



L'area del cerchio

cerchi nei cerchi

Laura Lamberti
Francesca Tovenà

Con la mente e con le mani
Accademia dei Lincei
23 maggio 2016

L'area del cerchio

➤ cerchi nei cerchi

- La proposta di lavoro è stata rielaborata dai docenti trasformandosi in una **esplorazione per passi successivi**, articolata in un percorso dalla primaria al quarto anno della scuola secondaria di secondo grado.

L'area del cerchio

➤ cerchi nei cerchi

- il tema di fondo è stato lo studio del cerchio:
- a partire dall'analisi di configurazioni formate con cerchi e altre figure geometriche abbiamo studiato 'l'ingombro' occupato da un cerchio, affacciandoci al tema della tangenza e allo studio dell'area

L'area del cerchio

➤ cerchi nei cerchi

➤ La riflessione è cominciata dall'analisi di varie figure, tra le quali una cupola





IL PANTHEON

ED

IL RIEMPIMENTO DEL CERCHIO

Istituto Comprensivo

"Piazza Borgoncini Duca "

Roma

Anna Manna

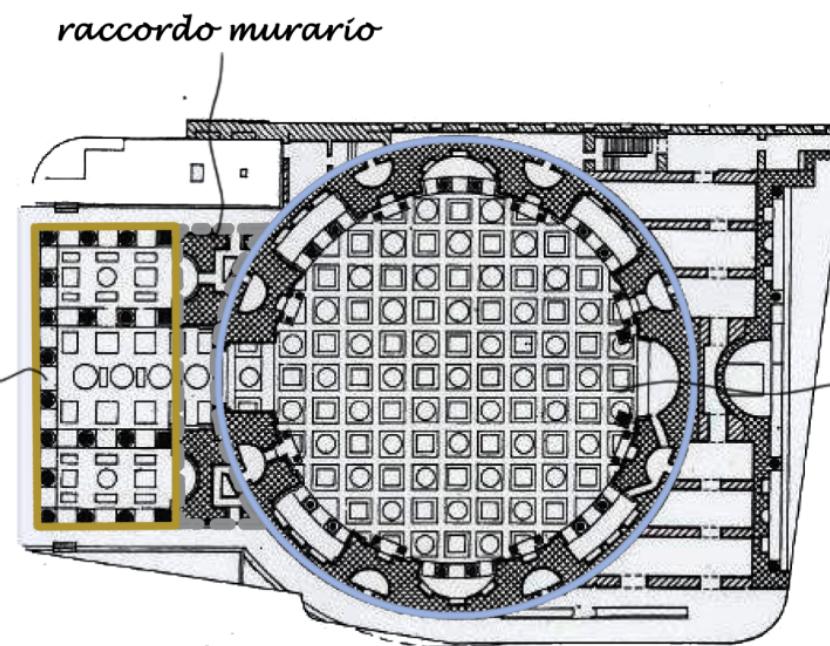
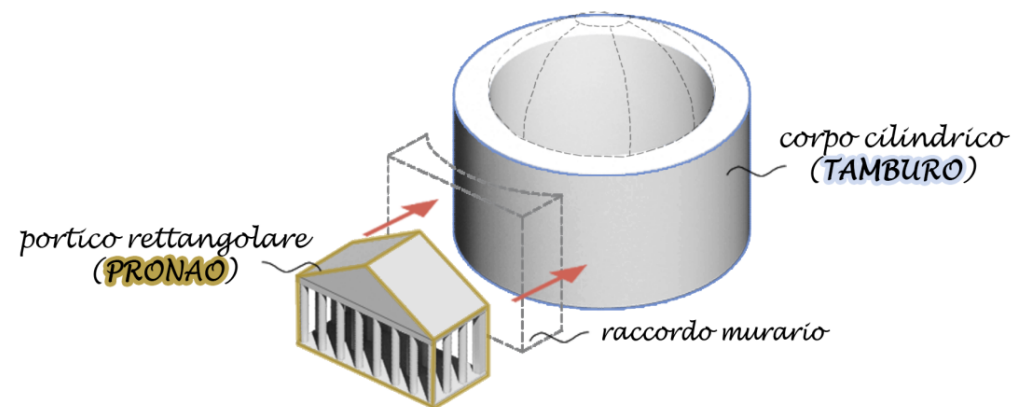
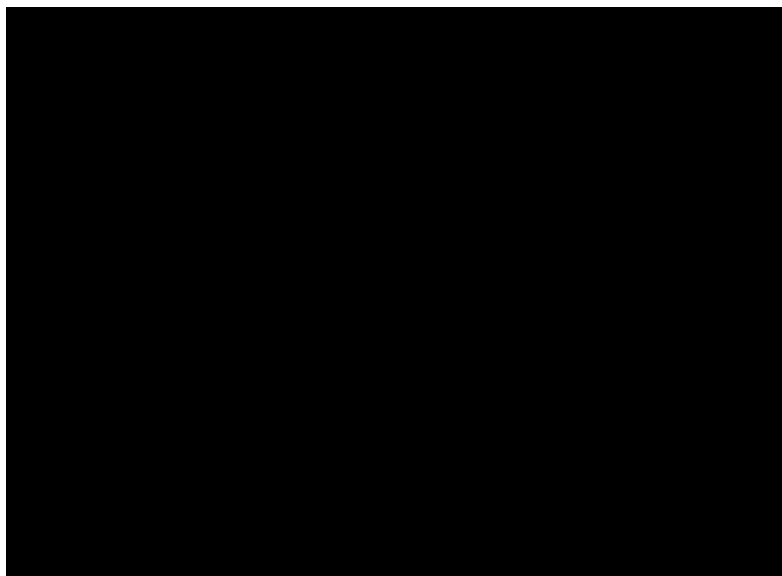
Il Pantheon



E



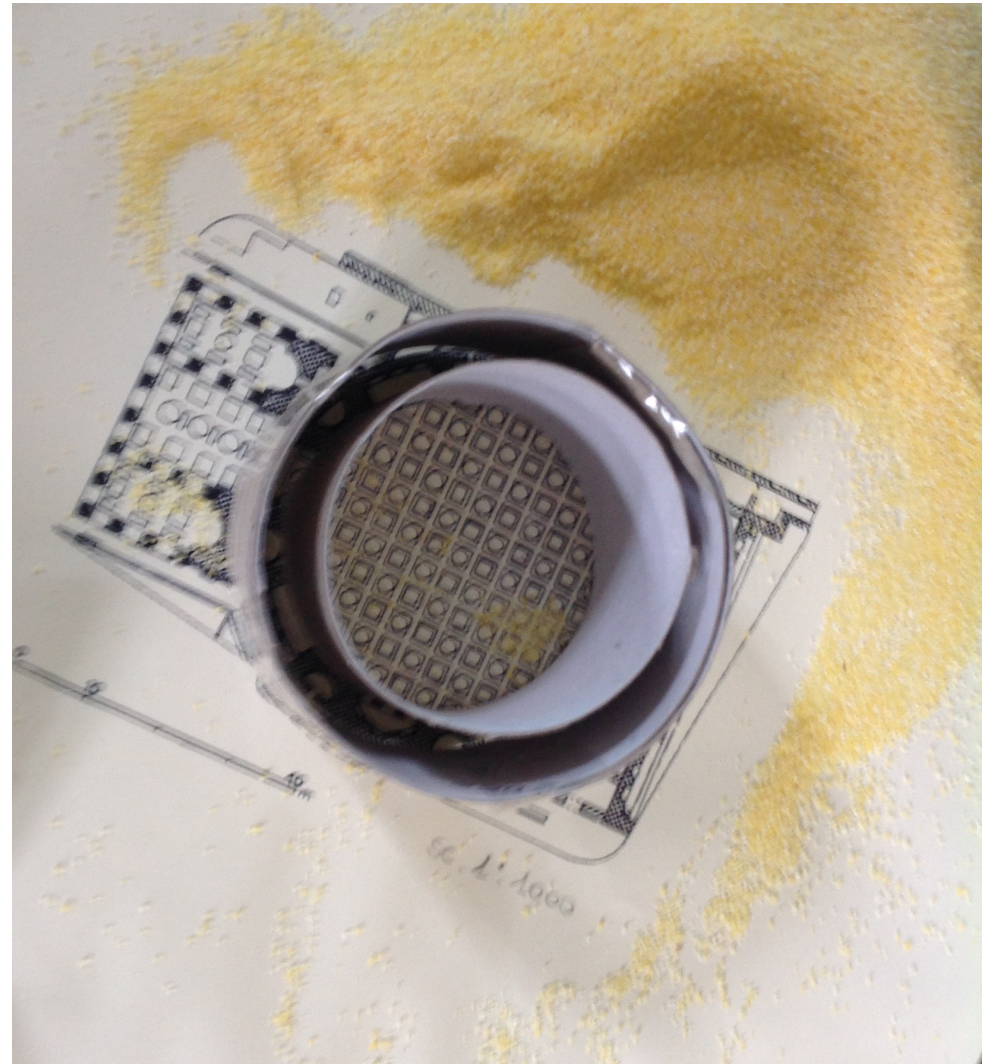
Il Pantheon oggi

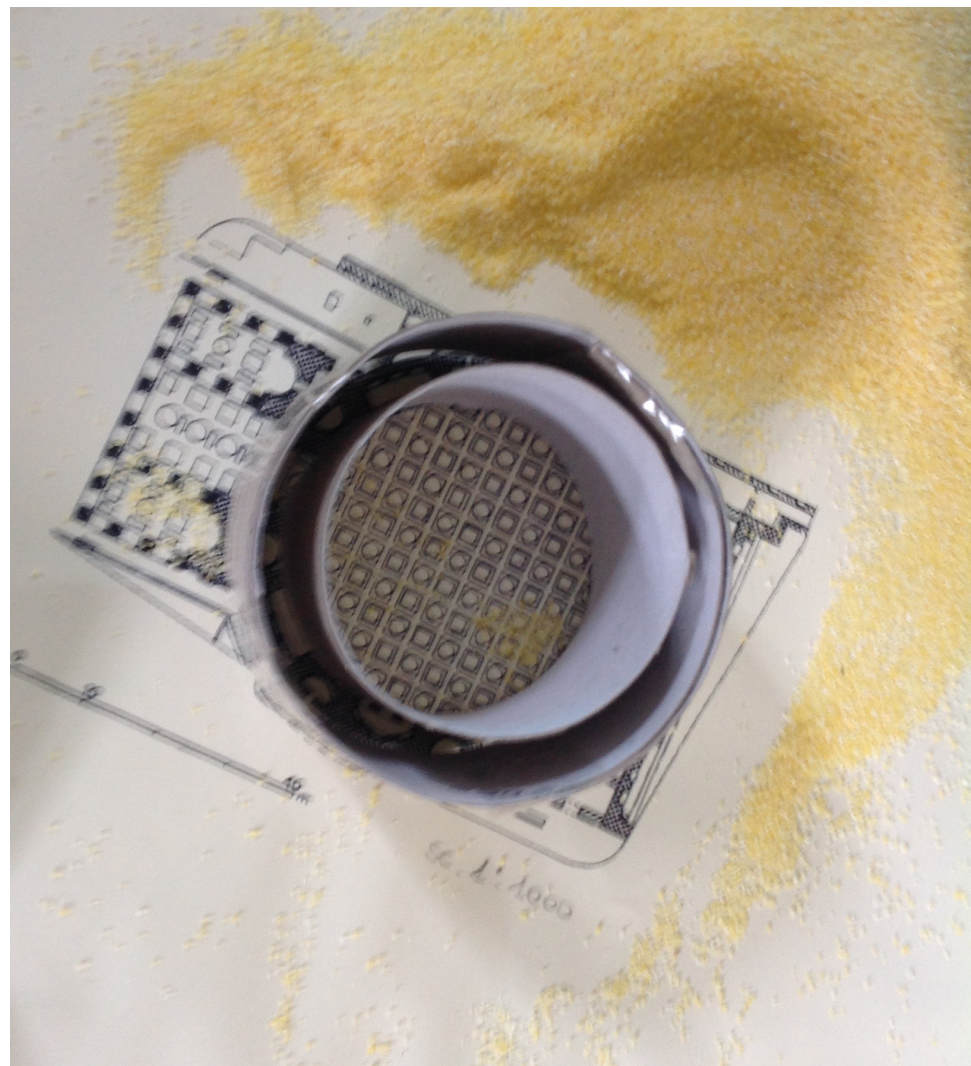
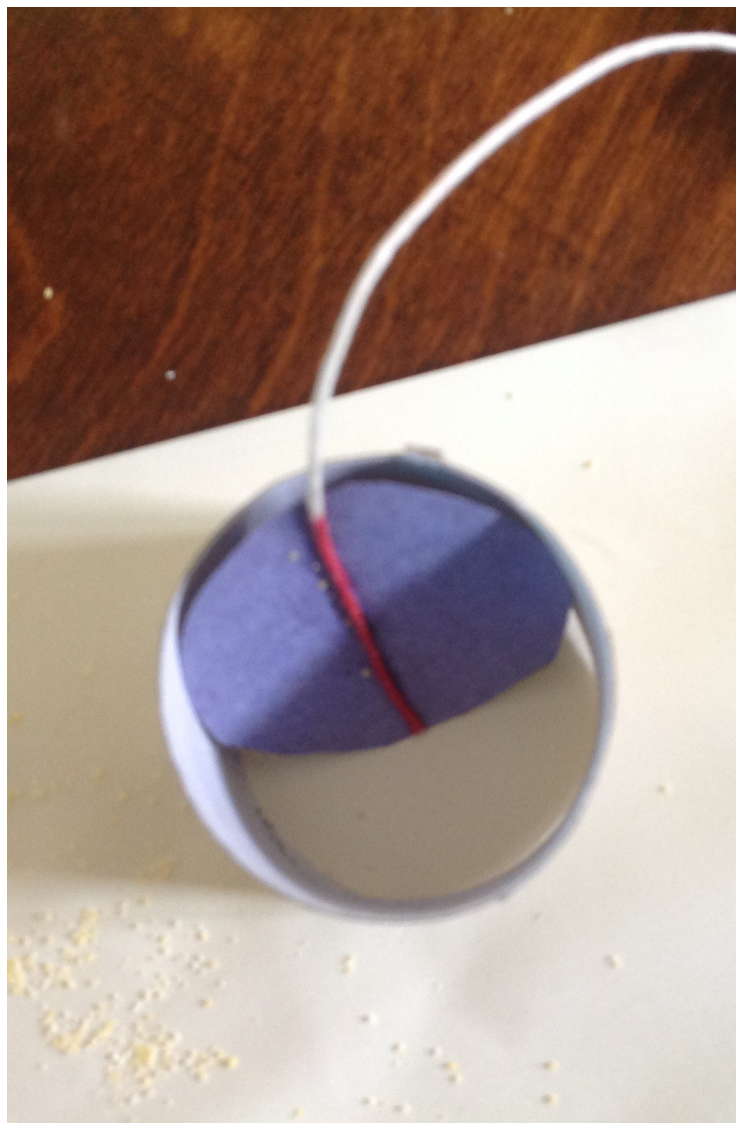


Non è possibile visualizzare questa immagine.

Pronao

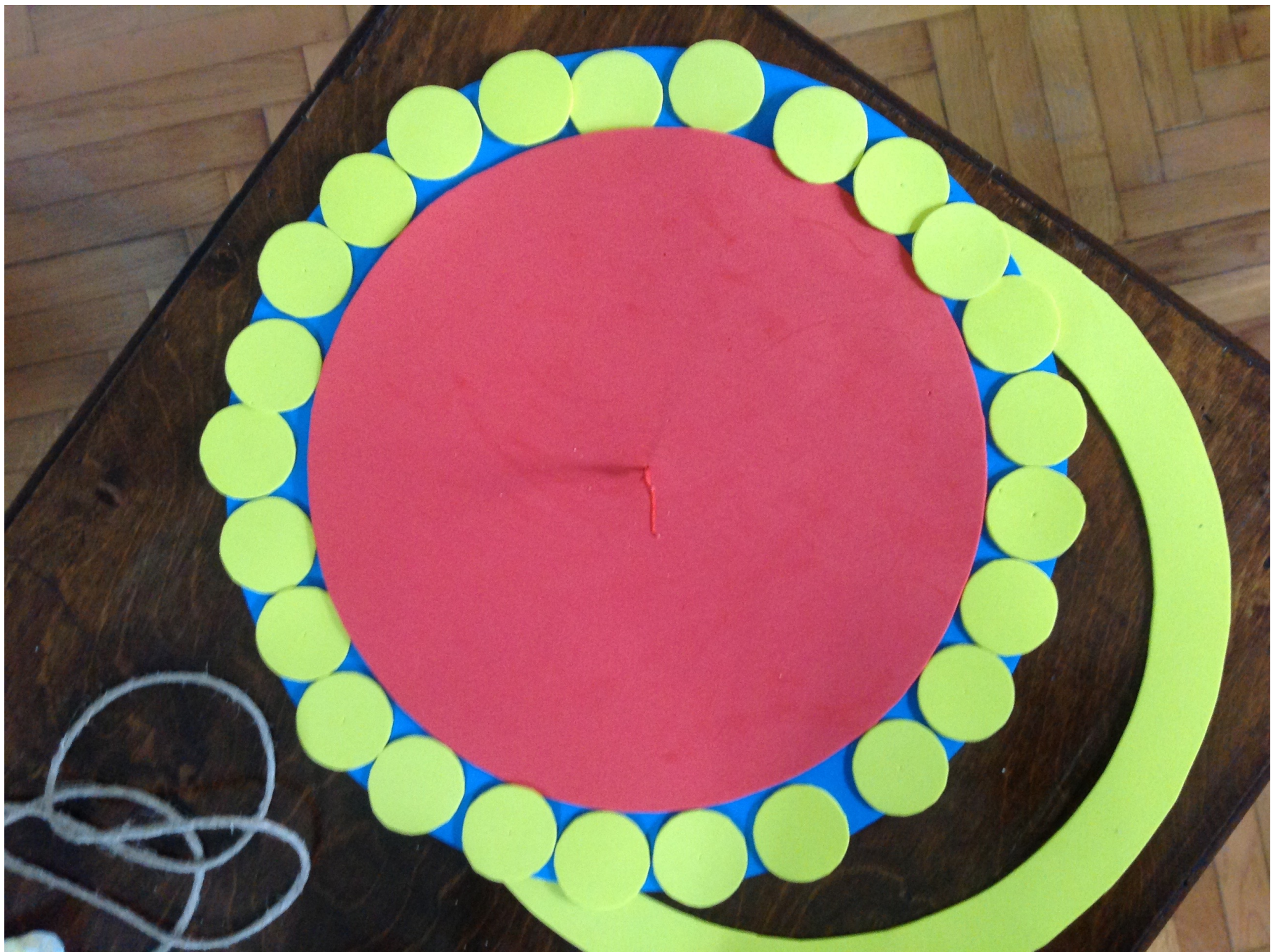
Rotonda

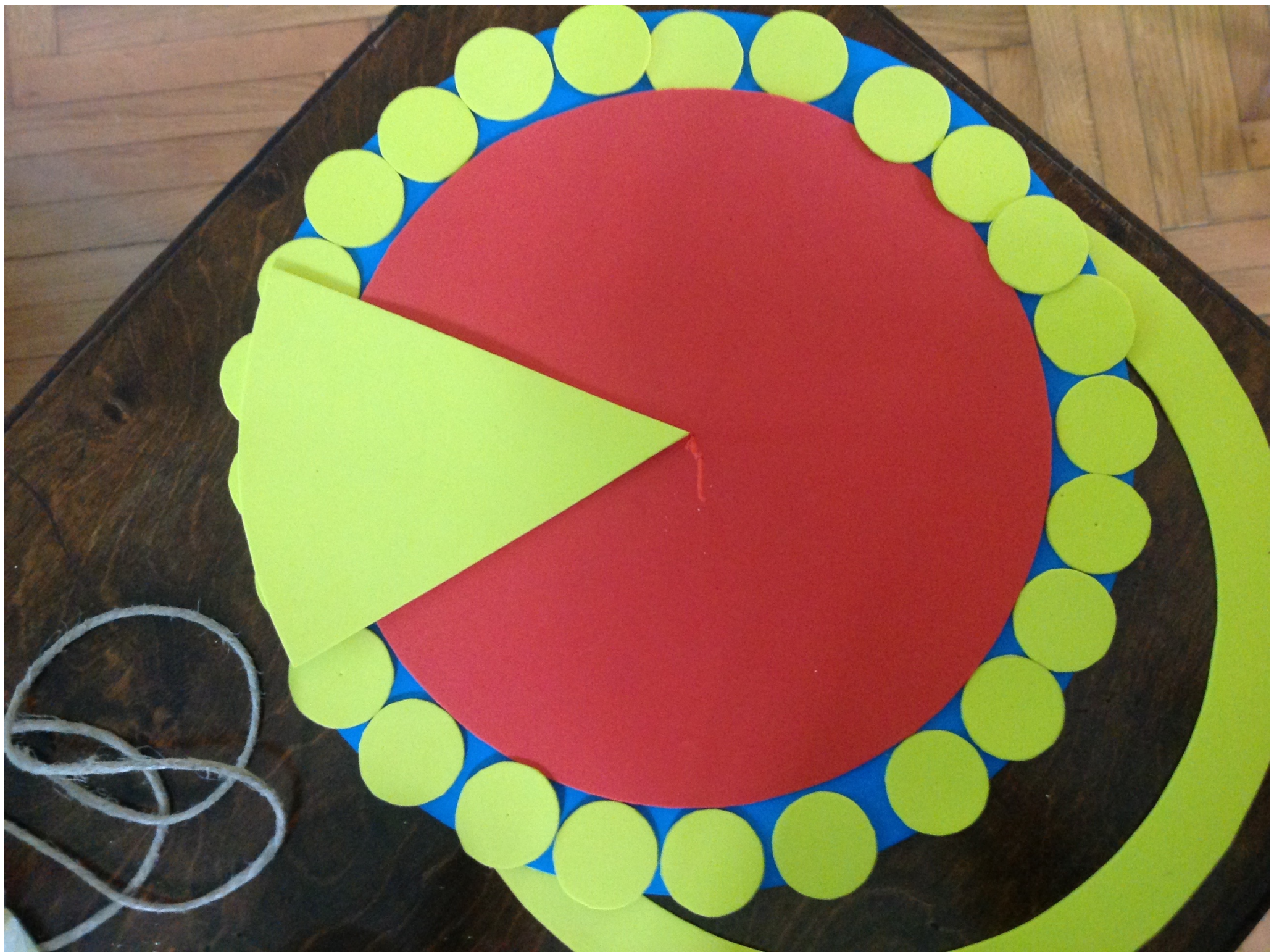




il cerchio, ruotando, riempie la sfera











«Con la mente e con le mani» per risolvere problemi di tangenza

IC Virgilio
Tania Dolce

Lavoro a coppie

- Cerchi di dimensioni diverse (3 colori): indago le posizioni reciproche di tre cerchi
- Sperimento sul banco le posizioni, le rappresento sul quaderno dandone una descrizione accurata
- Leggo la descrizione ad un compagno che deve riprodurla

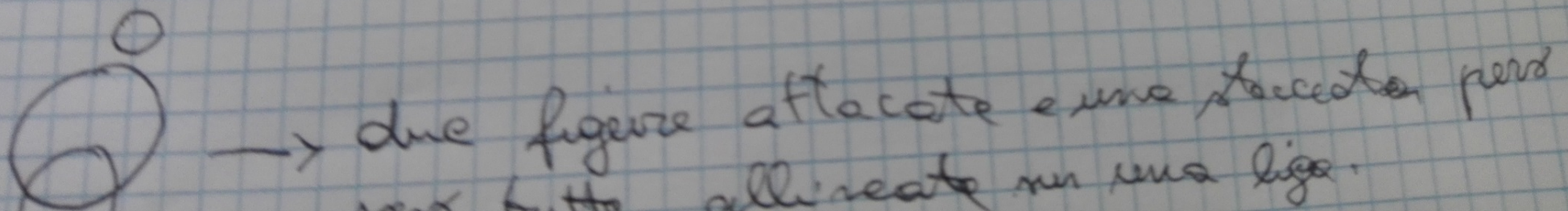
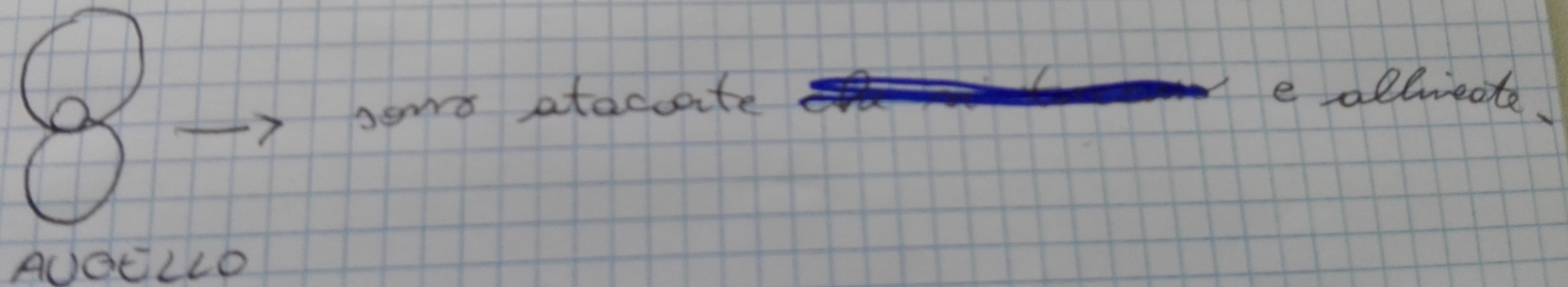
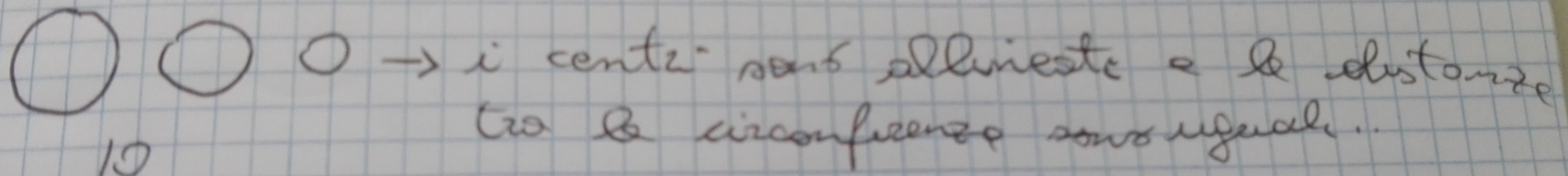
«Con la mente e con le mani» per risolvere problemi di tangenza

Lavoro a coppie

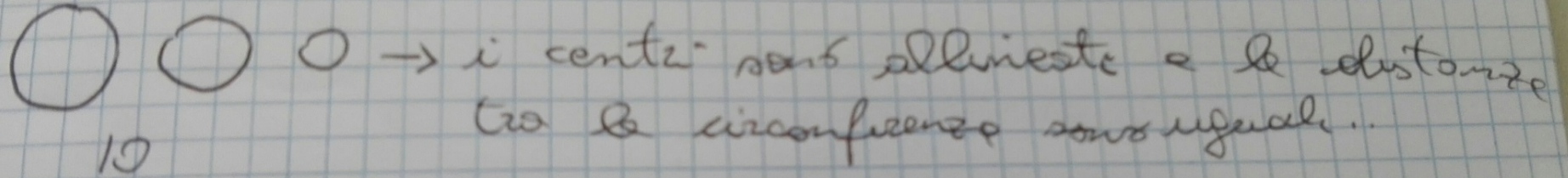
- Cerchi di dimensioni diverse (3 colori): indago le posizioni reciproche di tre cerchi
- Sperimento sul banco le posizioni, le rappresento sul quaderno dandone una descrizione accurata
- Leggo la descrizione ad un compagno che deve riprodurla

Qualche esempio

Roma 05/04/2016



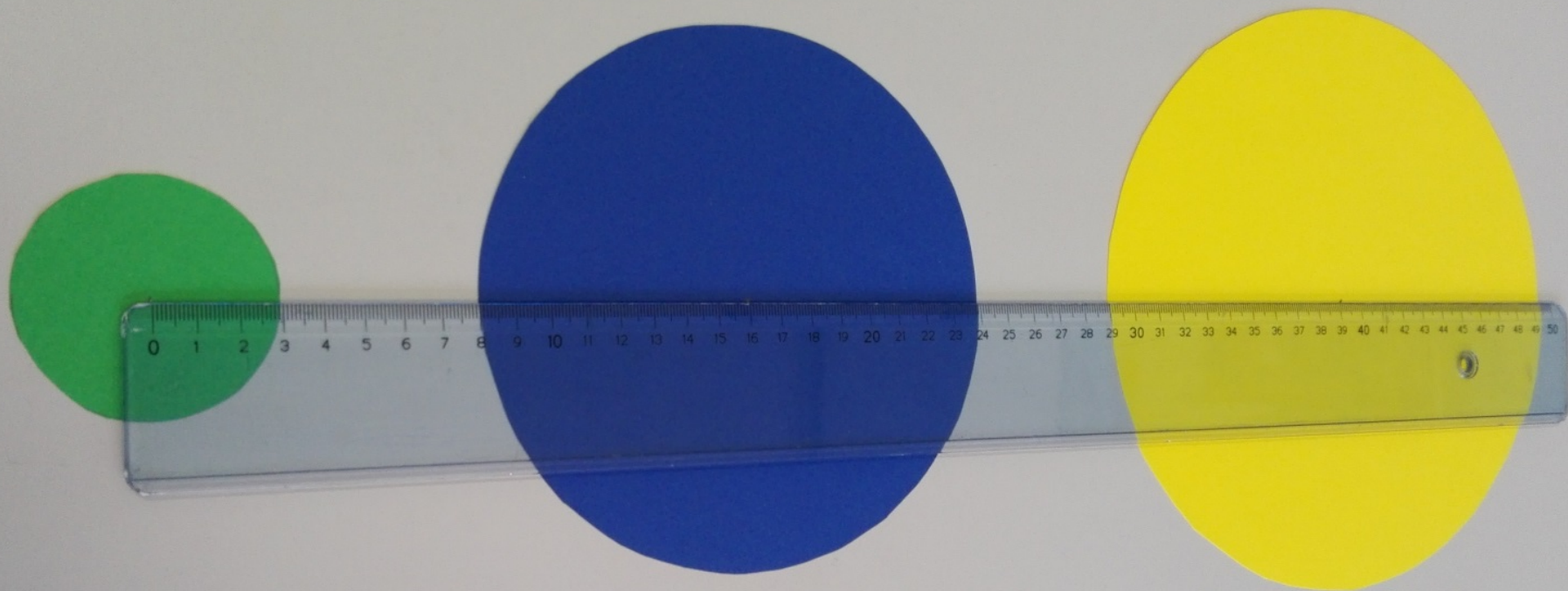
Roma 05/04/2016



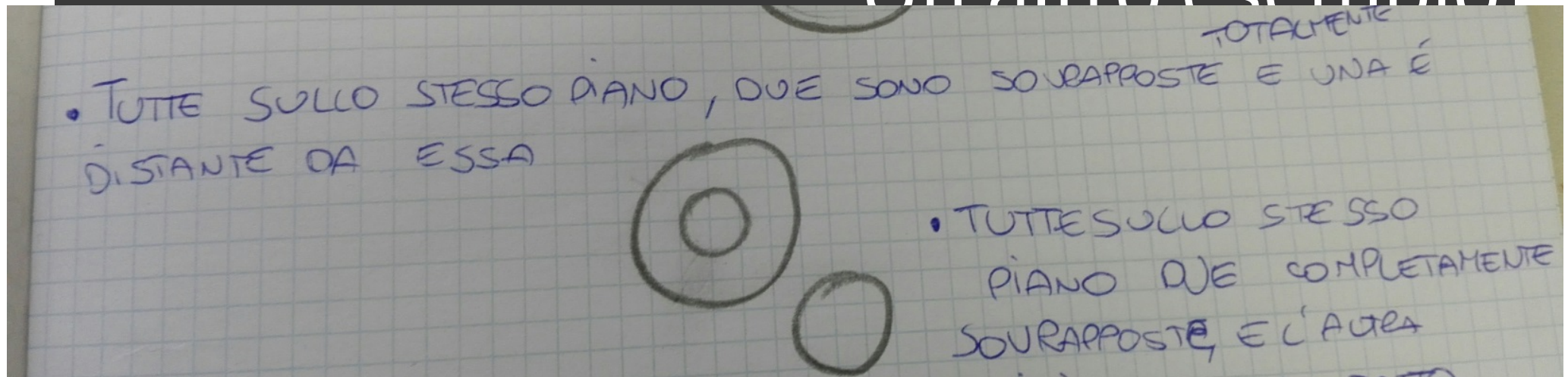
Mario e Andrea: «i centri sono allineati e le distanze tra le circonferenze sono uguali»



usano il termine «centri allineati» per specificare la posizione



Un altro esempio



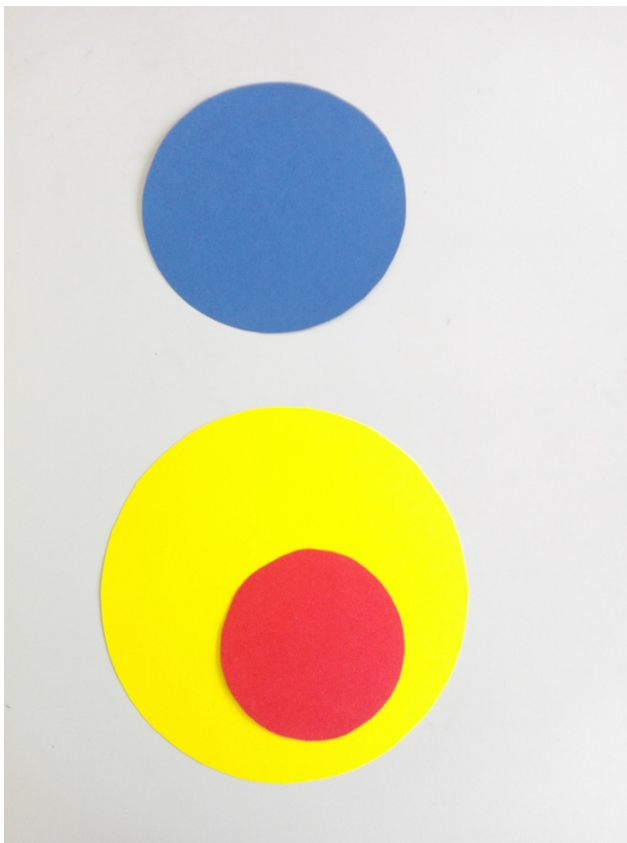
Alice e Livia: «*due sono sovrapposte totalmente e una è distante da esse*»



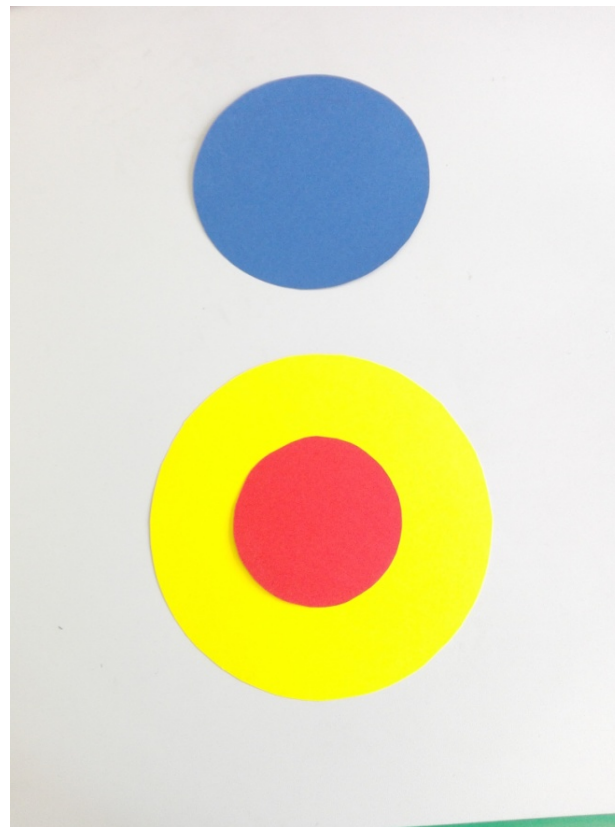
non specificano che «sono concentriche», «*due sono sovrapposte totalmente*» è troppo generico

Tre posizioni

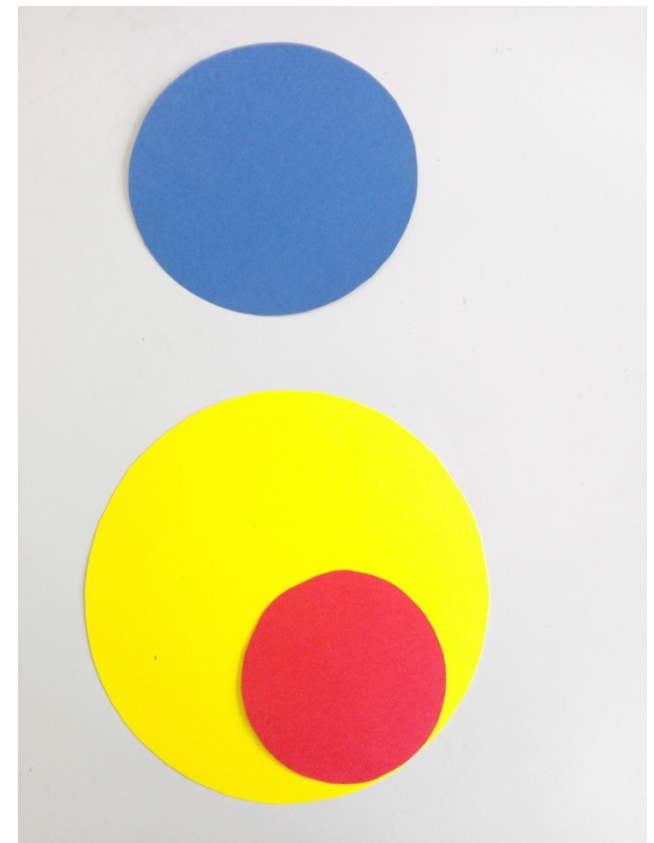
Non sono concentriche e
non si toccano



Sono concentriche



Non sono concentriche e si
toccano



«quando la descrizione è poco accurata si presentano più possibilità»

Come possiamo dire meglio che si toccano?

Uso del vocabolario con riflessioni semantiche e lessicali

- **tangente**¹ agg. e s. f. [dal lat. *tangens* -entis, part. pres. di *tangere* «toccare»].
- **tangente**² agg. e s. f. [dal lat. *tangens* -entis, part. pres. di *tangere* «toccare», inteso col sign. di «spettare»].

Tangenziale, Strada, via t., che lambisce un lato di una grande città

Partire per la tangente

Cambio registro cambia significato ma sempre legato all'etimologia della parola

Riapro e descrivo cosa vedo



Lorenzo: *«una retta che separa le due circonferenze»*

Luca: *«la retta tangente comune alle due circonferenze; vedo anche che la tangente è perpendicolare ai raggi»*

Verifico con le squadre

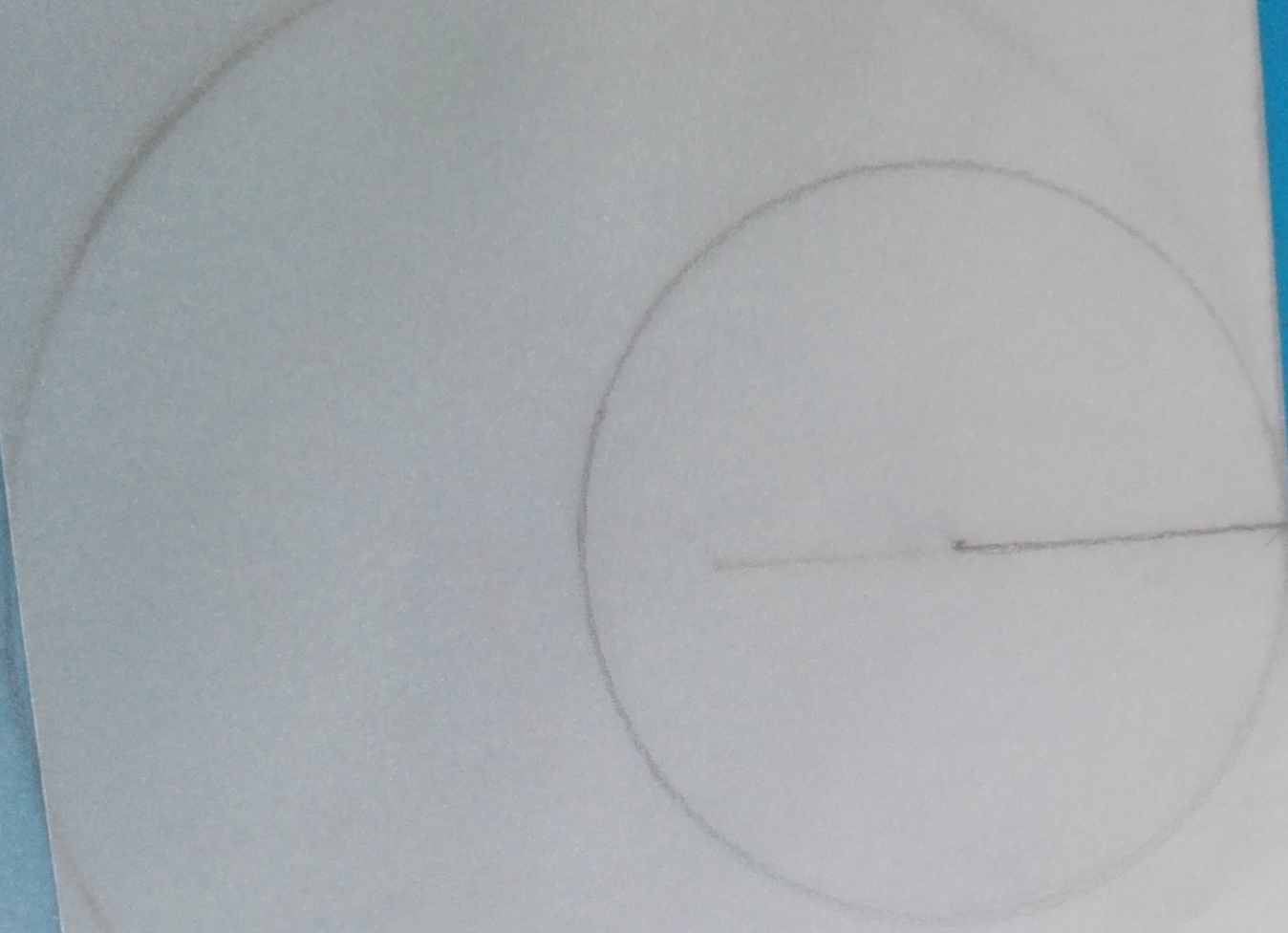


Qual è la distanza tra i centri?



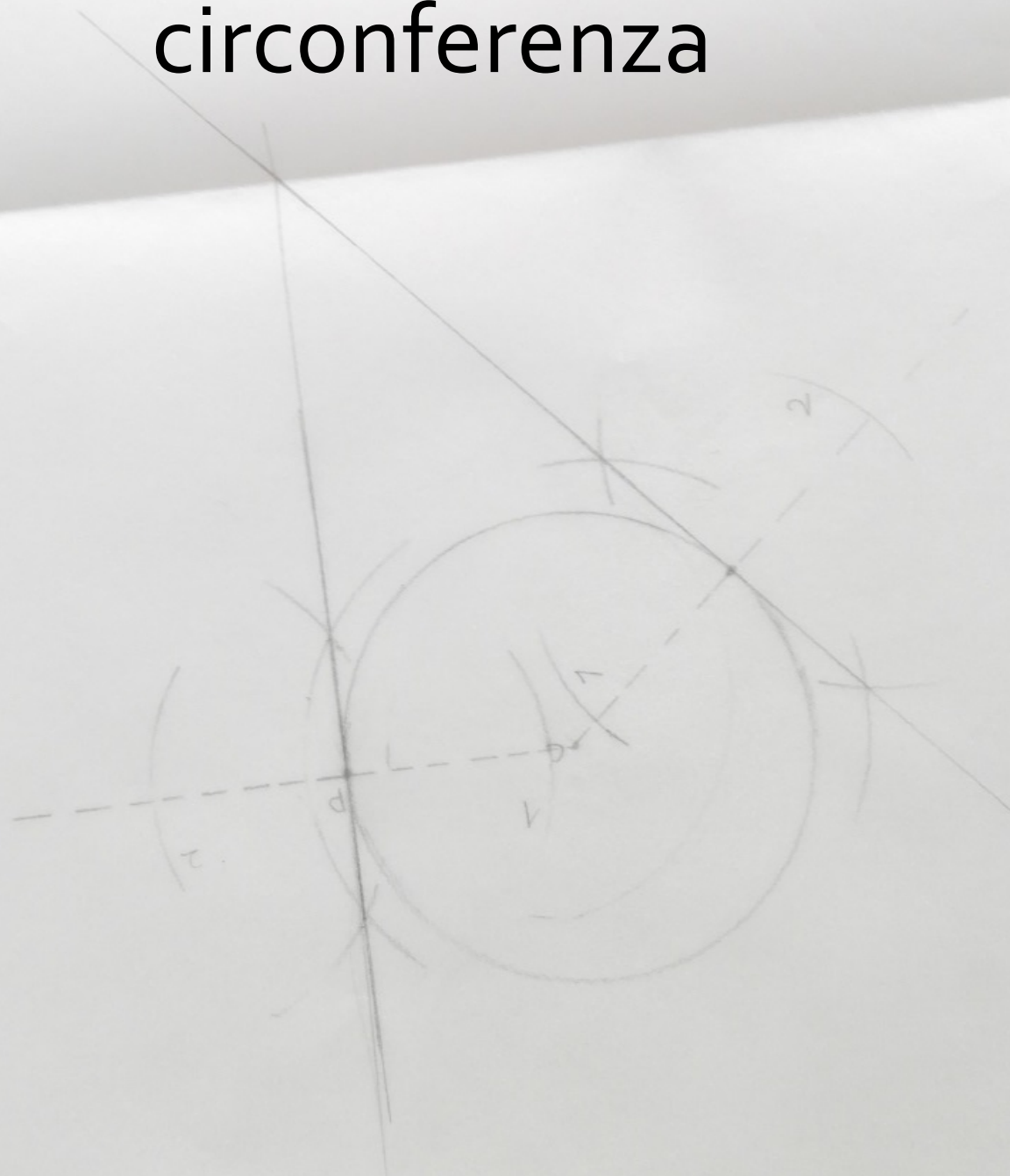
«è facile: è la somma dei raggi»

Qual è la distanza tra i centri?



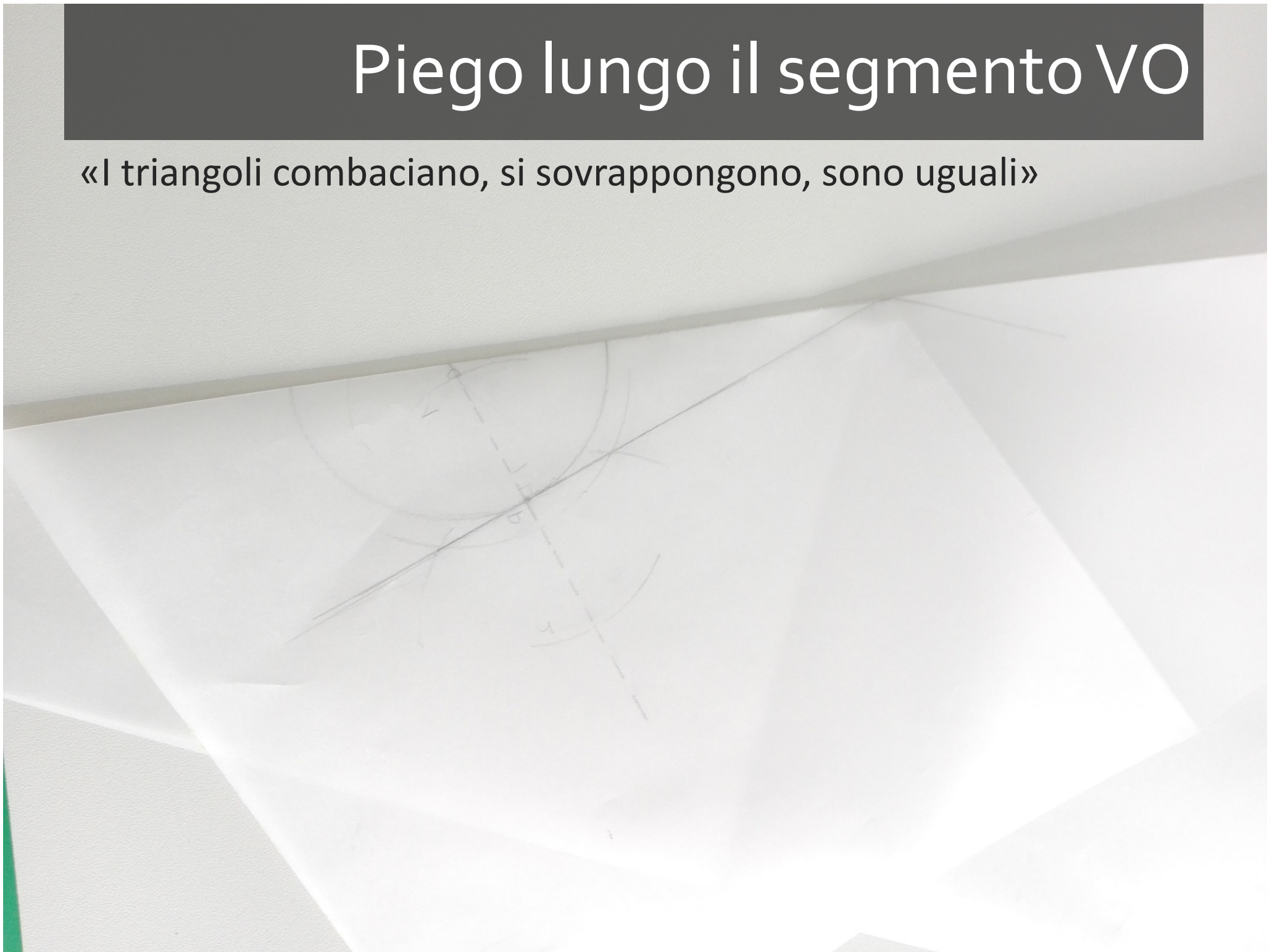
Pietro: «*al raggio grande sottraggo il raggio piccolo, si vede*»

Costruisco le tangenti ad una circonferenza

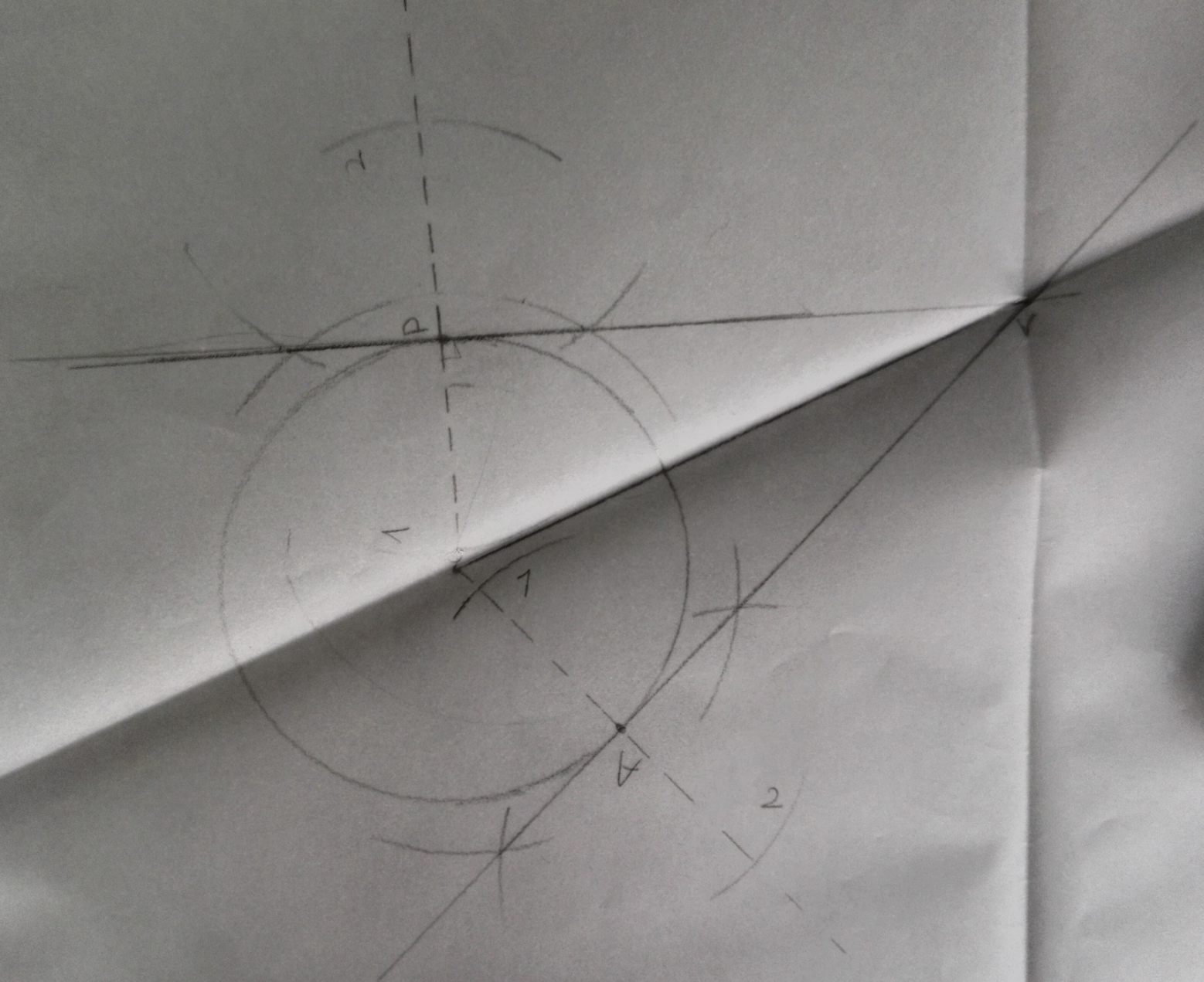


Piego lungo il segmento VO

«I triangoli combaciano, si sovrappongono, sono uguali»



Quando riapro osservo cosa vuol dire



Esploriamo con



- Possibilità di modificare istantaneamente mantenendo le relazioni impostate
- Verificare immediatamente lunghezze, ampiezze, perpendicolarità, ecc..



Algebra

Grafici

Angolo

$\alpha = 90^\circ$

$\beta = 90^\circ$

Conica

$c: (x - 6.24)^2 + (y - 2.61)^2 = 1.$

Numero

distanzaDB = 5.02

distanzaDC = 5.02

Punto

$A = (6.24, 2.61)$

$B = (5.7, 3.9)$

$C = (6.03, 1.22)$

$D = (1.07, 1.97)$

Retta

$b: -0.54x + 1.29y = 1.97$

$e: 0.21x + 1.39y = 2.95$

Segmento

$a = 1.4$

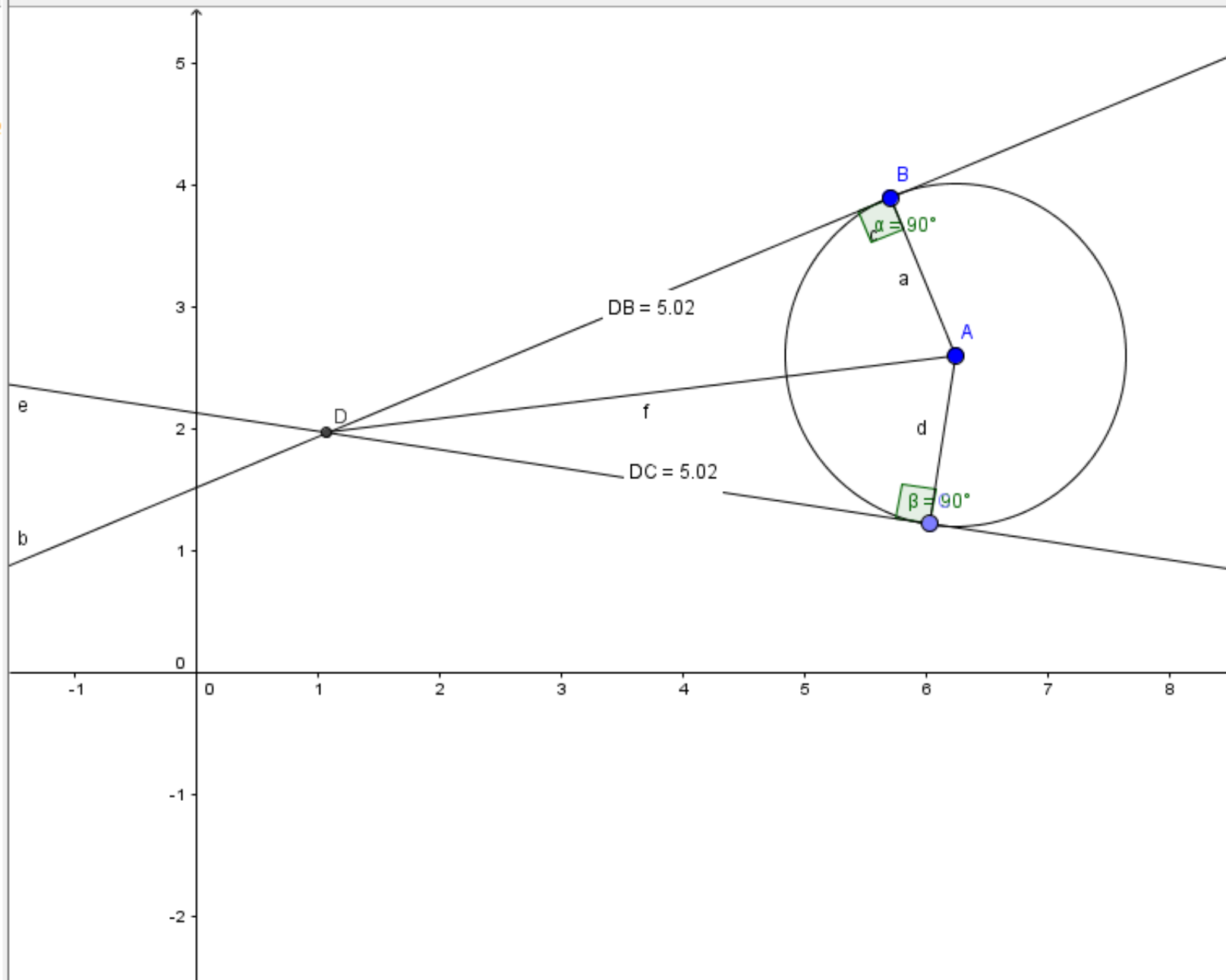
$d = 1.4$

$f = 5.21$

Testo

TestoDB = "DB = 5.02"

TestoDC = "DC = 5.02"



Alcune riflessioni sul percorso

commenti dei ragazzi

Trovo che fare aritmetica e geometria in questo modo sia molto più divertente e interattivo, tra l'altro durante il percorso siamo stati noi alunni ad arrivare alle conclusioni finali, perciò credo che questo metodo sia anche più stimolante.

Alcune riflessioni sul percorso

Non mi è piaciuto, perché era facile da fare ma difficile da spiegare! Mi è piaciuto soltanto quando l'abbiamo finito e abbiamo notato che il secondo triangolo era uguale al primo, secondo me non era utile.

Lavoro pratico sulle omotetie e le similitudini



Con la Mente e con le Mani
2 Maggio 2016

IC Woytila
Roma

Giovanni Corvino

Lavoro preliminare

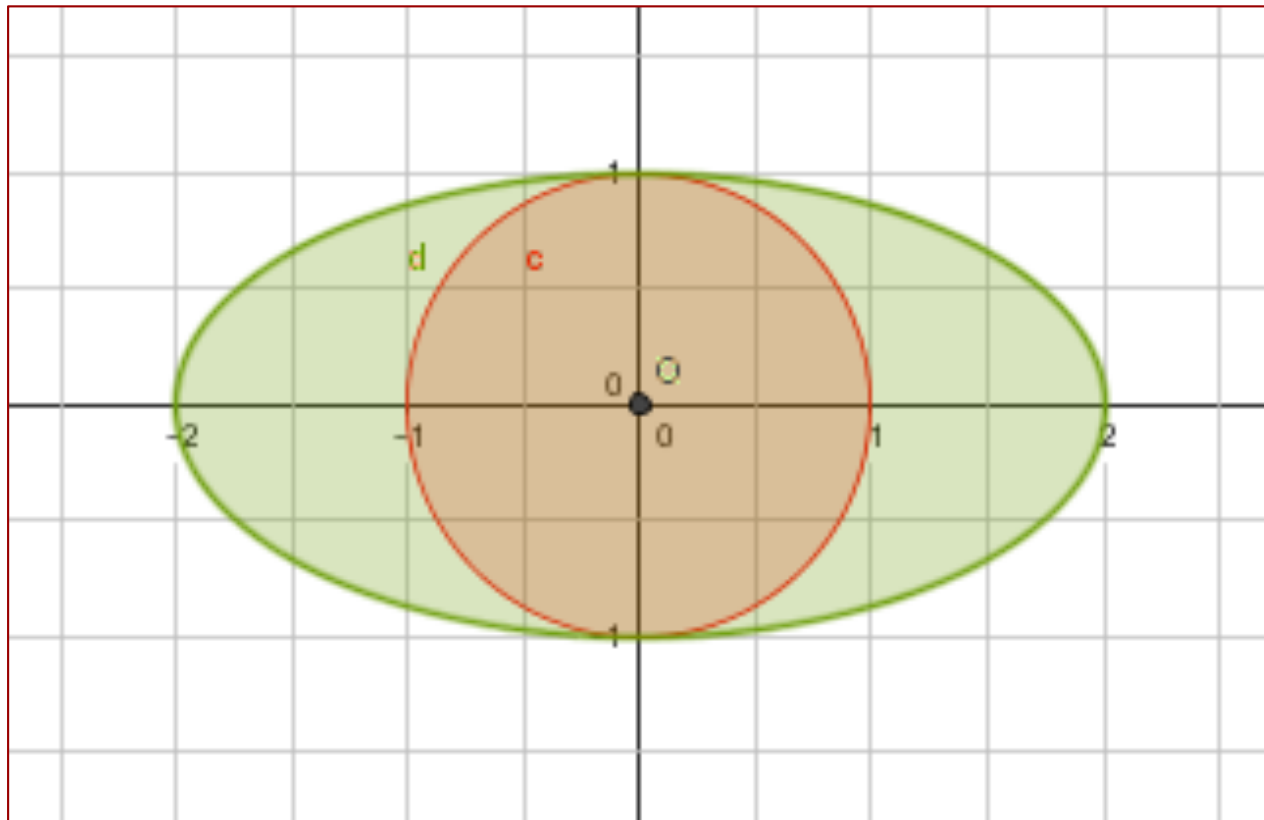
- Si disegna un quadrato o un rettangolo
- $x' = 2x$, $y' = 2y$ per tutti.
- Si applica la trasformazione in 3 passi
- Si calcolano aree e perimetri
- Lavoro svolto seguendo l'insegnante alla lavagna e disegnando sul quaderno
- Tempo 1 h

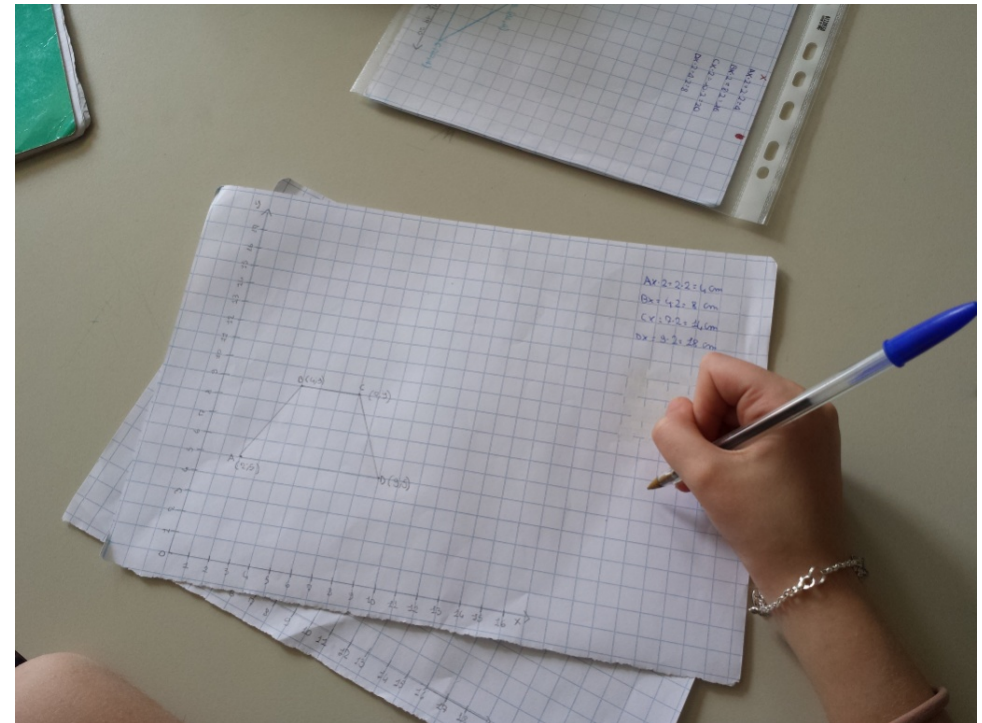
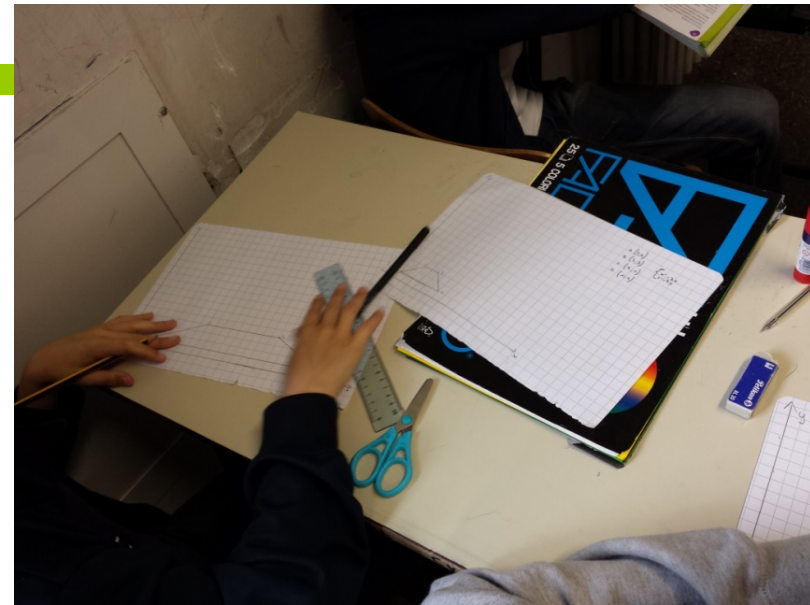
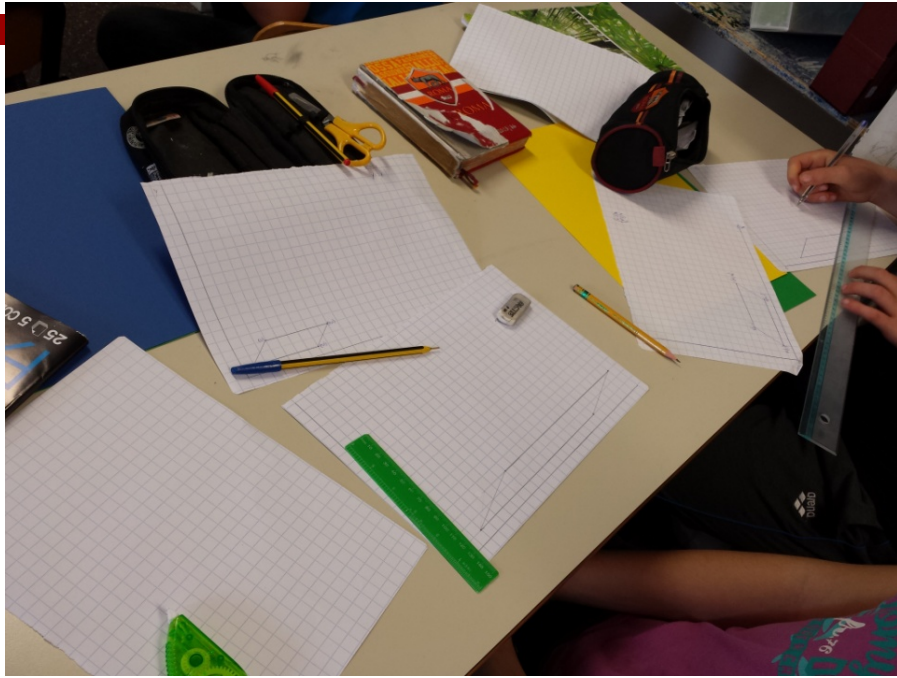
Seconda fase

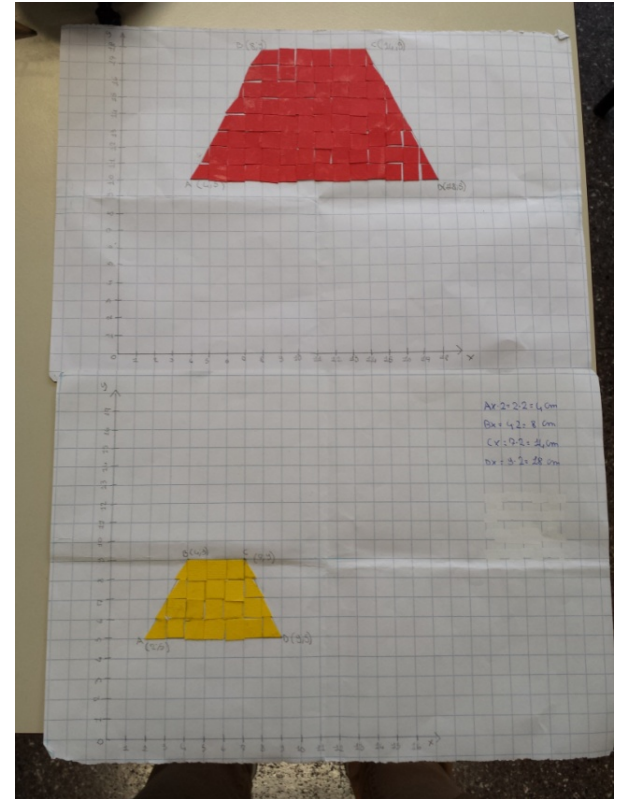
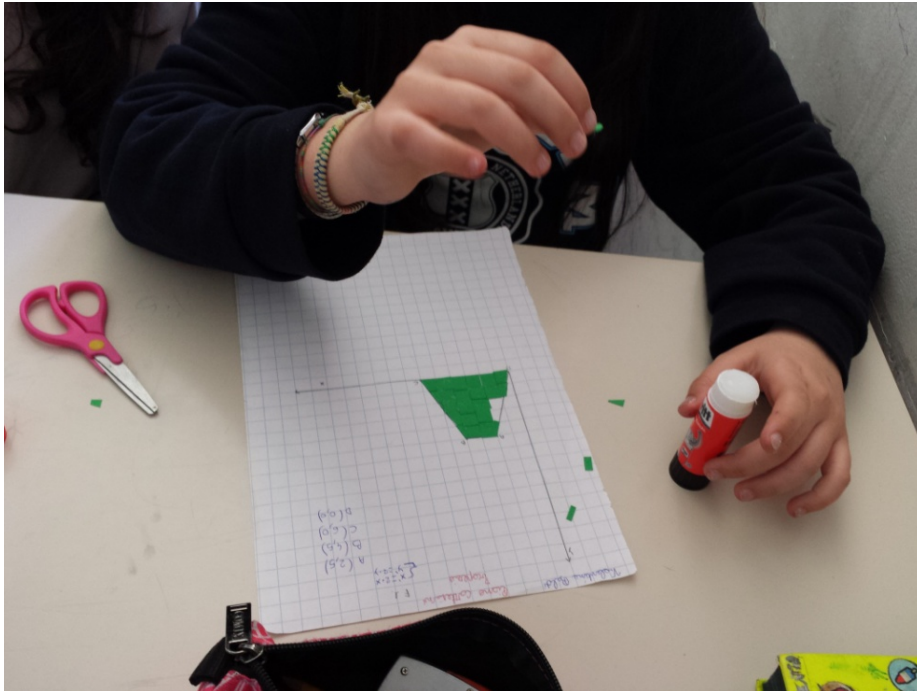
- Materiale: fogli quadrettati da 1 cm, cartoncino colorato di due colori
- Cambia la figura: parallelogramma, rombo o trapezio (lati obliqui).
- Scelta del fattore di proporzionalità.
- Stesso lavoro sul piano cartesiano in 3 passi.
- Figure iniziale e finale ricoperte con quadratini colorati
- Calcolo area (conteggio quadratini)

area del cerchio

➔ perche' la formula dipende dal quadrato del raggio?

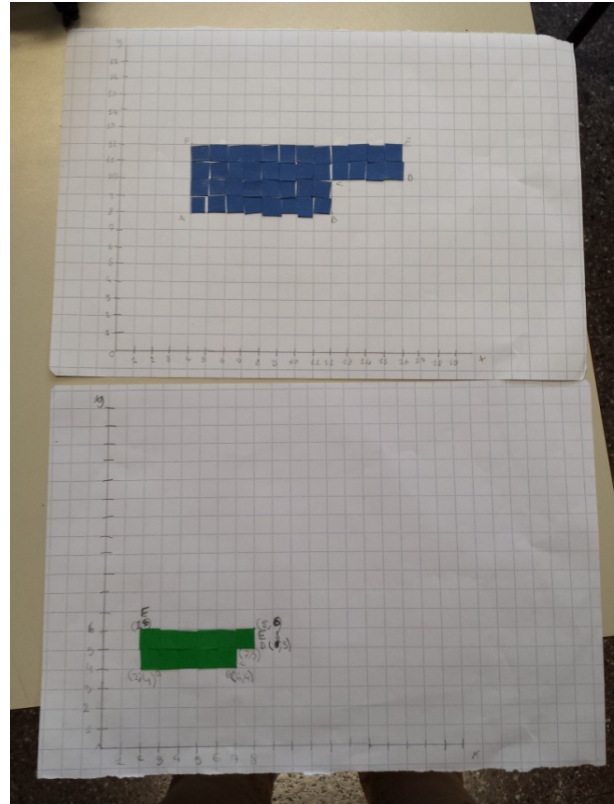
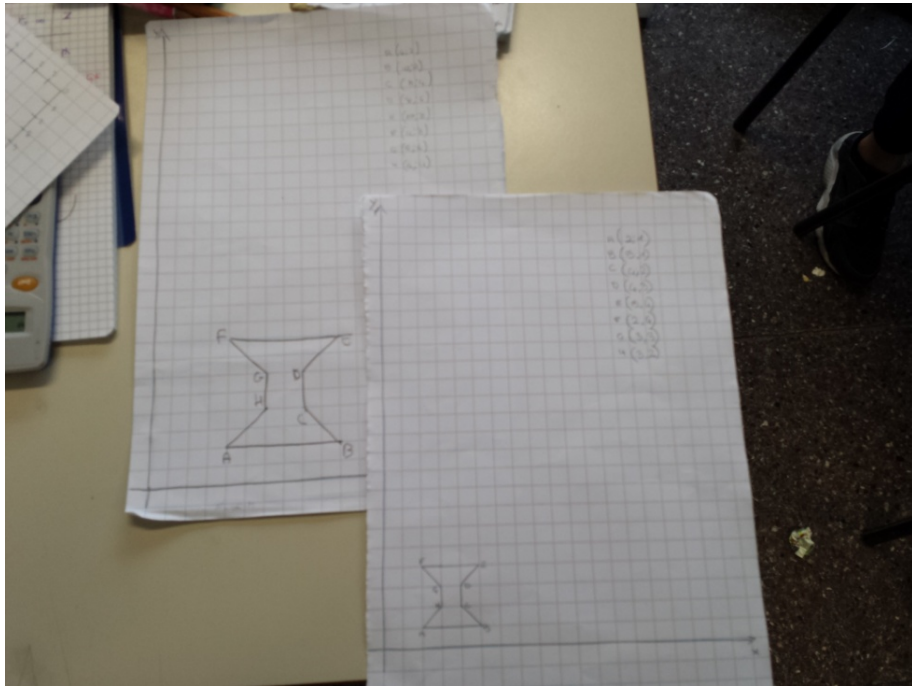
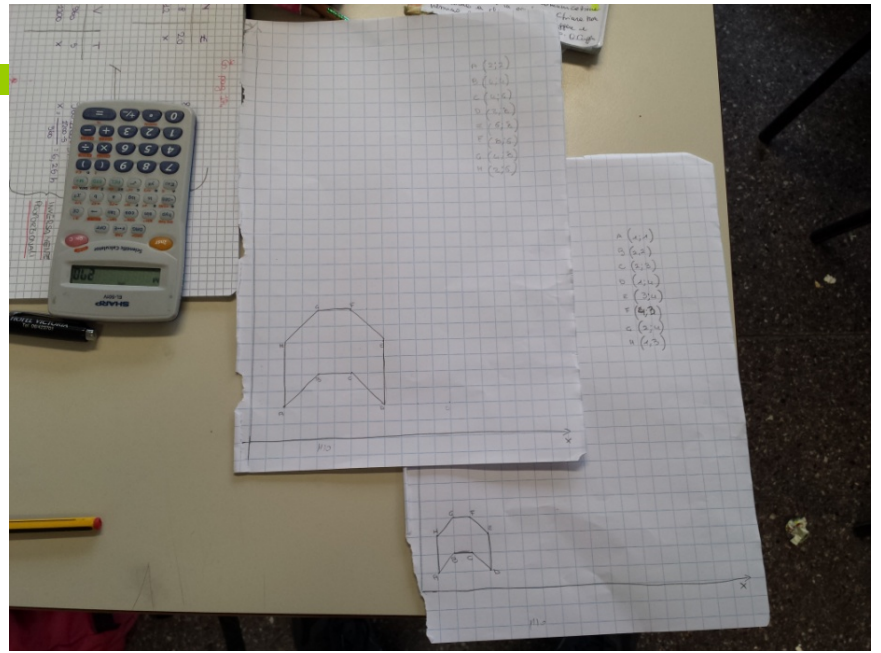
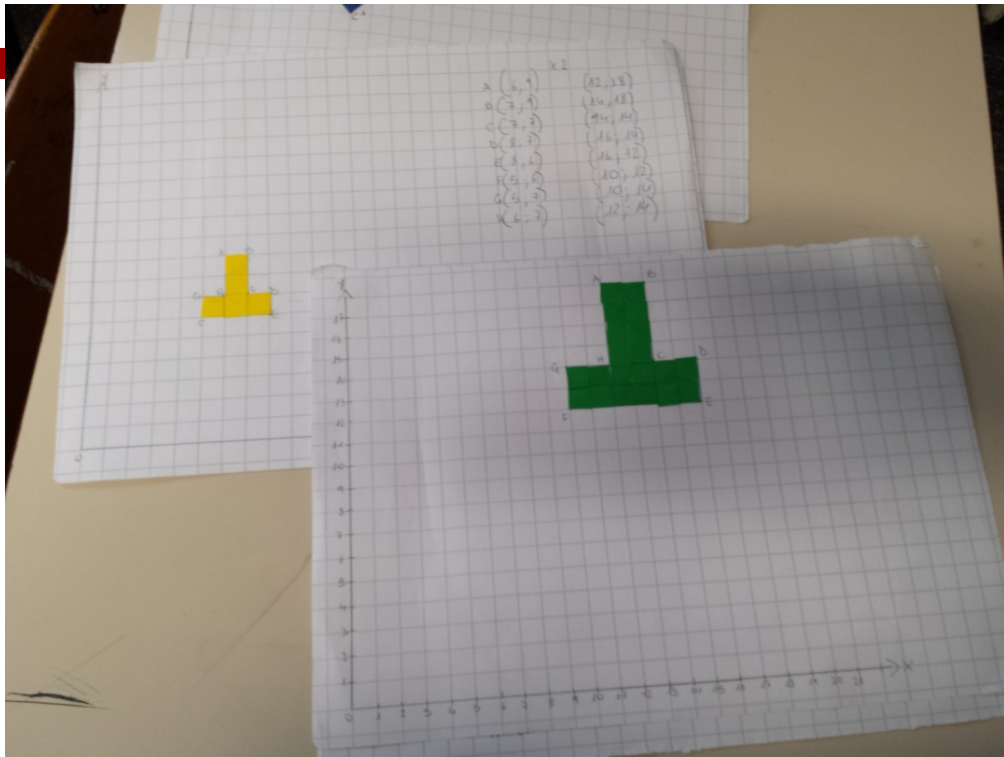






Terza fase

- Figura a piacere
- Unica restrizione: lati obliqui sulle diagonali dei quadretti
- Trasformazione in 2 passi
- Quadretti colorati sulle figure
- Conteggio lati, perimetro ed area
- Lavoro parzialmente svolto a casa
- Discussione in classe

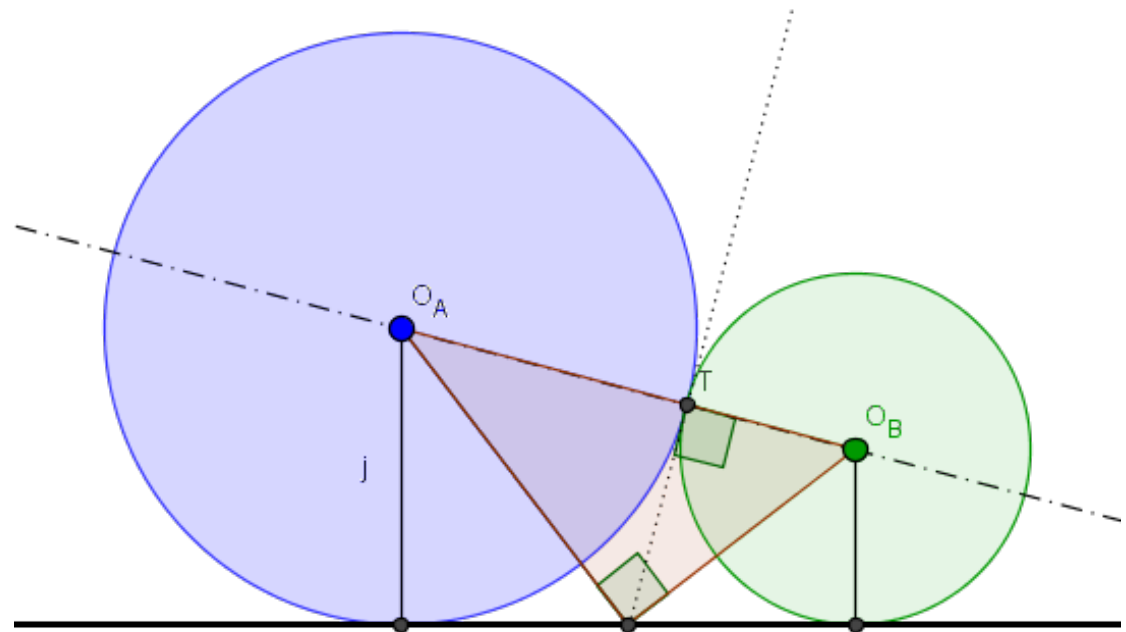


Considerazioni finali

- Lavoro pratico ben accetto
- Non richiede troppo tempo (3 h)
- Possibilità di lavoro per BES e DSA
- Miglioramenti: trasformazione in 2 passi, presentazione finale.
- Misurazione degli angoli.

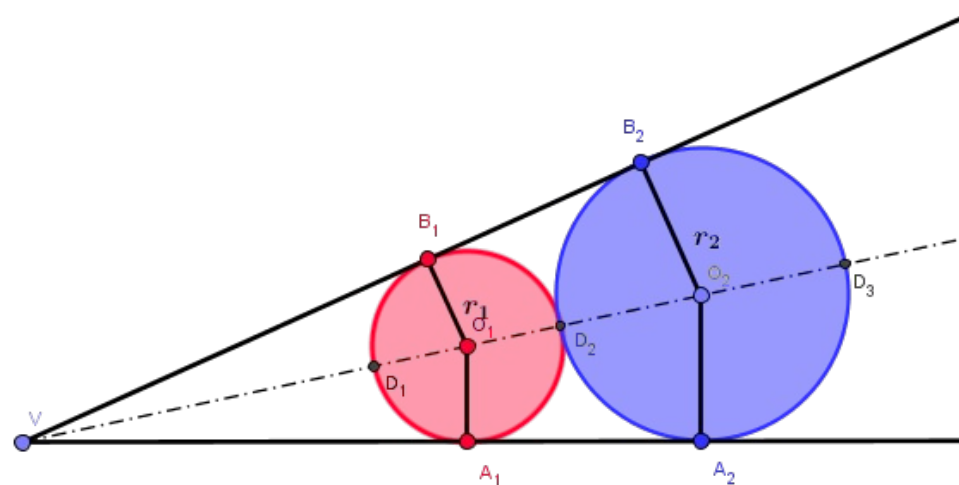
Liceo Avogadro: Cerchi e spicchi

➤ Laura Lamberti



tangenza a due rette non parallele

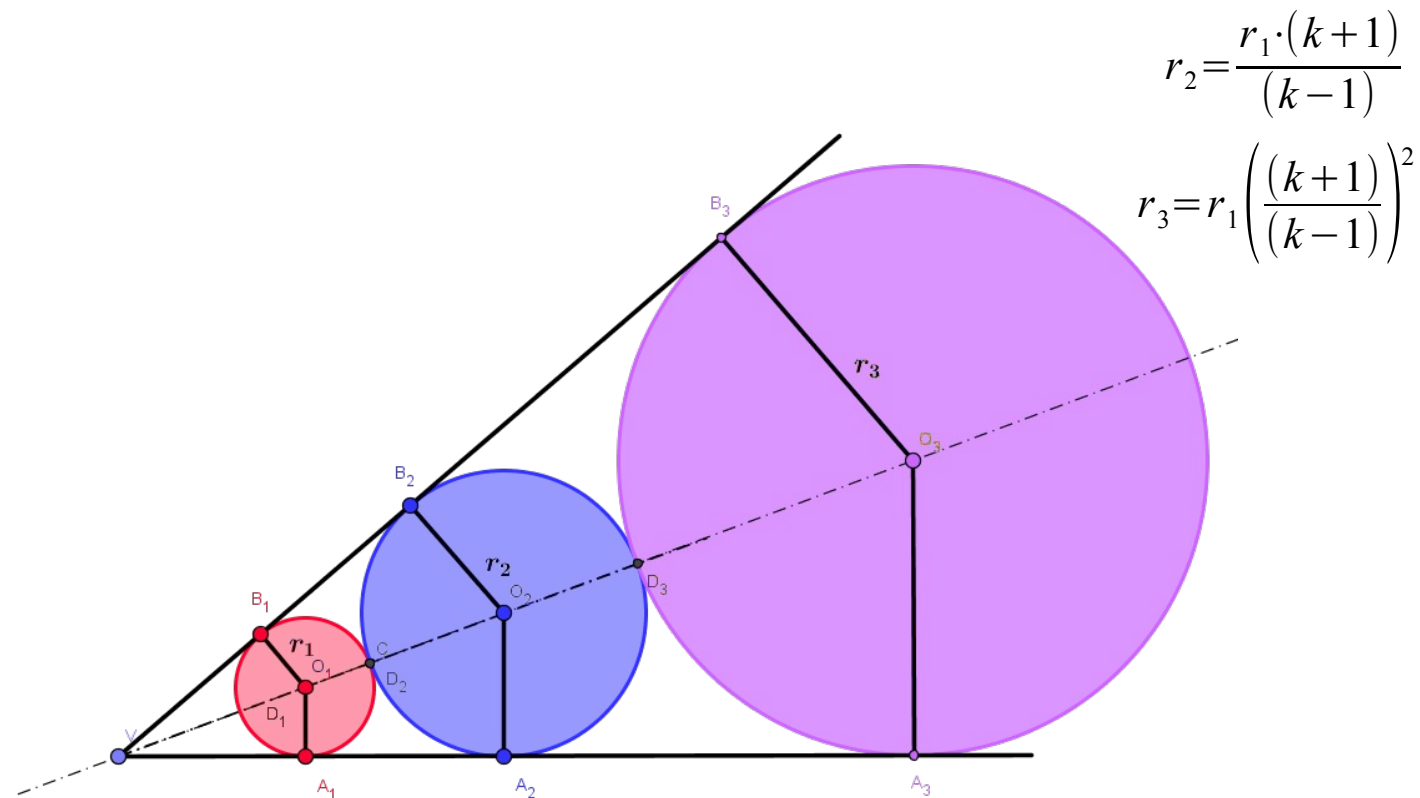
Cerchi in uno spicchio



Chiamando $k = \frac{O_1V}{r_1}$

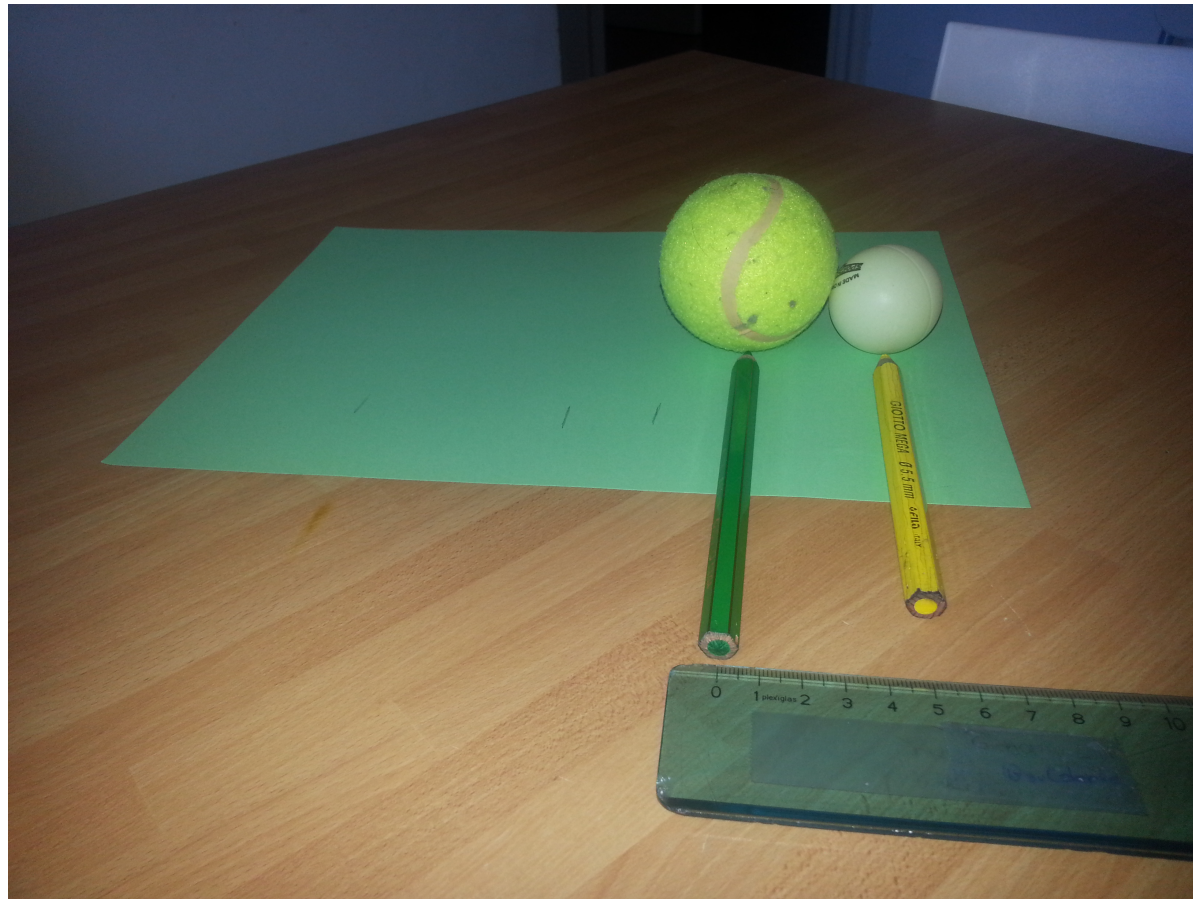
Il raggio r_2 è proporzionale al raggio r_1 secondo il fattore $r_2 = \frac{r_1 \cdot (k+1)}{(k-1)}$

come cresce il raggio?



I raggi dei cerchi inseriti formano una progressione geometrica di ragione $q = \frac{(k+1)}{(k-1)}$

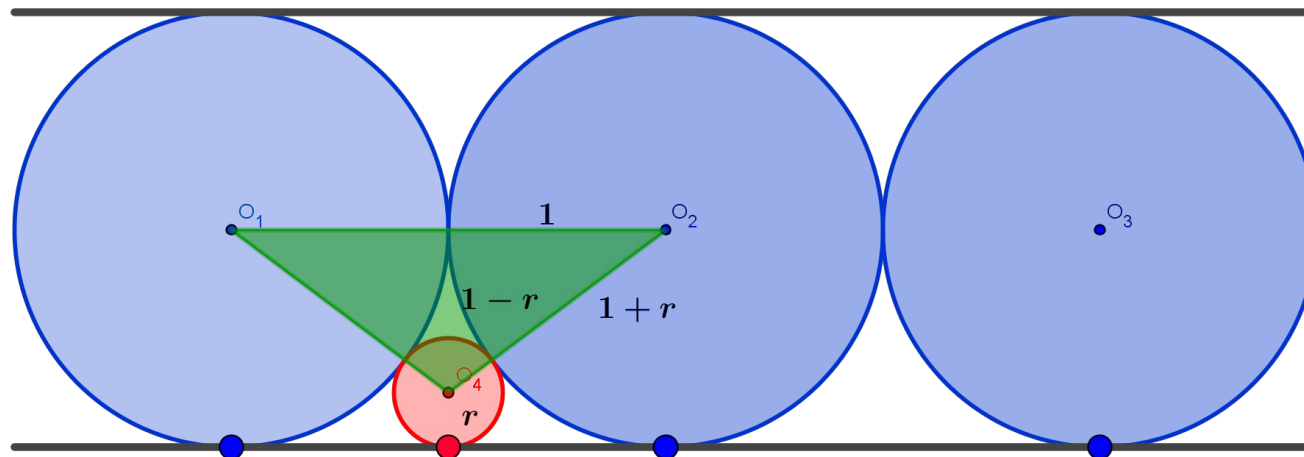
La formula permette di misurare sfere



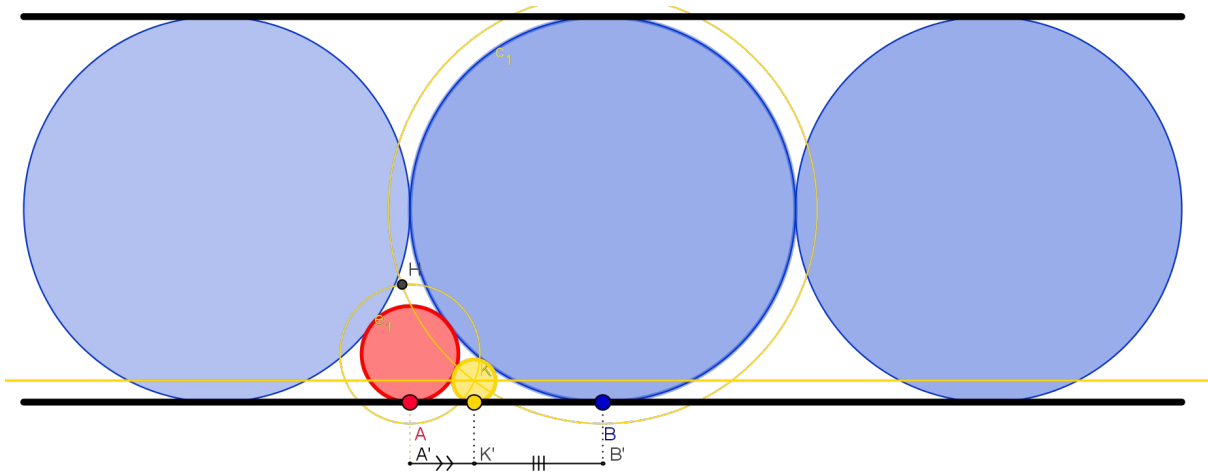


tangenza a due rette non parallele

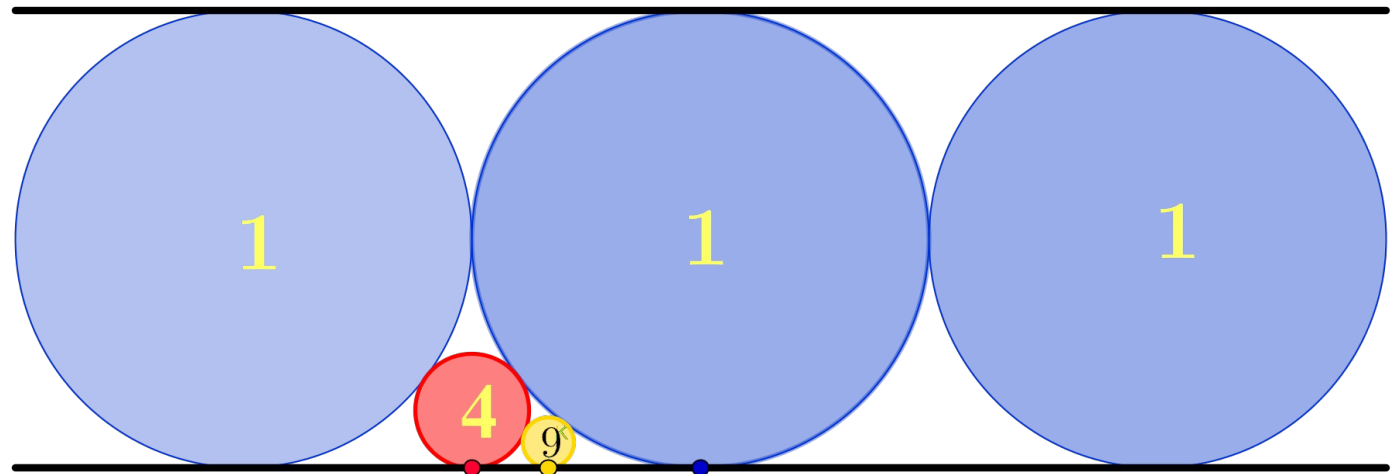
Striscia parallela



striscia parallela

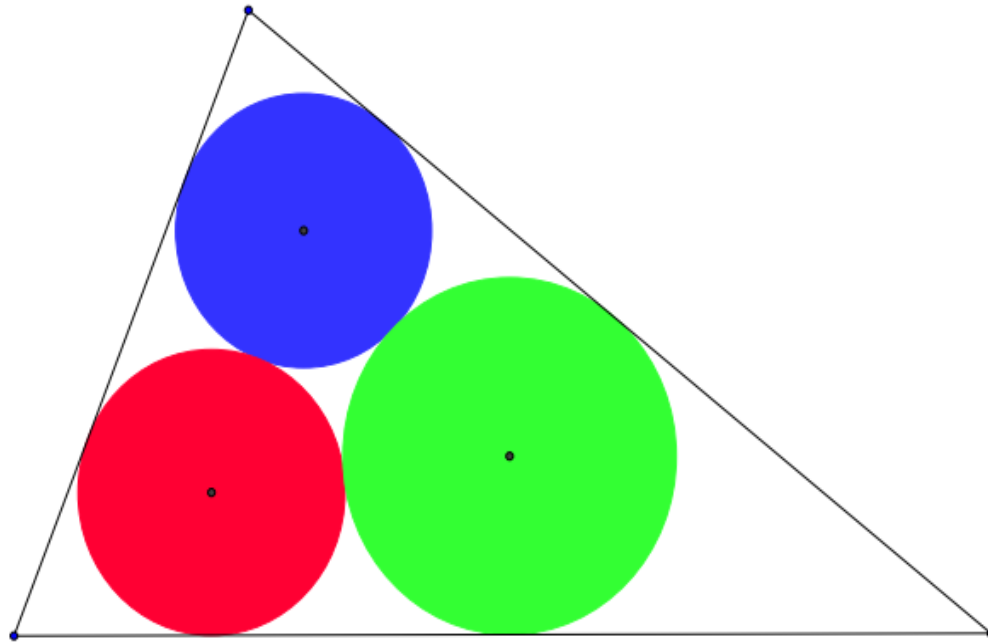


$$\sqrt{\frac{1}{r_3}} = \sqrt{\frac{1}{r_2}} + \sqrt{\frac{1}{r_1}}$$

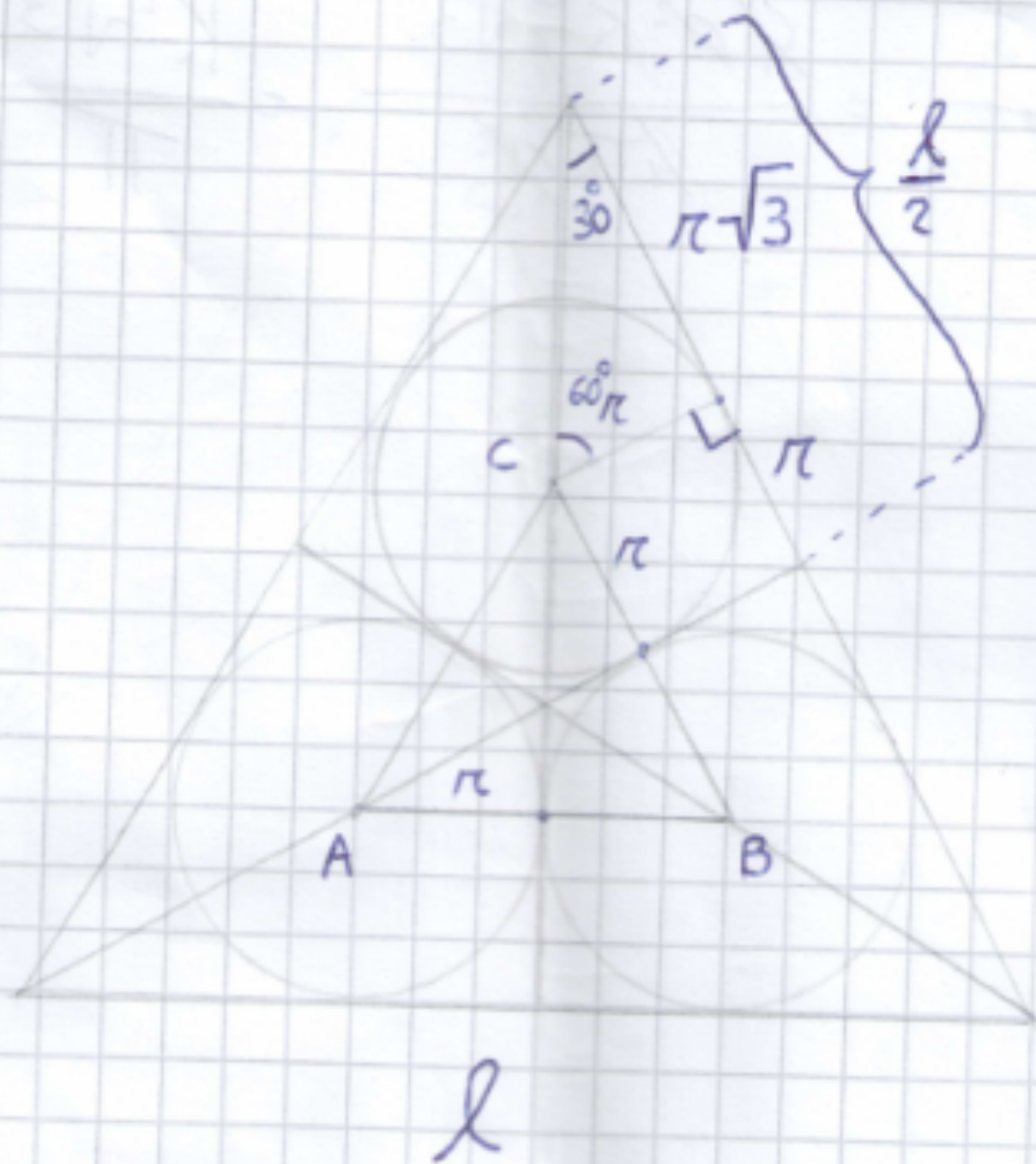


Liceo Pellecchia e il Problema di Malfatti

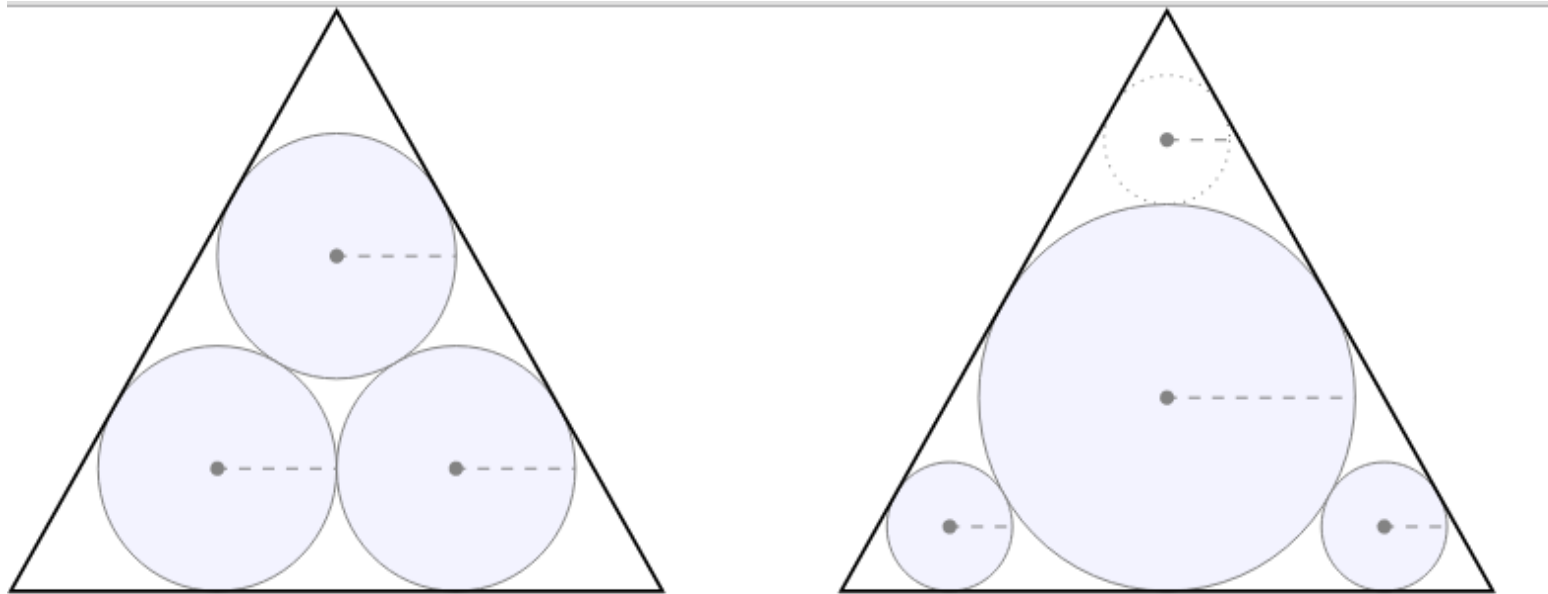
Amalia Maurizio e Cinzia Vettese



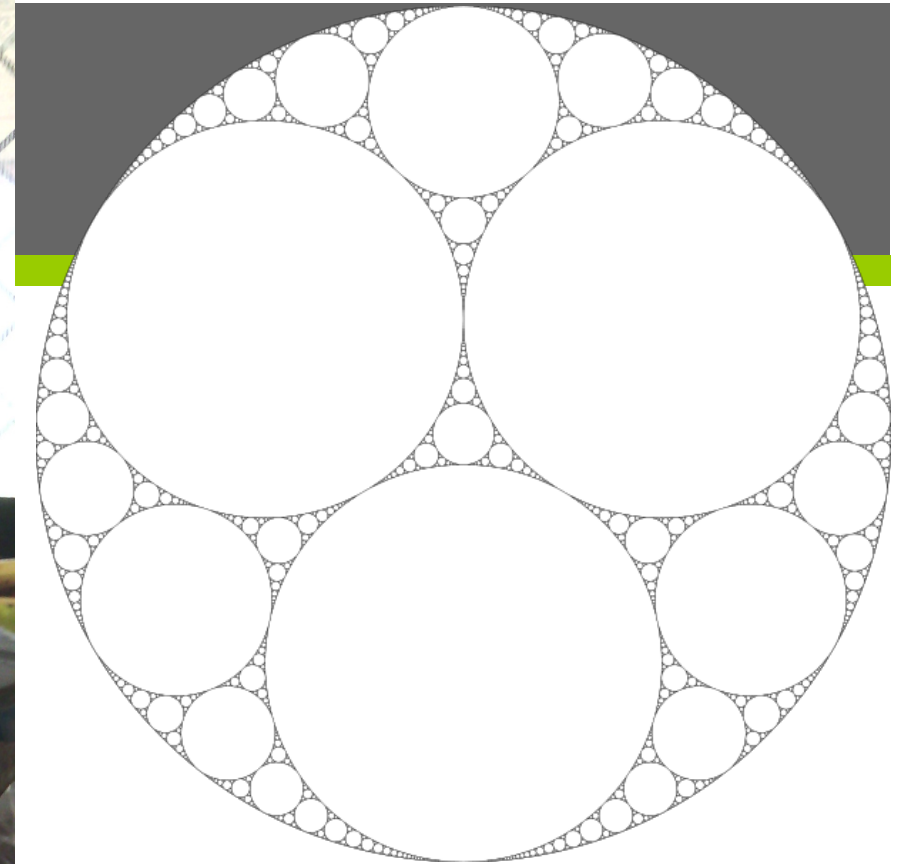
il *marble problem*: “Dato un triangolo, come costruisci in esso tre cerchi non sovrapposti di area totale massima?”



Liceo Pellecchia e il Problema di Malfatti



H. Lob and H.W. Richmond mostrano che in un triangolo equilatero il cerchio iscritto e due piccoli cerchi iscritti negli angoli hanno area complessiva piú grande dei cerchi della configurazione di Malfatti.



Anita