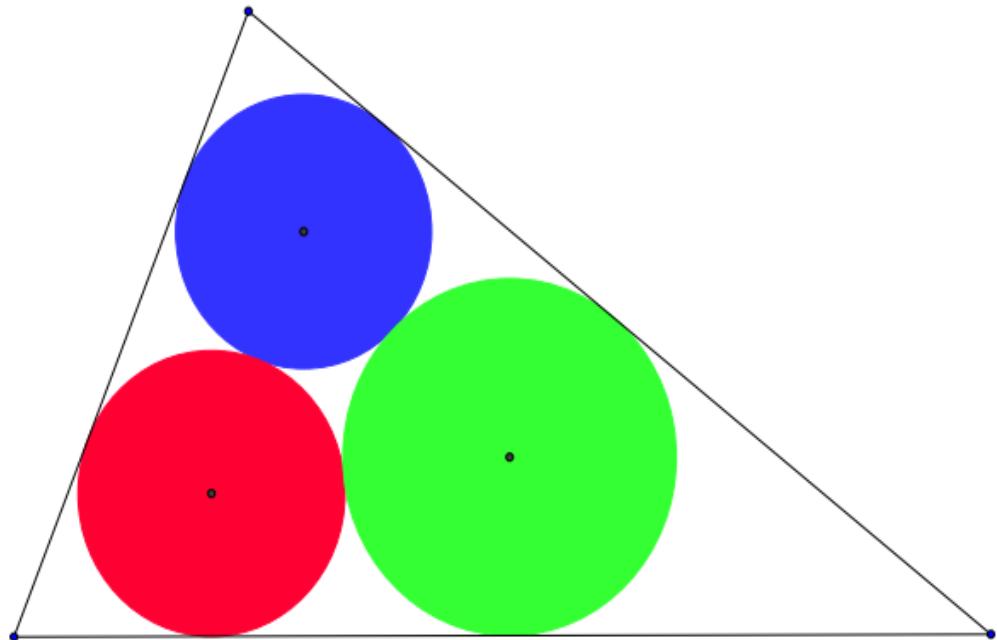


$$\sqrt{\frac{1}{r_3}} = \sqrt{\frac{1}{r_2}} + \sqrt{\frac{1}{r_1}}$$

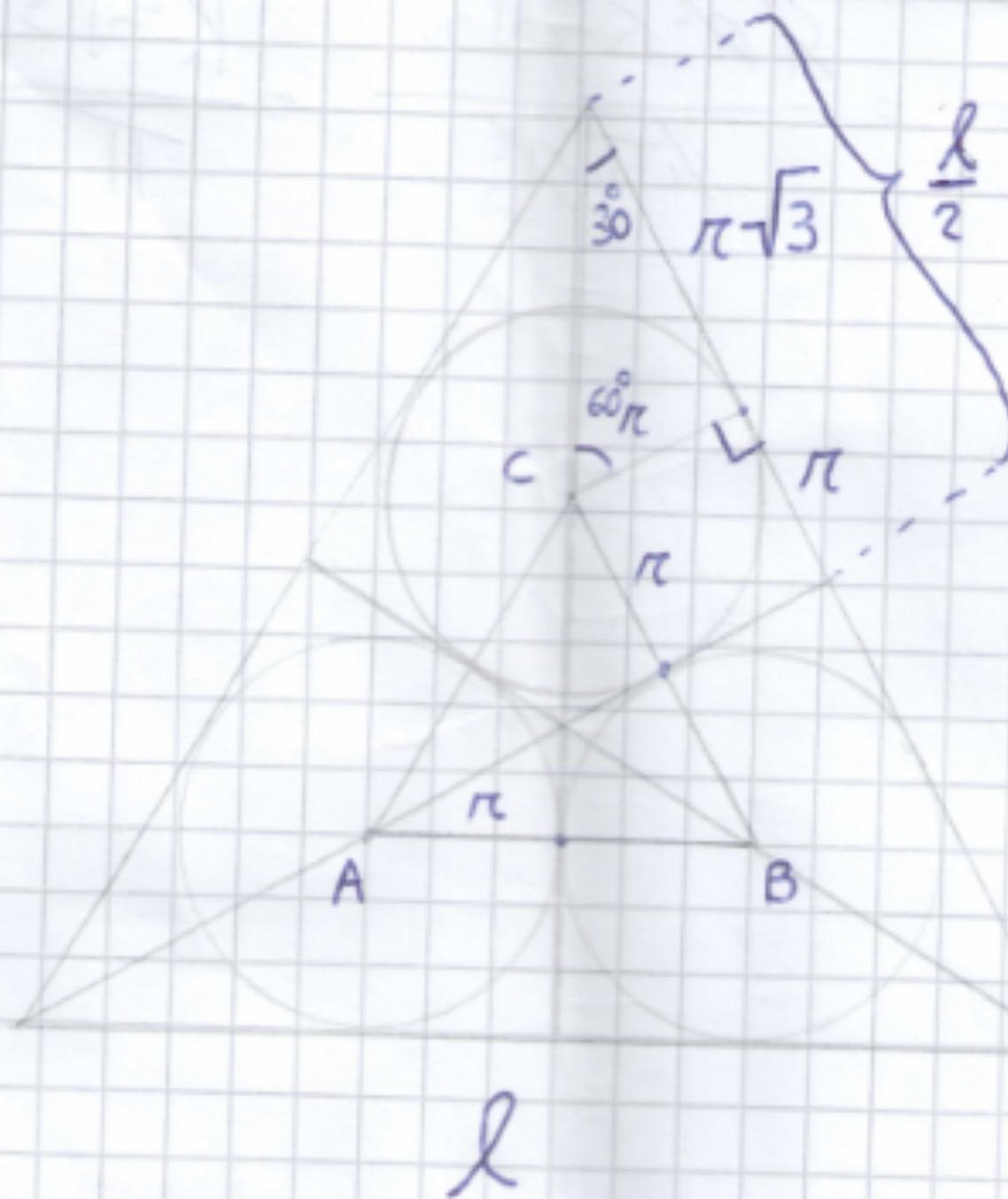


Liceo Pellecchia e il Problema di Malfatti

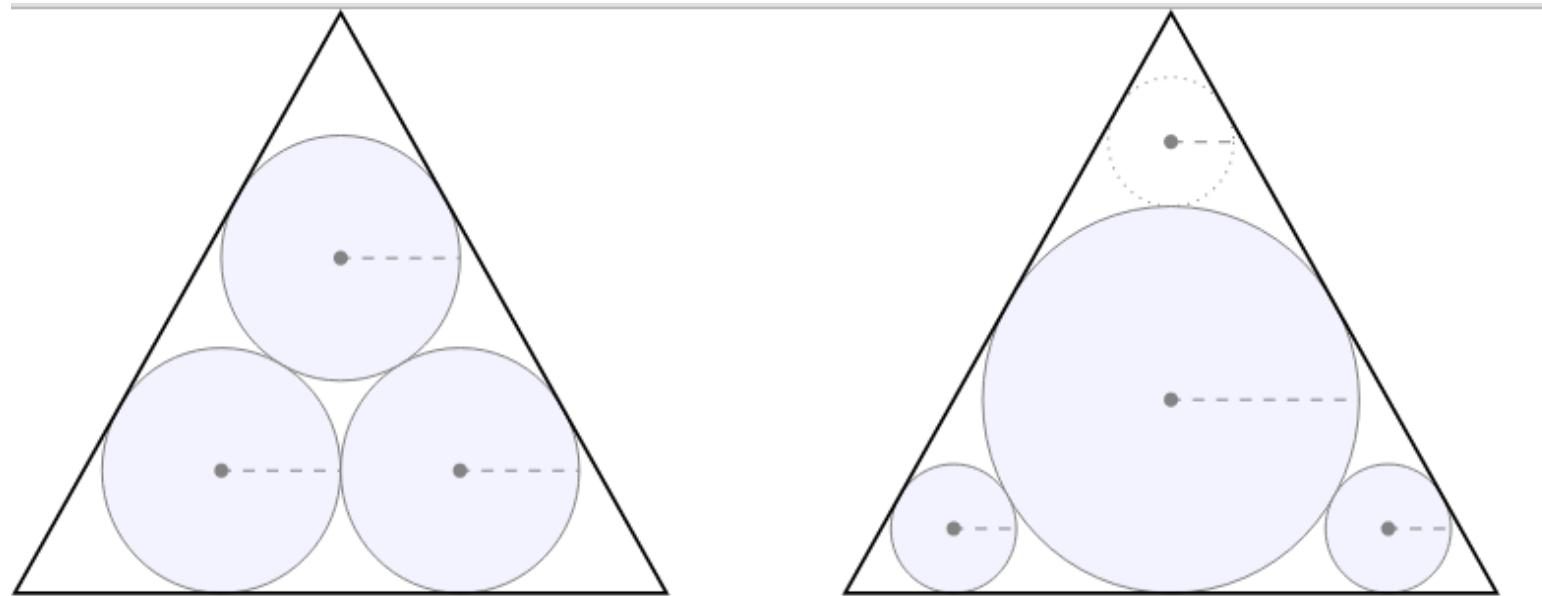
Amalia Maurizio e Cinzia Vettese



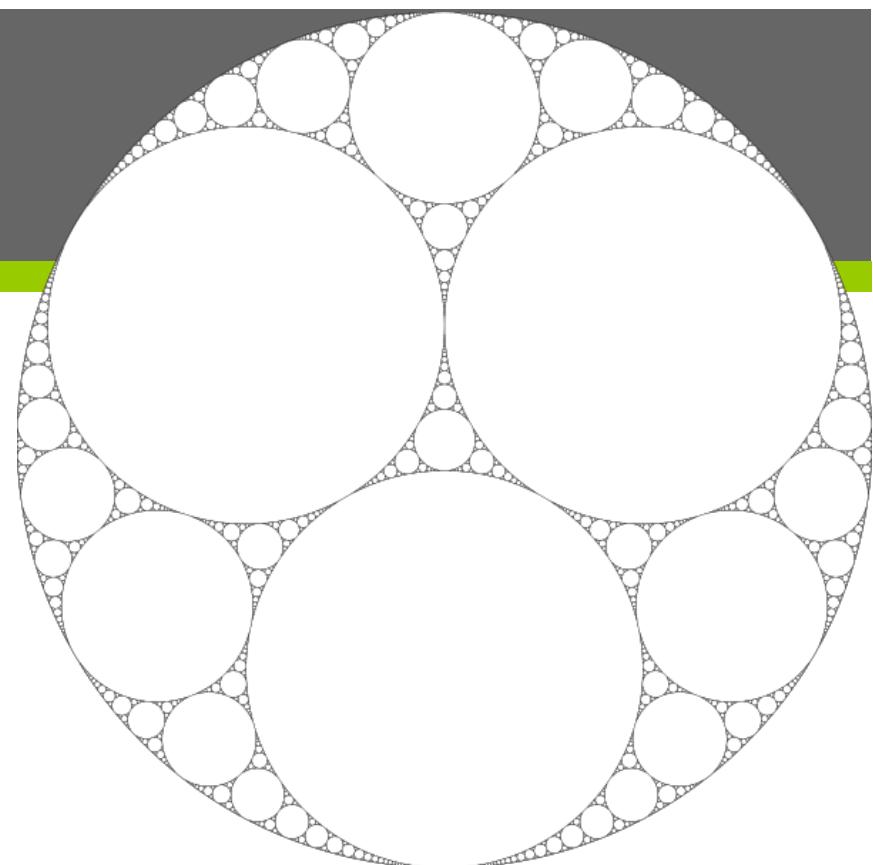
il *marble problem*: “Dato un triangolo, come costruisci in esso tre cerchi non sovrapposti di area totale massima?”



Liceo Pellecchia e il Problema di Malfatti



H. Lob and H.W. Richmond mostrano che in un triangolo equilatero il cerchio iscritto e due piccoli cerchi iscritti negli angoli hanno area complessiva più grande dei cerchi della configurazione di Malfatti.



Anita