

# I matematici e la formazione degli insegnanti in Italia nel primo Novecento



Roma 8.6.2012

Livia Giacardi

Dipartimento di Matematica – Università di Torino



Il mio intervento sarà articolato in due parti:

- nella prima presenterò una breve storia delle *Scuole di Magistero* in Italia dal 1875 al 1920, (decreti più significativi, contributi dell'Associazione Mathesis, dibattiti fra i matematici, ...)
- nella seconda illustrerò il punto di vista di alcuni matematici sulla formazione degli insegnanti e i loro contributi.



*Le Scuole di Magistero*  
**1875-1920**



**1875** - il ministro **Ruggero Bonghi** instituì le *Scuole di Magistero*, che sopravvissero fino al **1920** quando ne fu decretata la loro **soppressione**.

Nel 1875-76 su 21 Università solo **8** istituirono le Scuole di Magistero e c'erano solo **3 corsi di Matematica**:

Pavia (Felice Casorati, dir. Cantoni)  
Pisa (Cesare Finzi, dir. Betti)  
Roma (G. Battaglini, dir. Beltrami)  
[BUMPI 1876, II, pp. 372–373]

La loro storia è particolarmente tormentata come mostra il gran numero di decreti che le riguardano.

### Principali provvedimenti legislativi

[Gazzetta.Uff. R., 1875-1904, M.P.I. Boll. Uff. 1875-1923]

R.D. 11 ottobre 1875, R. Bonghi **Istituzione delle Scuole di Magistero** nelle principali università del Regno

Circ. 21 febbraio 1876, R. Bonghi Primi finanziamenti concessi in via eccezionale. Creazione della Sezione di Matematica.

Circ. 4 novembre 1884, M. Coppino Il diploma delle *Scuole di Magistero* diventa titolo preferenziale per la nomina nelle scuole secondarie.

R.D. 30 dicembre 1888, P. Boselli Frequenza quadriennale dei corsi di matematica presso le *Scuole di Magistero*.

R.D. 29 novembre 1891, P. Villari Nuove modifiche: introduzione di conferenze di didattica generale; tirocinio presso scuole secondarie (presto abolito).

R.D. 13 marzo 1902, N. Nasi Ripristino del tirocinio biennale obbligatorio.

R.D. 6 dicembre 1903, V.E. Orlando Introduzione delle conferenze di pedagogia e di legislazione scolastica comparata.

R.D. 8 agosto 1920, B. Croce **Soppressione delle Scuole di Magistero** universitaria e istituzione dei Corsi d'esercitazione di tipo scientifico e pratico obbligatori.

R.D. 24 novembre 1921, O.M. Corbino **Creazione della laurea "mista" in scienze fisiche e matematiche** allo scopo di abilitare i giovani all'insegnamento delle materie scientifiche nelle scuole secondarie.

**1875**

# Ambiguità

Art.32 *Il corso delle scuole di Magistero consiste, oltre che negli studi richiesti per la corrispondente laurea, in esercitazioni speciali dirette a produrre negli studenti l'attitudine alla ricerca e alla esposizione originale e propria di quella disciplina che vogliono professare*  
Art.33. ... *Di più egli seguirà un corso sui limiti e sui metodi dell'insegnamento delle scienze instituto dal Ministro ...* [GU 1875, p. 6835]

**1885**

CSPI nominò una Commissione (Cremona, Beltrami)

Rapporto: importanza della preparazione professionale degli insegnanti, studio dei fondamenti della matematica e dell'analisi dei metodi

**1888**

Art 2. *La Scuola di Magistero ha per fine la preparazione pratica all'insegnamento secondario ...* [GU 1889, p. 219]

<http://www.subalpinamathesis.unito.it/storiains/it/doc/form1.pdf>

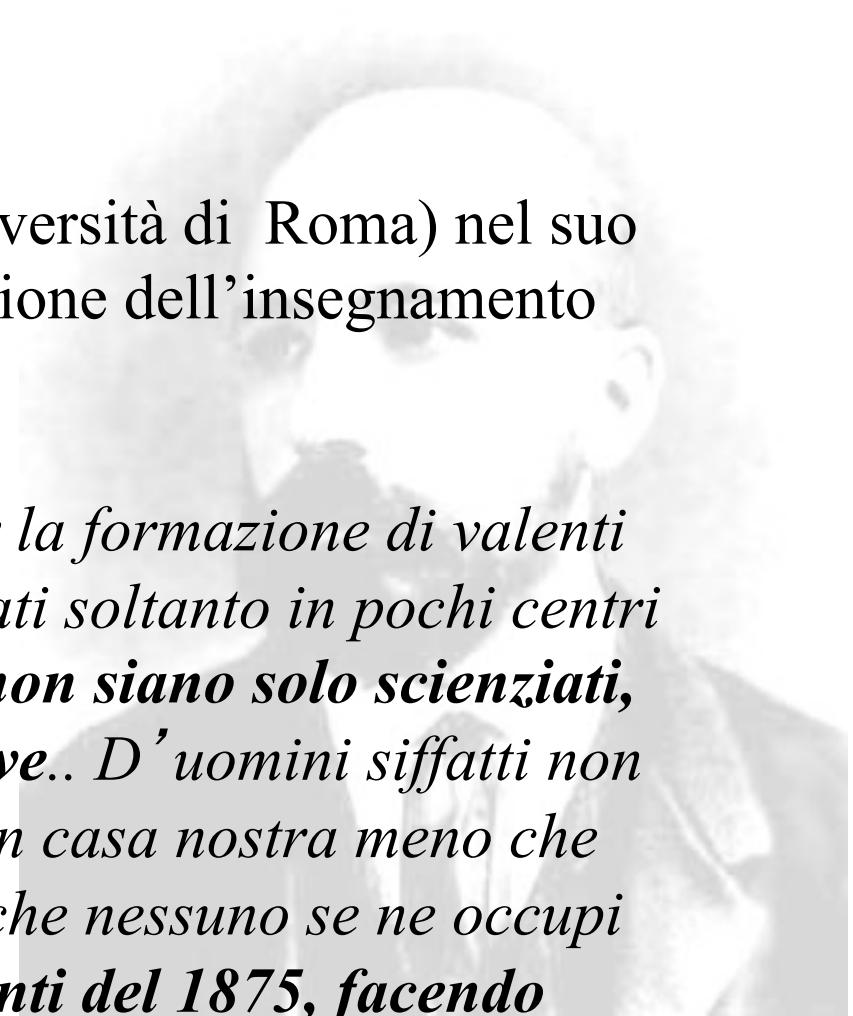
The screenshot shows the homepage of the Subalpina Mathesis website. At the top, there's a navigation bar with links for Home, Istruzione, S. Bettazzi, S. Ivrea, Attività, Pubblicazioni, Storia insegnamento, Risorse e materiali, and Premio Peano 2009. Below the navigation is a large blue banner with the text "ASSOCIAZIONE SUBALPINA MATHEESIS". To the left, there's a sidebar with sections for "IN EVIDENZA" (including "Premio Peano 2009", "MATH 2009", and "A teatro con..."), "MATH XX (sez. Bettazzi)" (with a link to "I Tornei olimpici di matematica"), and "MATH XX (sez. Ivrea)" (with a link to "I Tornei olimpici di matematica"). The main content area has several columns of text and links related to conferences, seminars, and publications. On the right side, there are social media links for Facebook and Twitter, along with a small portrait photo.

# Testimonianze di un pedagogista e di un matematico

Saverio De Dominicis, pedagogista (Università di Pavia):

*«La scuola di magistero dunque in molte facoltà, che pure creano professori, manca; dove trovasi è una semplice illusione, perché non ha scopo a sé e distinto; sempre, anche ad essere ciechi, è incompleta. ... La scuola di magistero ... dovrebbe essere non la scuola di magistero di questa o di quella facoltà, ma la scuola di magistero per l'insegnamento secondario ... Scuola seria sarebbe questa; scuola che obbligherebbe professori vari a ponderare i problemi pedagogici ... È la scuola di magistero, non la facoltà, che può fare de' bravi insegnanti: la facoltà ha fatto e farà sempre de' giovani dotti, ma i giovani dotti non sono i professori ».*

[1882, pp. 184-185].



Il matematico **Luigi Cremona** (Università di Roma) nel suo rapporto al Senato sulla riorganizzazione dell'insegnamento superiore affermava:

*«L'alto interesse che lo Stato ha per la formazione di valenti maestri, esige che questi siano educati soltanto in pochi centri ... sotto la direzione d'uomini che non siano solo scienziati, ma anche maestri nelle arti educative.. D'uomini siffatti non v'è abbondanza in nessun paese, e in casa nostra meno che altrove, perché da gran tempo pare che nessuno se ne occupi In ciò appunto errarono i regolamenti del 1875, facendo soverchia fidanza con la scienza pedagogico-didattica de' nostri professori ».*

[Relazione, 1.3.1885, p. 85]

## D.R. n.711, 29 novembre 1891, P. Villari [GU, p. 80]

I corsi (al minimo di due anni) hanno come scopo principale quello di «**rendere gli studenti esperti nell'arte di insegnare**» nei diversi tipi di scuole secondarie (Art. 2).

Si raccomanda

- un **periodo di tirocino obbligatorio nelle scuole secondarie**,
- l'introduzione di **conferenze di didattica generale**, da affidarsi «unicamente a coloro che abbiano acquisito una lunga pratica nell'insegnamento secondario» (Art. 5).

Nelle conferenze a carattere didattico:

«Il professore dovrà :

1. Esporre il **metodo** da seguire nelle scuole secondarie per l'insegnamento della materia, determinandone l'estensione e i limiti,
2. fare eseguire agli allievi dei **lavori pratici** (lezioni nelle *Scuole di Magistero*, e in una scuola secondaria) che li abituino all'applicazione del metodo insegnato.
3. Far conoscere ed **esaminare i migliori manuali scolastici** per le scuole secondarie»

# Difetti delle *Scuole di Magistero*

Le *Scuole di Magistero* nella maggior parte dei casi si rivelarono del tutto **inadatte** ad affrontare in modo serio il problema della formazione degli insegnanti.

Le ragioni sono molteplici :

- ➔ i professori che vi insegnavano erano gli stessi dei corsi istituzionali ed erano poco preparati su questioni pedagogiche e di metodo.
- ➔ le strutture (biblioteche, laboratori, etc.) e il materiale didattico erano spesso inesistenti.
- ➔ il numero delle ore previste era inadeguato (1 ora alla settimana) e i finanziamenti insufficienti.
- ➔ scarsa interazione fra mondo universitario e quello degli insegnanti secondari.

Nel **1894 Gino Fano**, allievo di Corrado Segre, sottolineava le scarse interazioni fra il mondo universitario italiano e quello degli insegnanti secondari e descriveva le iniziative promosse da **Felix Klein** proprio per affrontare questo problema:

*«ogni anno nelle vacanze Pasquali gli insegnanti delle scuole secondarie sono invitati a riunirsi, quelli delle province orientali a Berlino, quelli delle province occidentali a Gottinga; e lì rimangono circa quindici giorni, a contatto degli insegnanti universitari. Conferenze e lezioni permettono da un lato ai numerosi convenuti di tenersi al corrente dei tanti e tanti progressi che la scienza va continuamente facendo, mentre d'altra parte anche gli insegnanti di Università hanno modo di rendersi conto esatto dei bisogni e dei desideri dei primi. ».*

[Fano 1894, p. 181-182]

# **La *Mathesis* e la formazione degli insegnanti**

Nel **1895-96** fu creata a Torino la *Mathesis*, una associazione di insegnanti di matematica, allo scopo di realizzare «*il miglioramento della scuola e il perfezionamento degl'insegnanti, sotto il punto di vista scientifico e didattico*». [PM 1896, p. 161]

Il problema della formazione professionale degli insegnanti fu, fin dall'inizio, uno dei temi di dibattito più importanti.

## **Principali interventi sulla formazione degli insegnanti nei congressi della Mathesis**

<http://www.subalpinamathesis.unito.it/storiains/it/congressi.php>

**Congresso di Torino (1898)** L. Certo (*Modifiche opportune nell'ordinamento degli studi matematici universitari*) propone di attivare corsi universitari di fondamenti, di storia delle matematiche e di logica matematica (PM 1899, pp. 107-116).

**Congresso di Livorno (1901)** G. Pittarelli (*Modificazioni da introdursi nell'insegnamento matematico superiore per la preparazione degli insegnanti secondari*) ripropone il progetto, già avanzato da L. Cremona, di creare una Facoltà filosofica che unisse Lettere, Filosofia e Scienze (Atti, pp. 137-164).

Adunanza preparatoria,

**Bologna (1903)** S. Pincherle propone l'istituzione, dopo il primo biennio universitario, di una scuola speciale che porti ad una Laurea didattica, distinta da quella in Matematica pura (BM 1903, p. 14).

**Congresso di Napoli (1903)** G. Costanzi (*Convenienza di rendere non obbligatoria la laurea in Matematica a chi vuol conseguire il Diploma di Magistero per le scuole medie*) segnala l'importanza delle matematiche elementari dal punto di vista superiore nella formazione degli insegnanti, come pure della matematica applicata (Atti, pp. 38-55).

**Congresso di Firenze (1908)** C. Arzelà, G. Pittarelli, L. Certo (*Preparazione degli insegnanti di matematica delle scuole medie*) o.d.g. di A. Padoa (G. Peano, G. Loria) in cui si disapprova la distinzione di due lauree in matematica, scientifica e didattica; propone di istituire alcune cattedre apposite di tipo storico e critico (Atti, p. 55).

**Congresso di Padova (1909)** o.d.g. di G. Loria e A. Padoa in cui si chiede di istituire cattedre universitarie di metodologia matematica, e di rendere obbligatorio, per i futuri insegnanti il tirocinio presso una scuola media (Atti, p. 51).

**Congresso di Genova (1912)** Castelnuovo invita l'Assemblea a formulare una proposta relativa alla migliore organizzazione delle Scuole di Magistero e alla distinzione fra laurea scientifica e laurea didattica (Atti, p. 88).

**Congresso di Trieste (1919)** G. Voghera (*Sulla preparazione degli insegnanti*) o.d.g. di S. Pincherle che propone che sia istituito un corso di matematica elementare dal punto di vista superiore nel secondo biennio universitario per i futuri insegnanti e che per gli stessi sia rafforzato l'insegnamento della fisica nelle università (PM 1920, p. 62).

R.D. 8 agosto 1920, Croce Soppressione delle Scuole di Magistero

**Congresso di Napoli (1921)** G. Fano (*Le Scuole di Magistero*) o.d.g. di G. Fano che propone la ricostituzione delle Scuole di Magistero (PM 1922, p. 110).

I congressi della Mathesis fanno emergere **due punti di vista**:

→ Alcuni, come **S. Pincherle** (Bologna 1903) propongono l'istituzione, dopo i primi due anni di università, di una scuola speciale che conduca ad una **laurea didattica**, distinta dalla **laurea in matematica pura** (proposta condivisa da **G. Castelnuovo** e da **F. Enriques**)



Propone per i futuri insegnanti un apposito **corso di Metodologia matematica**, in cui passare in rassegna tutti i capitoli della matematica elementare sottoponendoli ad un esame approfondito.

### **1899-900 - 1920-21 Lezioni presso le Scuole di Magistero dell' Università di Bologna.**

Dalle sue relazioni annuali emerge l' importanza annessa alle matematiche elementari dal punto di vista superiore e il progressivo aumento dell' interesse verso questioni relative ai principi e ai fondamenti della scienza, e a questioni di metodo.

sottoscritto, infine l'ultima parte  
delle redatte si dedicava all'  
analisi e discussione di appre-  
priati esercizi.

La prima conferenza fu dedicata  
all'esplorazione d'unione di dati che  
di principi generali di metodologia.  
nelle conferenze successive si trattò:

- 1) De' problemi di geometria  
risolti mediante l'algebra,

- 2) De' numeri complessi e dell'  
loro generalizzazioni;

- 3) delle equazioni contenenti divisioni.

- 4) Id. contenenti radici.

- 5) Di' problemi di costruzione di cerchi  
determinati da certe condizioni.

1° Contatto

- 6) De' numeri frazionari.

- 7) Delle geometrie non euclidianee  
(di 4 conferenze)

- 8) Di' costruzioni di varie curve

- 9) Del calcolo geometrico secondo  
Ramus,
- 10) Dell'equivalenza,
- 11) Della misura dei volumi
- 12) Della ciclometria

In fine, nella conferenza d'chiuse  
m'è parlato dell'indirizzo da mani  
leli: 1° G. S. 2° A. S. nel e altri, e si  
sono dati consigli e unno per l'in-  
segnamento.

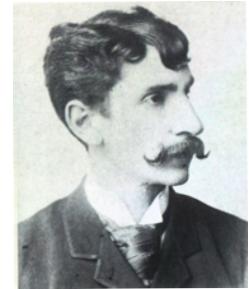
Prof. S. Pincherle  
incaricato della Scuola di  
Magistero per la Matematica  
presso la Facoltà di Scienze  
della R. Università di Artogna

Bolzaneto Giugno 1913.

[ASUB]

→ Altri, come **A. Padoa**, sostenuto da G.**Loria** e da **Peano**, (Firenze 1908, Padova 1909) **disapprovano la distinzione in due lauree**, piuttosto ritengono urgente il potenziamento delle Scuole di Magistero.

Propongono di istituire una **cattedra di Metodologia matematica** (l'esame dei metodi e il loro adattamento alle esigenze didattiche, l'analisi dei manuali scolastici, i giochi matematici e l'uso della storia delle matematiche).



*«Il nuovo corso universitario da noi suggerito servirebbe, a parer nostro, a colmare il deplorevole abisso che oggi separa l'insegnamento universitario dall'insegnamento secondario, ... che F. Klein ha recentemente designato come 'sistema del duplice oblio': oblio da parte dello studente universitario di quanto studiò nelle scuole secondarie, oblio dell'insegnante secondario di tutto quello che lo occupò mentre trovavasi all'università » [Loria, Padoa 1909, A, pp. 3-4].*

**marzo 1919** - nell' ambito dei lavori di una Commissione del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione, Pincherle auspicherà nuovamente

- la **differenziazione fra laurea scientifica e laurea didattica**
- l' istituzione di “un **insegnamento di matematiche elementari avente carattere critico, didattico e metodologico**”,
- La **riduzione dei programmi di matematica superiore**, con diversa trattazione:

*”Con ciò non si vuol dire che fra la matematica elementare e gli studi superiori vi sia antinomia. Questi sono necessari a quella, e senza un corso di Analisi Superiore, di Geometria Superiore, non può essere proiettata la necessaria luce su molti punti degli elementi. Ma in questi stessi corsi superiori è diversa l’intonazione, che conviene alle due categorie di candidati: per il futuro scienziato si richiede in essi un carattere eminentemente monografico; preferibilmente propedeutico, invece, per chi si avvia all’insegnamento”.*

## Alcuni dati

**1901** - popolazione totale in Italia 32.475.200  
su una popolazione ragazzi fra i 15 e i 19 anni di 3.020.200, circa **93.000**  
frequentavano i vari tipi di scuole secondarie pubbliche (inferiori e  
superiori), circa **50.000** quelle private.

**1909** – gli insegnanti di matematica di scuole secondarie pubbliche erano  
826, di cui 312 insegnavano al *ginnasio–liceo* [BUMPI 1909, pp. 894–932;  
*Sommario di statistiche storiche ...* 1976, p. 12; CAI 1947, Tab. V, VI, XIII, XIV]

## Frequenza alle Scuole di Magistero

Torino:

1887-1888: 9 uomini; 1888-1889: 12 uomini, 1 donna; 1889-1890: 12  
uomini, 2 donne; 1890-1891: 12 uomini, 1 donna; 1906-1907: 3 uomini, 10  
donne; 1907-1908: 4 uomini, 13 donne; **1921-1922: 2 uomini, 11 donne.**

See [ASUT]

Bologna:

1912-1913: 4 uomini, 12 donne; 1914-1915: 7 uomini, 13 donne;  
1916-1917: 1 uomo, 19 donne; **1917-1918: 19 donne** [ASUB]

**Roma: 1914-1915: 4 uomini, 25 donne** [ASUR].

## **Le Scuole di Magistero sono sopprese** **[Croce, D.R. 8 agosto 1920]**

Proteste vigorose provengono in ambito *Mathesis*:

**Loria** deprecava “l’ improvviso e violento provvedimento” affermando che le Scuole di Magistero costituivano “**un ponte, l’ unico esistente fra insegnamento superiore ed insegnamento medio**”. [1921, p. 149]

**Fano** (Napoli 1921), formulava un ordine del giorno in cui chiedeva

- la ricostituzione e il potenziamento delle Scuole di Magistero per la Matematica,
- l’ istituzione di corsi di *Vedute superiori sulle matematiche elementari* con rilievo *all’aspetto storico, critico, metodologico, didattico*,
- invitava le facoltà ad accogliere **tesi di laurea** sulle matematiche complementari
- sollecitava i colleghi ad avviare il **tirocinio** nelle scuole secondarie, senza attendere decreti ministeriali. [1922, p. 103,109].

# **Corrado Segre (1863-1924)**

## **Le lezioni alla Scuola di Magistero**

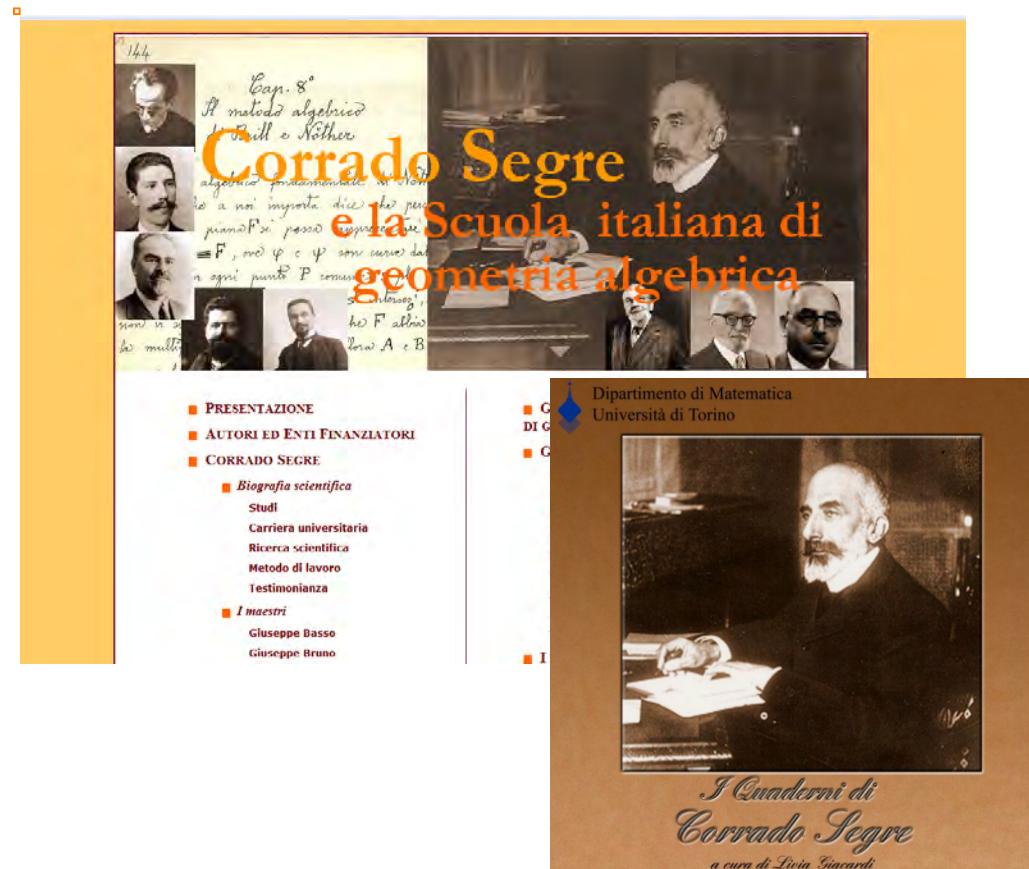


Parallelamente al suo corso istituzionale di geometria superiore **Segre insegnò anche per 19 anni** (dal 1887-88 al 1891-92 e dal 1907-08 al 1920-21) alla **Scuola di Magistero**, annessa alla **Facoltà di Scienze di Torino**, e ne fu nominato **direttore nel 1916.**

## 40 quaderni manoscritti (1888-1924)

- preziosa testimonianza dell'abilità didattica di Segre,
- importante documento storico sulla sua attività di ricerca di cui costituiscono talora «uno stadio preliminare», talora un «riflesso»

[Terracini 1953, p. 261]



<http://www.dm.unito.it/collanacdrom/segre/segre.html>

■ Quali fattori spinsero Segre, matematico impegnato soprattutto a preparare i giovani alla ricerca, a interessarsi della formazione dei futuri insegnanti?

→ **L'influenza di Felix Klein** (con cui Segre corrispondeva dal 1883 [49 lettere, 1883-1923] e che incontrò a Göttingen nel 1891)

→ **L'ambiente torinese era molto stimolante** grazie alla presenza della Mathesis e della Scuola di Peano che era particolarmente sensibile ai problemi connessi con l'insegnamento.

→ l' esempio del maestro **D' Ovidio.**



*Lezioni di geometria non euclidea (1902-1903)*

*Vedute superiori sulla geometria elementare (1916-17)*

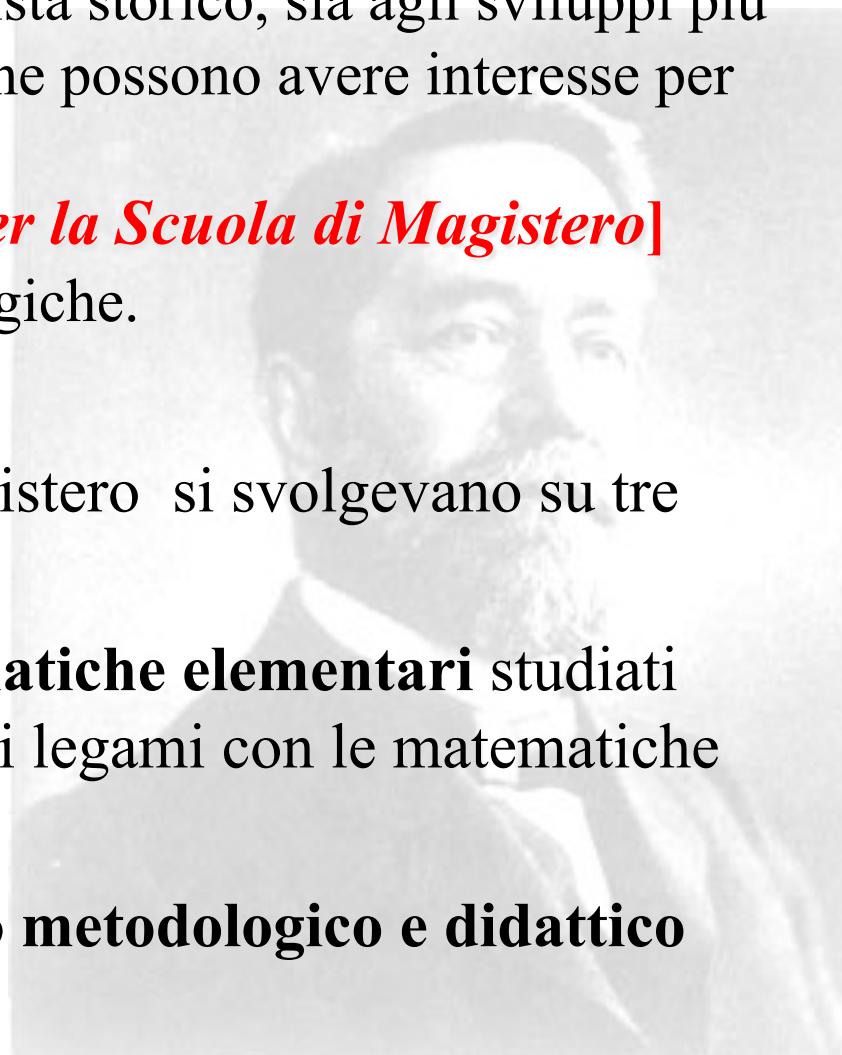
affronta con attenzione sia al punto di vista storico, sia agli sviluppi più recenti, temi di geometria elementare che possono avere interesse per il futuro insegnante.

*[Appunti relativi alle lezioni tenute per la Scuola di Magistero]*

tratta di questioni didattiche e metodologiche.

Le lezioni di Segre alla Scuola di Magistero si svolgevano su tre piani, teorico, metodologico e pratico:

- da un lato riprendeva temi di **matematiche elementari** studiati nella scuola secondaria, evidenziando i legami con le matematiche superiori
- dall'altro affrontava questioni di tipo **metodologico e didattico** (rigore, metodi di insegnamento, ...)
- **lezioni-laboratorio.**





R. UNIVERSITÀ DI TORINO

Facoltà di SCIENZE FIS. MAT. E NAT.

Registro delle Lezioni della Sc.

dette dal Sig. Prof. C. Segre  
nell'anno scolastico 1907

ARGOMENTO DELLA LEZIONE

La Matematica e l'esperienza, la Matematica in relazione alle applicazioni. La Matematica logico-deduttiva.

Add 30 Nov. 1907

Firma dell'Insegnante  
C. Segre

ARGOMENTO DELLA LEZIONE

Segni dell'insegnamento elementare della Matematica. L'intuizione e i postulati.

Add 7 Dic. 1907

Firma dell'Insegnante  
C. Segre

ARGOMENTO DELLA LEZIONE

Seguito. Non occorre l'intuizione per gli esercizi di matematica.

Il rigore. Come si concilia collo stesso criterio didattico.

Osservazioni varie sul metodo.

Add 14 Dic. 1907

Firma dell'Insegnante  
C. Segre

ARGOMENTO DELLA LEZIONE

Norme per gli esercizi di matematica.

Sulla divisione delle figure (col sig. Artom)

Indirizzi bibliografici varie

Add 21 Dic. 1907

Firma dell'Insegnante  
C. Segre

ARGOMENTO DELLA LEZIONE

I numeri negativi  
(sig. Payrolieri)

Add 14 I 1908

Firma dell'Insegnante  
C. Segre

ARGOMENTO DELLA LEZIONE

Seguito (Sig. Lairo)

Add 16 I 1908

Firma dell'Insegnante  
C. Segre

|                                     |         |  |  |
|-------------------------------------|---------|--|--|
| 1890 - 91                           |         |  |  |
| Goritti alla g. super.              |         |  |  |
| Ramorino Angelo (n.d.g.)            | 22      |  |  |
| Maida Giacomo                       |         |  |  |
| Pano Gino                           | 30 lode |  |  |
| Brando Vincenzo                     |         |  |  |
| Saya Moteti Giuseppe (corso libero) |         |  |  |

Scuola di Magistero

Arnaut Cesare  
Bachelet

|                 |    |    |  |
|-----------------|----|----|--|
| Pallua Giuseppe | 1- |    |  |
| Tonkovite       | 7+ |    |  |
| Pano Gino       | 10 | 10 |  |
| Maida Giacomo   | 10 | 8  |  |
| Ramorino Angelo | 8  | 8  |  |
| Saya -          | 1  | 1  |  |

1890 - 91

Relazione sulle Conferenze di Magistero,  
sezione Matematica, 1907-08

Le conferenze furono 20, dal 30 Nov. 1907  
al 30 maggio 1908.

Era iscritti 17 giovani, cioè gli studenti  
del 5° corso di Matematica: Artom, Baggi, Lairo,  
Castasegna, Franchi, Marnetto, Peyrolieri; quelli  
del 4° corso: Buzzio, Capitelli, Colombo, Ellena,  
Mo, Ongilio, Raffo, Ricaldone, Steponi; e  
il dottore Rovelli.

Lo Steponi non venne mai.

Gli altri (3 uomini e 13 donne) furono tutti  
assidui. Credo inutile fissare con un voto il loro  
grado di diligenza. Il voto potrebbe oscillare fra 8 e  
10, ma non pur tutti si potrebbe fissare con qualche  
sicurezza.

Invece ho assegnato i seguenti voti per profitto  
in base alle conferenze dette dai giovani:

Peyrolieri 7, Lairo 8, Artom 9,  
Baggi 8, Franchi 8, Rovelli 9,  
Marnetto 8, Castasegna 8, Ricaldone 8,  
Capitelli 6.

Ho aperto io le sedi delle conferenze con alcune  
lezioni sui caratteri e sugli usi della Matematica  
in sé, e dal punto di vista dell'insegnamento;  
relazioni coll'esperienza e colla logica; norme  
varie per l'insegnamento elementare.

Le conferenze degli studenti furono su vari

- La Matematica e l'esperienza
- La Matematica in relazione colle applicazioni
- La Matematica come scienza esclusivamente logica
- Scopo dell'insegnamento matematico nelle scuole secondarie
- L'intuizione e i postulati
- Il rigore
- Sul metodo
- Sugli esercizi
- Bibliografia ragionata:

Trattati generali

Didattica

Didattica algebrica

Storie-Varia

Numeri frazionari, negativi, irraz.li

Costruzioni

Complementi di Mat. Elem.

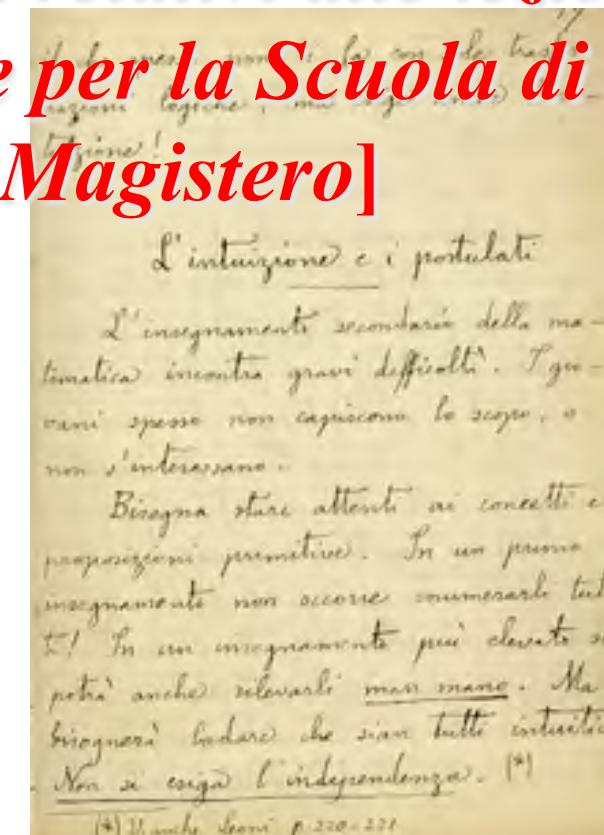
Trigonometria

Trattati di aritmetica e algebra

Trattati di geometria elem.e e scritti vari sui fondamenti

Esercizi

## [Appunti relativi alle lezioni tenute per la Scuola di Magistero]



Principali punti di riferimento di Segre, oltre a Klein:  
C. A. Laisant, E. Borel, J. Hadamard and H. Poincarè in Francia,  
P. Treutlein, M. Simon, in Germania.

## ■ Due modi di affrontare le matematiche

- si possono considerare in relazione alle applicazioni (Klein)
- oppure dal punto di vista esclusivamente logico (Peano, Hilbert)



*«Diciamo subito che questo 2° indirizzo ha una grande importanza, anche filosofica. Esso ha messo bene in evidenza che cosa è la matematica pura; ed ha contribuito molto a porre il rigore in varie parti della matematica. Ma, collo staccarsi dalla realtà, vi è il pericolo di finire con costruzioni, che pur essendo logiche, hanno troppa artificiosità, non possono avere importanza scientifica duratura»* [p. 13-14]

<sup>12</sup> volgere la Matematica nel segnente modo, viene esteso il concetto di numero. Nel <sup>13</sup> formale, o puramente logico-deduttivo. 1° indirizzo il numero frazionario si ha. Si pensano una o più classi di oggetti spezzando l'unità in parti; nel 2° e' (numeri; punti, rette, piani, ecc.), e invece una coppia di numeri interi, oppure delle relazioni fra essi (numero successivo, pure un operatore su numeri interi, ecc.). appartenersi di punto e retta, ecc.).

Si ammettono certe proprietà di queste classi e relazioni: proposizioni primitive (due punti appartengono ad una retta, ecc.). Poi, con sole deduzioni logiche si costruisce l'edifizio. Non importano i nomi che si danno alle classi: potrebbero anche prendersi fuori dei nomi ordinari. Le interpretazioni possono essere diverse: come si vede nella legge di dualità.

Non c'è più da occuparsi del mondo fisico.<sup>1)</sup> La differenza coll'indirizzo prima considerato appare ad es. nel modo come ha una grande importanza, anche filoso-

<sup>1)</sup> Niente figure! Antimatizzazione dell'Analisi.

[Appunti relativi alle lezioni tenute per la Scuola di Magistero]

## ■ Scopo della matematica:

insegnare « *a ragionar bene;*  
*a non contentarsi di parole vacue;*  
*a trarre conseguenze dalle premesse,*  
*a riflettere e scoprire da sé;*  
... *a parlare con precisione* » [p. 42]



Nell'insegnamento secondario la matematica «*deve nascere dal mondo esterno e poi a quello applicarsi*» [p. 15].

- Il primo approccio alla matematica deve essere sperimentale e intuitivo, così l'allievo imparerà «*non solo a dimostrare le verità già note, ma anche a fare le scoperte, a risolvere da sé i problemi*» [p. 16]... «*al rigore perfetto si può giungere più avanti. Può la gioventù procedere per gradi, come l'umanità*» [pp. 25-26].
- Presentare alcune applicazioni alle altre scienze, quali la fisica, l'astronomia, l'economia politica, la matematica finanziaria e la geografia (pp. 41, 42, 119) può servire a rendere più accattivante la materia e più motivato lo studio.

Segre preferisce

- il **metodo *euristico* per l'esposizione della materia** perché permette all'allievo di scoprire da solo le verità matematiche,
- il **metodo *analitico* per le dimostrazioni** perché gli permette di entrare nell'«officina matematica» e di capire il perché di ciascun passo della dimostrazione,
- il **metodo *genetico* per lo sviluppo delle teorie**, perché sviluppando una teoria a partire dal modo in cui si è formata costituisce un buon avviamento alla ricerca scientifica.

Tuttavia Segre sottolinea l'importanza di **variare i metodi** e soprattutto di sceglierli in base «all' argomento, la scolaresca e il tempo disponibile» [p. 44].

(5) (p.26) Reйт p.32 e seg., contrappone: 1° nella forma dell'esposizione il metodo espositivo (dogierend) al metodo euristico<sup>(10)</sup> (interrogativo, al modo dei dialoghi di Socrate); v. esempio in Reйт p.33 (v. anche qui a p.66 utaz. di un passo di Platone); 2° nelle dimostrazioni o soluz. di problemi il metodo sintetico e il metodo analitico (Reйт p.39 e seg. con esempio); 3° nello svolgimento delle singole teorie e nel loro collegamento, il metodo euclideo (o dogmatico) e il metodo genetico (Reйт p.42 e seg., con esempi, p.8-a p.46). V. altri esempi in Reйт p.48 e p.53. La terna più efficace è: euristico-analitico-genetico; ma non sempre sarà conveniente, anche gli altri metodi han vantaggi. Sarà da alternare,

## ■ **Scopo principale dell'insegnamento:** sviluppare sia le capacità di ragionamento, sia l'intuizione

- **giusto equilibrio tra rigore e intuizione**

→ I postulati su cui si basa lo sviluppo di una teoria **devono essere intuitivi e non devono necessariamente essere indipendenti** [p. 17]. Devono esse introdotti quando si rendano necessari in un ragionamento, senza bisogno di enunciarli tutti insieme all'inizio.

→ non bisogna dimostrare proposizioni intuitivamente evidenti [p. 20-21]

→ può essere utile dare abbozzi di dimostrazioni piuttosto che dimostrazioni rigorose, ma lunghe e pesanti:

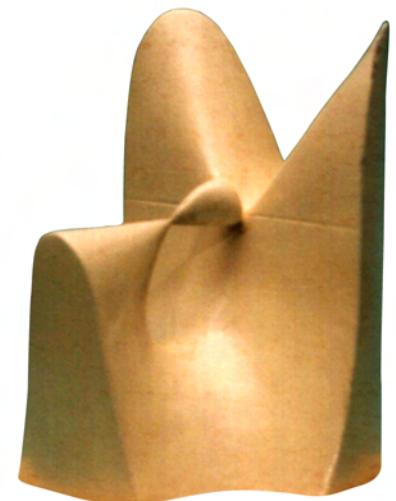
*«Un ... abbozzo, o dimostrazione non rigorosa potrà insegnare in che modo si fanno le scoperte, come si lavora coll'intuizione; oppure servirà a dare un'idea più sintetica, più facile da ricordare, della dimostrazione rigorosa che poi verrà esposta ... basta che si avvertano gli scolari che la dimostrazione esposta è incompleta »*  
[p. 25]

→ «definire al ragazzo con un lungo discorso delle cose che egli crede già di conoscere è annojarlo»

«*Stando al punto di vista esclusivamente logico si dovrebbe bandire nell'insegnamento elementare la parola linea o curva perché non si hanno gli strumenti per definirla. Ma ciò è assurdo!* [pp. 18-19]  
*Non definizioni rigorose, ma schiarimenti, quando la definiz[ione] sarebbe troppo difficile* ». [p. 46]

→ sottolineare l'insufficienza dell'intuizione per concepire certe nozioni [p. 43]

- per quanto concerne la geometria, Segre propone un insegnamento di tipo **sperimentale operativo** (Vailati) che utilizzi come sussidi didattici la carta millimetrata, il disegno o i modelli geometrici che consentono di «vedere certe proprietà che con il solo ragionamento deduttivo non si sanno ottenere» [Segre 1891]



# Consigli pratici

- ➔ «*Bisogna evitare di annojare!* [p. 24]
- ➔ *Si cerchi di stimolare l'attività di mente dello scolaro, piuttosto che la passività* [p. 26-27]
- ➔ *Si soddisfi qualche volta la domanda di una dimostraz[ione] che non si sarebbe data, ma che un giovane più intelligente possa capire* [p. 27]
- ➔ ***Preparazione perfetta alla lez[ion]e... Non dettare: usare un libro di testo ...***
- ➔ ***Pazienza con gli scolari; ripetere se non hanno capito; non scandalizzarsi per errori; cercar di persuadere gli scolari che tutti posson fare, che non occorre un'inclinazione speciale »*** [p. 42]
- ➔ Notizie storiche e matematica dilettevole



# A proposito degli esercizi

- ➔ « *I dati devono essere verosimili affinché lo siano anche i risultati* » [p. 28]
- ➔ *Si varino le notazioni e le figure.* Non accada che il giovane non sappia risolvere un'equaz[ione] solo perché l'incognita non si chiama  $x$ . O una dimostraz[ione] geom[etrica]a solo perché è cambiata la disposiz[ione] della fig[ura]. [p. 28]
- ➔ *I calcoli non siano troppo lunghi, non essendovi scopo a stancare la pazienza dei giovanetti* [p. 32]
- ➔ *Gli scolari han la tendenza a preferire le orizzontali e verticali (fatto fisiologico).* Si abituino a segnare triang[oli], ang[oli]i retti, ecc. senza tale particolarità. *Un quadrangolo non sia un rettangolo. Due parall[el]e non siano orizz[ontal]i. Ecc. Le figure non sian sempre disposte nello stesso modo.* » [p. 44]



# Segre adotta gli assunti pedagogici di Felix Klein



- ◆ colmare la frattura fra insegnamento secondario e universitario;
- ◆ introdurre nella scuola secondaria i concetti di **funzione** e **trasformazione**
- ◆ valorizzare le **applicazioni della matematica** alle scienze naturali;
- ◆ preferire nell' insegnamento il **metodo genetico**;
- ◆ considerare l' **aspetto storico** della disciplina;
- ◆ catturare l' interesse dell' allievo presentandogli la materia **in modo intuitivo**;
- ◆ dare maggiore spazio alla ‘matematica esatta delle relazioni approssimate’ (*Approximationsmathematik*);
- ◆ dare risalto nella formazione degli insegnanti alle **matematiche elementari considerate da un punto di vista superiore**.

# Altri corsi presso le Scuole di Magistero

Bologna

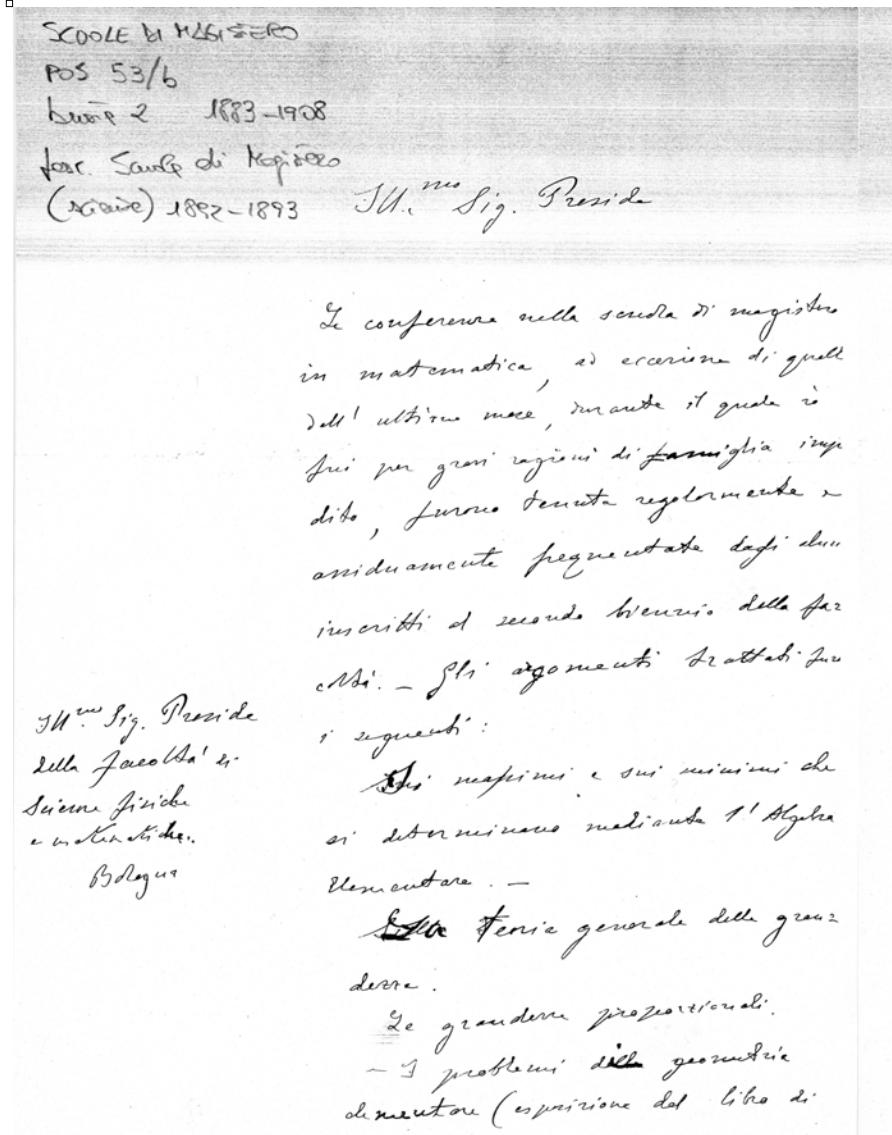
1892-93 - 1898-1899

Cesare Arzelà (1847-1912)

ASUB, 1893: “*Sui massimi e sui minimi che si determinano mediante l’Algebra elementare. Teoria generale delle grandezze. Le grandezze proporzionali. I problemi della geometria elementare (esposizione del libro di Petersen). I numeri negativi. Oltre a qualche discussione sui libri di testo*”.

1899-1900 - 1920-21

Salvatore Pincherle (1853- 1936)



**Roma**

**dal 1908-1909** - Giulio Pittarelli (1852-1934), prima insegnante di scuola secondaria e poi professore presso l' università.

Testi di riferimento:

- i *Grundlagen der Geometrie* (1899) di Hilbert,
- le *Questioni riguardanti le matematiche elementari* di Enriques
- i manuali di Enriques e Amaldi [ASUR]

### **Congresso Mathesis (Livorno, 1901) -**

*Modificazioni da introdursi*

*nell'insegnamento matematico superiore per la preparazione degl'insegnanti secondari:* dopo un excursus storico e una panoramica sulla formazione degli insegnanti in Europa, Pittarelli sostiene l'importanza che i futuri insegnanti abbiano una **cultura non solo scientifica, ma anche umanistica** e propone di rendere **obbligatori anche alcuni corsi della facoltà di lettere e filosofia**. [Pittarelli 1902: 27]

| ARGOMENTO DELLA LEZIONE                                     | ARGOMENTO DELLA LEZIONE                       |
|---|---|
| <i>no che matematica può avere<br/>una teoria compiuta.</i> | <i>no.</i>                                    |
| Addr. S. Storchi 1908                                       | Addr. 19. XII. 1908                           |
| Firma dell'insegnante<br><i>G. Pittarelli</i>               | Firma dell'insegnante<br><i>G. Pittarelli</i> |

| ARGOMENTO DELLA LEZIONE                       | ARGOMENTO DELLA LEZIONE                       |
|---|---|
| <i>riprese sui "Geometrie" di<br/>Hilbert</i> | <i>no.</i>                                    |
| Addr. S. Storchi 1908                         | Addr. 22. XII. 1908                           |
| Firma dell'insegnante<br><i>G. Pittarelli</i> | Firma dell'insegnante<br><i>G. Pittarelli</i> |

| ARGOMENTO DELLA LEZIONE  | ARGOMENTO DELLA LEZIONE                       |
|--|---|
| <i>Storia.<br/>Insegnanti elementari si segnino<br/>in grammativa.</i> | <i>no.</i>                                    |
| Addr. 2. XII. 1908   | Addr. 5. febb. 1909                           |
| Firma dell'insegnante<br><i>G. Pittarelli</i>                          | Firma dell'insegnante<br><i>G. Pittarelli</i> |

## **Padova**

**Giuseppe Veronese (1854-1917)** raccolse le lezioni tenute alle Scuole di Magistero dell' Università di Padova nel trattato *Fondamenti di geometria a più dimensioni e a più specie di unità rettilinee esposti in forma elementare* (1891),

- **opera complessa, con ricerche originali, e con un' esposizione spesso oscura**, non adatta ad un corso di formazione per insegnanti di scuola secondaria.
- ampia prefazione con considerazioni di carattere didattico e metodologico
- appendice con uno studio storico sui fondamenti della geometria,



# **Formazione degli insegnanti nei corsi tradizionali**

**Guido Castelnuovo (1865-1952)** propone in alcuni dei suoi corsi di Geometria all' Università di Roma temi adatti “*a mettere in luce i rapporti fra le matematiche elementari e le matematiche superiori*”.

*“In alcune Università della Germania, per impulso specialmente del Klein, si tengono, durante le vacanze primaverili, dei corsi di poche lezioni, dedicati ai professori delle scuole medie. Non si potrebbero istituire dei corsi analoghi anche nelle nostre Università? ”* [G.C. 1909]

- - *Geometria non-euclidea* (1910-11),
- - *Matematica di precisione e matematica di approssimazione* (1913-14),
- - *Indirizzi geometrici* (1915-16),
- - *Equazioni algebriche* (1918-19),
- - *Geometria non euclidea* (1919-20)

- **Importanza della storia della matematiche:**

“Interesse della storia della matematica anche per l’ insegnamento secondario. ... Oggi prevale negli insegnanti la preoccupazione logica; inconvenienti dell’ eccessivo criticismo. Come la storia della matematica e in generale della scienza metta in luce vantaggi e difetti della costruzione puramente logica. Periodo di sviluppo della matematica e periodo di assestamento.” [1918-19, p. 3].

- **Importanza delle matematiche elementari dal punto di vista superiore:**

“ $\alpha$ ) Interesse didattico

$\beta$ ) Interesse per la cultura, tenendo conto dei vari metodi che hanno servito a studiare la geometria non euclidea (elementare, differenziale, gruppale, proiettivo).

$\gamma$ ) Interesse filosofico:

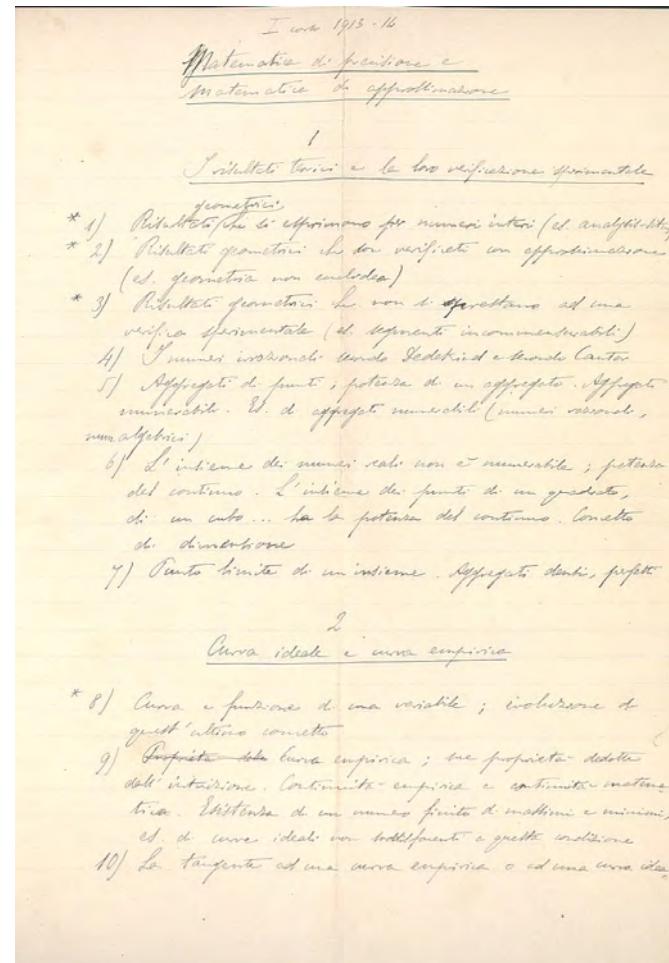
$\gamma_1$ ) dal punto di vista logico (indipendenza e compatibilità dei postulati).

$\gamma_2$ ) dal punto di vista della teoria della conoscenza (il concetto a priori dello spazio e la necessità logica dei postulati secondo Kant, di fronte alla veduta moderna, secondo cui le nozioni sulla forma dello spazio sono acquistate mediante i sensi).

$\gamma_{2'}$ ) lo spazio geometrico e lo spazio fisico; loro inseparabilità secondo la teoria della relatività.” [1919-20, p. 3].

- *Importanza di introdurre nell'insegnamento secondario richiami frequenti alle applicazioni della matematica :*

*"Il rapporto tra i problemi delle matematiche pure, e quelle che interessano le applicazioni è molto interessante ed istruttivo. Il Klein, che vi ha dedicato un corso di lezioni (1901), chiama gli uni, problemi della matematica di precisione, gli altri, problemi della matematica di approssimazione. Nel nostro corso seguiremo ... le linee generali del corso del Klein" [1913-14]*



[Gario 2006]

# Federigo Enriques (1871-1946) e la formazione degli insegnanti



*“Più che le differenze dei metodi o le indicazioni dei programmi influisce sull’efficacia dell’insegnamento il valore degli insegnanti: la loro mentalità, la comunicativa, la passione che portano nelle cose insegnate, la larghezza degli interessi che li fa capaci di mettersi al posto degli allievi e di sentire con essi”.*

[Enriques, *Le matematiche nella storia e nella cultura*, 1938, 188]

■ L' interesse di Enriques per i problemi della scuola era strettamente legato ai suoi profondi interessi filosofici, storici, e interdisciplinari e nasceva dagli studi sui fondamenti della geometria.

→ Agli inizi del **1896**, stimolato dall'insegnamento della **geometria proiettiva** all'Università di Bologna, **iniziò da occuparsi della genesi dei postulati della geometria a partire dagli studi di psicologia e di fisiologia** di H. Helmholtz, E. Hering, E. Mach e soprattutto di W. Wundt.  
[Enriques 1898, 1901, 1906; Enriques to Castelnuovo, 4.5.1896, Bottazzini, Conte, Gario 1996]

→ **Attenzione all'aspetto didattico** [BCG 1996, 224, Chisini 1947,119, AUB]:

- ▶ il rifiuto degli artifici nelle dimostrazioni
- ▶ l'importanza del ricorso all' intuizione
- ▶ le connessioni fra matematiche elementari e matematiche superiori
- ▶ l' uso della storia delle matematiche per far comprendere la genesi dei concetti
- ▶ visione unitaria della scienza e della cultura

## → Contatti con Klein

- Enriques discute con **Klein** sul tema della genesi psicologica dei postulati durante il suo secondo viaggio in Italia (1899) [BCG 1996, Enriques to Castelnuovo, 28.3.1899]
- Scrive su invito di **Klein** il capitolo sui fondamenti della geometria per la *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, e ne discute con lui durante il suo soggiorno a Göttingen nel 1903 :  
*« ... oltre che delle questioni sui principii abbiamo discorso molto di questioni didattiche e da lui solo in poche ore ho imparato tante cose interessanti di cui non avevo mai avuto notizia, sullo sviluppo dell'istruzione matematica in Inghilterra e in Germania ».*  
[BCG 1996, Enriques a Castelnuovo, 24.10.1903]
- Per interessamento di **Klein** nel 1903 esce la traduzione tedesca delle *Lezioni di geometria proiettiva* (1898 II ed. 1915).  
*« i ricercatori italiani sono andati di gran lunga più avanti anche dal lato pratico: non hanno disegnato di tirare delle conseguenze didattiche dalle loro indagini... in Germania... la letteratura manualistica ha perso del tutto i contatti con la ricerca attiva»* [Klein 1903, p. III]

## Aspetti che ispirano la visione di Enriques dell'insegnamento delle matematiche



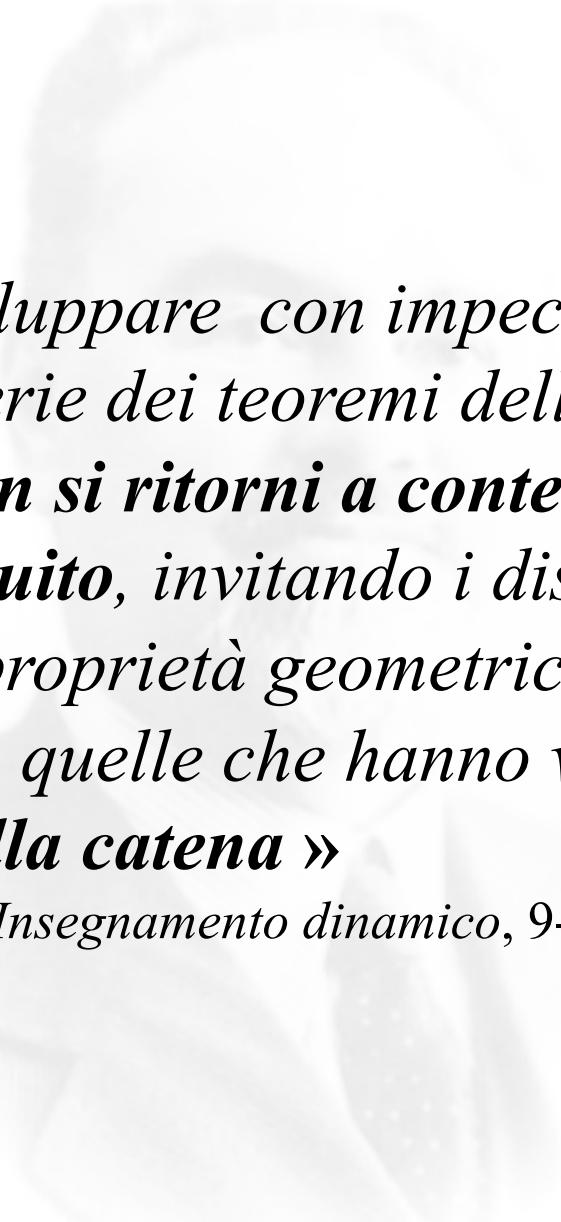
- Enriques ha una visione dinamica e genetica del processo scientifico: « *processo induttivo e deduttivo, che dalle osservazioni particolari sale ai concetti generali ed astratti per ridiscendere all'esperienze di fatto, processo di sviluppo continuo, che pone fra le teorie un rapporto generativo e scorge nel loro succedersi un'approssimazione alla verità*Scienza e razionalismo, 1912, 132]
- Nell'insegnamento critica pertanto la tendenza a esporre una teoria matematica in modo strettamente deduttivo, perché così apparirebbe chiusa e perfetta, ma priva di stimoli alla scoperta: occorre invece aprire gli orizzonti affrontando una questione con metodi diversi, prestando attenzione agli errori che hanno fatto progredire la scienza, accennando alle questioni aperte e a nuovi campi di studio.  
[Enriques, *L'errore nelle matematiche*, 1942, 57-65].

→ Il lavoro di ricerca del matematico è visto come un' attività che mira soprattutto alla **scoperta**, con un rilievo particolare all' aspetto **induttivo e all' intuizione**:

*La cosa essenziale è di regola la scoperta ... a posteriori si riesce sempre a dare la dimostrazione” che “« traducendo l’intuizione dello scopritore in termini logici, vuol dare a tutti il mezzo di riconoscere ed appurare la verità »* [Enriques 1918, p. 318]

Logica e intuizione sono due aspetti inscindibili di un medesimo processo.

- - Nell' insegnamento occorre
    - trovare un giusto **equilibrio** fra rigore e intuizione: ciò che conta è distinguere nettamente fra l' osservazione empirica e l' intuizione da un lato, e la logica dall' altro.
    - tener conto soprattutto della **“logica in grande”** (studio delle connessioni organiche della scienza) e non tanto della **“logica in piccolo”** (analisi raffinata, quasi microscopica del pensiero esatto)
    - orientare i giovani verso un senso più fine del **rigore in modo progressivo**.



*«Non giova sviluppare con impeccabile deduzione la serie dei teoremi della geometria euclidea, se non si ritorni a contemplare l'edifizio costruito, invitando i discepoli a distinguere le proprietà geometriche veramente significative da quelle che hanno valore soltanto come anelli della catena »*

[ Enriques, F., 1921, *Insegnamento dinamico*, 9-11]

→ Gli sviluppi scientifici acquistano pieno significato solo nella loro concatenazione storica: « *Una visione dinamica della scienza porta naturalmente sul terreno della storia, ... dunque la storia diviene parte integrante della scienza* » [Enriques & Chisini 1915, XI]

■ Un bravo insegnante dovrebbe presentare ai suoi allievi « le **origini**, le **connessioni**, il divenire, non un qualsiasi assetto statico» di ogni teoria studiata [Enriques 1921, p. 16]

*“La scuola non è un campo in cui la fantasia individuale abbia a sbizzarrirsi tentando esperimenti arbitrarii, anzi tanto più è atta ad accogliere gli spiriti e le voci della società circostante, quanto più si alimenti della tradizione in cui anche questa prolunga le sue radici: non già serbando vete forme e ripetendone la morta parola, ma riattaccando . . . il passato al presente della cultura, in uno sforzo verso l’avvenire. E come la scuola la scienza. Anche per questa non vi ha un vero progresso, dove le nuove generazioni non attingano alla continuità del pensiero scientifico la visione dei problemi, facendosi valenti nello studio dei grandi modelli.”* [Enriques 1925, p. 8]

→ La scienza è « *conquista e attività dello spirito* ... [che] si fonde nell'unità dello spirito colle idee, coi sentimenti, colle aspirazioni che si esprimono *nei vari aspetti della cultura* » [Enriques 1938, 130]

- • Solo attraverso la conquista personale l' allievo potrà arrivare alla vera comprensione della matematica.

### **Metodo socratico:**

“ . . . *l'insegnamento non può essere un regalo che il maestro faccia a qualcuno che viene ad ascoltare le sue ben tornite lezioni* (che, se sta disattento, merita di essere rimproverato per la sua ingratitudine!); ma è piuttosto *un aiuto a chi voglia imparare da sé e però sia disposto, anziché a ricevere passivamente, a conquistare il sapere, come una scoperta o un prodotto del proprio spirito.* ” [Enriques 1921, 6]

- Gettare un **ponte fra la matematica e altre branche del sapere** quali la fisica, la biologia, la psicologia, la fisiologia, la filosofia e la storia per offrire una visione unitaria della cultura.

**«coltivare il proprio ramo di studii come un frammento della scienza generale!»** [Enriques 1912, 35]

# Progetto culturale

in cui ricerca attiva nel settore della geometria algebrica, riflessioni filosofiche, psicologiche, storiche e didattiche sono strettamente connesse.

Scopo di Enriques:

trasmettere ai suoi interlocutori, matematici, scienziati, filosofi e insegnanti una visione di **umanesimo scientifico in cui fossero superate le differenziazioni disciplinari e venisse colmato il distacco fra scienza e filosofia**.

Strumento principale:

la **storia della scienza**, che Enriques utilizzava nel suo insegnamento universitario fin dai primi anni e che diventò col tempo via via più importante nelle varie iniziative volte alla formazione degli insegnanti.

## Strategie d' azione

**1900** – pubblica le *Questioni riguardanti la geometria elementare*, espressamente rivolte alla **formazione degli insegnanti** e ispirate alle *Vorträge über Ausgewählte Fragen der Elementargeometrie* (1895) di Klein.

**1902, 1906** – prende parte ai congressi della **Federazione Nazionale Insegnanti Scuola Media**.

Per la formazione degli insegnanti propone di creare un corso universitario che porti ad una **laurea pedagogica**, distinta dalla **laurea scientifica**, articolata in due bienni:

- il primo dedicato ad acquisire le **conoscenze di base** della disciplina,
  - il secondo finalizzato alla **formazione professionale** con:  
«1) corsi su quelle parti della scienza che si riattaccano ad una più profonda visione degli elementi,  
2) ... su questioni di **pedagogia concreta**  
3) esercitazioni comprendenti il **tirocinio** parte nell'università e parte in una scuola secondaria, il disegno e la tecnica sperimentale»
- [Enriques 1907, p. 78]

- 1903** – pubblica con Ugo Amaldi gli *Elementi di geometria*;
- 1906** – fonda la Società filosofica italiana;
- 1907** – fonda con Eugenio Rignano la *Rivista di Scienza* (dal 1910 *Scientia*), “*organo internazionale di sintesi scientifica*”, allo scopo di combattere l’eccessiva specializzazione in campo scientifico;
- 1911** – organizza il IV Congresso internazionale di filosofia (Bologna);
- 1908-1920** – delegato italiano nell’ICMI;
- 1912-1915** – Presidente dell’**Associazione nazionale fra i professori universitari**. Propone un progetto di riforma dell’università.

Difetti del sistema universitario italiano:

- mancanza di interazione fra le varie facoltà,
- eccessiva frammentazione delle discipline,
- programmi troppo pesanti,
- tendenza dei professori a potenziare ciascuno la propria disciplina con **effetto primario di favorire settori consolidati** a danno di quelli inesplorati o interdisciplinari, e **effetto secondario quello di abbassare il livello dell’ insegnamento medio**.

Soluzione proposta:

**Unificare tutti gli studi teorici in una facoltà filosofica.**

# Le iniziative istituzionali ed editoriali per la formazione degli insegnanti

- Enriques è presidente della **Mathesis** (1919-1932), accoglie anche gli insegnanti di fisica
  - i soci, che alla fine del 1920 sono 391, nel 1923 superano i 1100.
- dirige il ***Periodico di matematiche*** (1921-1938, 1946), rivista esplicitamente rivolta agli insegnanti,
- scrive **manuali scolastici** per le scuole secondarie (geometria, algebra, trigonometria,...)
- fonda l' **Istituto nazionale per la storia delle scienze** (1923) e la **Scuola universitaria per la Storia delle scienze** (1923)
- dà vita a importanti imprese editoriali  
*Questioni riguardanti le matematiche elementari* (II ed. 1912-1914, III ed. 1924-1927). Scopo: “elevare lo spirito filosofico dei nostri insegnanti di matematica”
  - la collana ***Per la storia e la filosofia delle matematiche*** (1925)

**Questioni riguardanti la geometria elementare** (1900)

**Questioni riguardanti le matematiche elementari**

(II ed. 1912-1914, III ed. 1924-1927)

L' esempio di Klein (*Vorträge über Ausgewählte Fragen der Elementargeometrie*, 1895) stimolò Enriques a dare l' avvio con la collaborazione di amici e discepoli a una serie di studi monografici **sulle matematiche elementari da un punto di vista superiore.**

«*Tali questioni sono state svolte recentemente in una serie di conferenze del signor Klein, alla quale dobbiamo in parte l'idea di questa raccolta*» [Enriques 1900, VII]

«**Non vi è iato o scissura fra matematiche elementari e matematiche superiori** perché queste si sviluppano da quelle, al pari dell' albero dalla tenera pianticina. E come riguardando l' albero, potremo scoprire nella pianticina nuovi aspetti o comprendere caratteri di cui ci era sfuggito il significato, così anche **lo sviluppo dei problemi matematici recherà luce sulle dottrine elementari in cui essi profondano le loro radici**

» [Enriques 1921, 16] .

Table of contents of the *Questioni riguardanti le matematiche elementari*  
edited by F. Enriques

**Part one - Tome one**

- F. Enriques. The evolution of geometric ideas in Greek thought: point line, and surface  
U. Amaldi. On the concepts of line and plane  
A. Guarducci. About congruence and motion  
G. Vailati. On the theory of proportions  
G. Vitali. On the applications of the axiom of continuity in elementary geometry  
F. Enriques. The real numbers

**Part one - Tome two**

- U. Amaldi. On the theory of equivalence  
O. Chisini. Areas, lengths and volumes in elementary geometry  
D. Gigli. Complex numbers with two units and more  
E. Bompiani. The continuity principle and the imaginary in geometry  
R. Bonola. On the theory of parallel lines and non-Euclidean geometries  
F. Enriques. Space and time before the modern critique

**Part two**

- A. Sabbatini. On the elementary methods for the solution of geometric problems  
E. Daniele. On the solution of geometric problems with compasses  
A. Giacornini. On the solution of geometric problems with ruler and linear tools: the contribution of projective geometry  
G. Castelnuovo. On the solubility of geometric problems with elementary tools: the contribution of analytic geometry  
F. Enriques. On algebraic equations solvable by quadratic radicals and on possibility of constructing of the regular polygons  
E. Daniele. On the construction of the regular heptadecagon  
A. Conti. Problems of the third degree: duplication of the cube-trisection of the angle  
V. Notari. The equation of the fourth degree and the systems of two equations of the second degree in two unknowns  
V. Notari. The equations of the fifth degree: the theorem of Ruffini-Abel  
B. Caldò. On transcendental problems and particularly on the squaring of the circle  
F. Enriques. some general remarks on the geometric problems

**Part three**

- U. Scarpis. On the prime numbers and on the problems of indeterminate analysis  
A. Padoa. On maximal and minimal points of the elementary algebraic functions  
O. Chisini. On the elementary theory of isoperimeters  
F. Enriques. Massima and minima in modern calculus

Quest'opera, sviluppata nelle edizioni successive, sarà in parte o completamente tradotta in tedesco (1907, 1910), spagnolo (1921) e francese (1927).

Lo scopo è quello di «*elevare lo spirito filosofico dei nostri insegnanti di Matematiche, e di aprire ai loro occhi una visione più larga delle dottrine e del progresso storico della Scienza»*

## Direzione del *Periodico di Matematiche: storia – didattica – filosofia*

Viene dato più spazio a questioni di metodologia, filosofia, matematiche elementari da un punto di vista superiore, fisica (Persico, Fermi, ...), e storia delle matematiche (Bortolotti, Loria, Agostini, ...).

“ *Il Periodico pubblica soprattutto articoli riguardanti le matematiche elementari intese in senso lato, ed altri tendenti ad una più vasta comprensione dello spirito matematico. Esso contiene inoltre relazioni del movimento matematico straniero, note di bibliografia e di trattatistica, varietà (problemi, giuochi, paradossi, etc.) nonché notizie di carattere professionale, ed infine gli Atti della Società Italiana di matematiche ‘Mathesis’.*

Enriques incoraggia l’ “*attiva collaborazione*”, sia dei matematici più illustri , sia dei giovani “forniti di solida preparazione scientifica”, sia degli insegnanti che desiderano “*offrire il contributo di una coscienziosa esperienza*” [Enriques 1921 pp. 4, 5].

Enriques stesso scrive 24 articoli 35 recensioni

→ 1921, *Lettera ai lettori*, Periodico di matematiche, 1-5

- «approfondire, in più sensi, la scienza stessa che s' insegnava così da poterla dominare da nuovi e più alti punti di vista »
- utilizzare «*la storia della scienza; dalla quale vuolsi apprendere, non tanto la notizia erudita, quanto la considerazione dinamica dei concetti e delle teorie, ravvisando l' unità del pensiero* »,
- far emergere i **collegamenti con le altre scienze**, in particolare la fisica per offrire più « *larghe visioni della scienza e degli scopi o significati di tante svariate ricerche* ». [Enriques 1921, 1-5]

→ 1921, *Insegnamento dinamico*, Periodico di matematiche, 6-16,  
quasi un manifesto della visione di Enriques sull'insegnamento:

- insegnamento attivo,
- metodo socratico,
- apprendimento come scoperta,
- giusto equilibrio fra intuizione e logica,
- importanza dell' errore, della visione storica dei problemi, delle connessioni fra matematica e fisica, delle matematiche elementari dal punto di vista superiore
- valore formativo delle matematiche.

# La collana

## *Per la storia e la filosofia delle matematiche (1925-1938)*

La collana si inserisce nel quadro delle iniziative della *Scuola per la Storia delle Scienze* creata da Enriques per dare impulso alle ricerche storiche e per la **formazione degli insegnanti**.

→ L'idea della collana gli fu suggerita «dalla pratica della **Scuola di Magistero**» [Enriques 1925, 7]

→ il pubblico cui intendeva rivolgersi era quello degli **insegnanti**, ma anche quello degli **studenti delle scuole secondarie superiori**, e in generale degli uomini colti. [Enriques, Forti 1925, 7].

Traduzione, commento, con note storiche, di scritti di grandi autori del passato (**Euclide, Archimede, Bombelli, Newton, Dedekind**, etc.) che possono avere una rilevanza per l'insegnamento della matematica.



*«La formazione di docenti di matematiche, che siano all'altezza dei loro compiti didattici, richiede, in genere, che la scienza sia da loro appresa non soltanto nell'aspetto statico, ma anche nel suo divenire.*

*E quindi che lo studioso apprenda dalla storia a riflettere sulla genesi delle idee, e d'altro lato partecipi all'interesse per la ricerca »*

[Enriques 1938, p.190]

***Per la storia e la filosofia delle matematiche  
Federigo Enriques***

- n. 1 F. ENRIQUES (a cura di), *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*, (Libri I-IV) Roma Alberto Stock 1925;
- n. 2 L. HEIBERG, *Matematiche, scienze naturali e medicina nell'antichità classica* Roma Alberto Stock 1924, traduzione di Gino Castelnuovo con note di F. Enriques;
- n. 3 F. ENRIQUES, U. FORTI (cura di), *I. Newton: Principii di Filosofia naturale, teoria della gravitazione*, Roma, Alberto Stock 1925;
- n. 4 E. RUFINI, *Il Metodo di Archimede e le origini dell'analisi infinitesimale nell'antichità*, Roma Alberto Stock 1926;
- n. 5 O. ZARISKI (a cura di), *Riccardo Dedekind: Essenza e significato dei numeri. Continuità e numeri irrazionali*, Roma, Alberto Stock 1926;
- n. 6 M. LOMBARDINI (a cura di), A. C. Clairaut: *La teoria della forma della terra dedotta dai principi dell'idrostatica*, Bologna Zanichelli 1928, con una nota di F. Enriques;
- n. 7 E. BORTOLOTTI ( a cura di), *L'Algebra, opera di Rafael Bombelli da Bologna, Libri IV e V comprendenti "La Parte geometrica" inedita tratta dal manoscritto B. 1569, Biblioteca dell'Archiginnasio di Bologna*, Bologna Zanichelli 1929;
- n. 8 F. ENRIQUES (ed), *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*, (Libri V-IX), Bologna Zanichelli 1930, a cura di Maria Teresa Zapelloni e Guido Rietti;
- n. 9 U. FORTI, *Introduzione storica alla lettura del "Dialogo sui massimi sistemi di Galileo Galilei"* Bologna Zanichelli 1931;
- n. 10 F. ENRIQUES (ed), *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*, (Libro X) Bologna Zanichelli 1932 a cura di Maria Teresa Zapelloni e Ruth Struik;
- n. 11 F. ENRIQUES (ed), *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*, (Libri XI-XIII) Bologna Zanichelli 1936 a cura di A. Agostini;
- n. 12 G. CASTELNUOVO, *Le origini del calcolo infinitesimale nell'era moderna*, Bologna Zanichelli 1938.

# La Riforma Gentile e la supremazia della cultura umanistica

**1923** - Giovanni Gentile, ministro della pubblica istruzione, approfittando dei pieni poteri attribuitigli dal primo governo Mussolini, attuò in un solo anno una completa e organica riforma del sistema scolastico italiano.

Le politiche del fascismo e l'ideologia neo-idealista si opponevano ad un'ampia diffusione della cultura scientifica e soprattutto alla sua interazione con altri settori culturali :  
**la cultura umanistica doveva costituire l'asse culturale della vita nazionale e in particolare della scuola.**



A screenshot of a website page. At the top, there's a logo of a blue building with a spire, followed by the text "ASOCIACIÓN SUALPINAMATHESIS". Below the logo, there are several menu items: "Home", "Associación", "S. Bettac", "S. Area", "About", "Publicación", "Estructuramiento", "Ressources et matériels", and "Documentos per la storia dell'insegnamento della matematica in Italia". A note below the menu says "a cura di Luca Giacardi con la collaborazione di Roberto Scialo". The main content area contains a list of events and publications related to the history of mathematics education in Italy. Some of the listed events include: "29-21 giugno 2009. Conference in the History of Mathematics Education" at Reykjavik, University of Iceland; "23 maggio 2009. Deuxième Colloque Franco-Italien sur l'histoire et l'enseignement des mathématiques" at L'Institut Henri Poincaré, Paris; "15 maggio 2009, ore 14-18. L'enseignement, un entrée féconde en histoire des mathématiques. Quelques projets en cours" at Institut Henri Poincaré, Paris; and "20-22 novembre 2009" where a section was dedicated to "Storia della matematica e insegnamento" with two plenary conferences. The names of speakers like Giorgio Tadini, Bruno Bazzini, and others are mentioned.

<http://www.subalpinamathesis.unito.it/storiains/it/documents.php>

Gentile che, **identificando il “sapere” con il “saper insegnare”**, riteneva che la formazione dell’ insegnante consistesse unicamente in una **«vera, profonda e sincera preparazione scientifica»**. [Gentile 1907, 178-179]

**1921** – Corbino aveva istituito la **laurea mista in matematica e fisica**, per abilitare i giovani all’insegnamento scientifico

**1922 – corsi di matematiche complementari**

• **Castelnuovo** (Volterra) era pessimista: i giovani *“usciranno dall’università quali matematici di insufficiente cultura e fisici senza abilità sperimentali, riuscendo mediocri insegnanti dell’una e dell’altra disciplina... Questo corso [matematiche complementari], utile, come fu già detto, a coordinare nozioni di matematica superiore acquistate in altri insegnamenti, non può certo sostituire questi. ... non potrebbe mai tener le veci di corsi organici, i quali devon far vedere come la scienza si costruisca e si svolga anche a giovani che, pur non riuscendo a contribuire a tale sviluppo, devono della scienza di cui insegnano gli elementi, conoscere qualcuno dei rami più elevati.”* [Relazione 1922, in Gario 2004]

• **Enriques** apprezzava il corso di *matematiche complementari* e riteneva che **la laurea mista dovesse essere conservata e sperimentata**, “*partendo dal principio che il riavvicinamento della matematica alla fisica rappresenti un vantaggio agli scopi scientifici e professionali*” [Relazione 1922, in Gario 2004]

“*Aggiungo che la differenza fra questo corso e gli altri due di matematiche superiori ... (analisi superiore e geometria superiore) è questa: che qui entrano argomenti precisi – come i problemi della trisezione dell’angolo o della quadratura del cerchio ecc. – intorno a cui si ritiene che l’insegnante debba essere informato, ed a cui non si può costringere i corsi di analisi superiore e di geometria superiore, i soli che mirino presso di noi alla pura scienza matematica!... Inoltre attraverso quei problemi che toccano più da vicino le matematiche elementari e che hanno una storia venti volte secolare, si mira soprattutto ai giovani chiamati all’insegnamento, i quali ... debbono essere preservati dal pericolo di diventare ripetitori meccanici di una cultura ricevuta dal di fuori e però estranea veramente al loro spirito ... ”.* [F. Enriques a G. Gentile, 23.12.1922]

Le lezioni e le esercitazioni di Matematiche complementari del 1922-1923 sono la traduzione in pratica del modo di Enriques di concepire la formazione degli insegnanti:

- la storia delle matematiche si intreccia alla teoria,
- le matematiche elementari sono collegate alle superiori,
- ci sono cenni alla teoria della relatività
- si propone un esame comparativo dei manuali di geometria.

| ARGOMENTO DELLA LEZIONE 1   | ARGOMENTO DELLA LEZIONE 4   |
|---|---|
| <i>Gli Elementi d'Euclide</i>   | <i>L'eucl : origini dell' analisi infinitesimale</i>                    |
| Addi 16 Nov. 1922 Giove ore 11<br>Firma dell'insegnante<br><i>F. Enriques</i>   | Addi 23 Nov. 1922 Giove 11-<br>Firma dell'insegnante<br><i>Enriques</i> |
| ARGOMENTO DELLA LEZIONE 2   | ARGOMENTO DELLA LEZIONE 5   |
| <i>Sulle origini della geometria greca : i pitagorici</i>                       | <i>Def, axiomi e postulati in Euclide</i>                               |
| Addi 19 Nov. 1922 Sab. ore 11<br>Firma dell'insegnante<br><i>Enriques</i>       | Addi 25 Nov. 1922 Sab 11.<br>Firma dell'insegnante<br><i>Enriques</i>   |
| ARGOMENTO DELLA LEZIONE 3   | ARGOMENTO DELLA LEZIONE 6   |
| <i>Critica elatrica</i>   | <i>Concetti primi e post nella geom. moderna</i>                        |
| Addi 21 Nov. 1922 Martedì ore 11-12<br>Firma dell'insegnante<br><i>Enriques</i> | Addi 28 Nov. 1922 ore 11-12<br>Firma dell'insegnante<br><i>Enriques</i> |

[ASUR]

## 1932, Zurigo – IX Congresso Internazionale dei Matematici

Inchiesta dell'ICMI sul tema *La préparation théorique et pratique des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire dans les divers pays*  
Il rapporto generale è presentato da **Gino Loria**

Il rapporto particolare per l'Italia è preparato da **Alfredo Perna** [EM 1933] che elenca le manchevolezze in questo settore:

- non esistono **istituti di preparazione professionale** degli insegnanti;
- non ci sono **corsi di metodologia e pedagogia** all'università;
- non vi sono **borse di studio** destinate alla formazione degli insegnanti,
- non esiste l'obbligo di una **formazione permanente**
- l'**aggiornamento** è lasciato all'iniziativa personale.



## **... in seguito**

Le posizioni dei matematici rimangono divise:

- Alcuni (Severi, Bortolotti, Sansone,...) pensavano che **i corsi universitari dovessero fornire una preparazione esclusivamente scientifica** e non mirare ad una formazione professionale, cosa che avrebbe potuto “*abbassare il tono dell'insegnamento*” [1939, 1941]
- Altri (S. Cherubino, M. Villa, ...) ritenevano insufficiente il corso di matematiche complementari per la preparazione degli insegnanti e auspicavano la **separazione fra l' indirizzo professionale e quello scientifico e un potenziamento delle scuole postuniversitarie di perfezionamento** [1942, 1952]

Molte università avevano cominciato a proporre corsi di perfezionamento per gli insegnanti di matematica :

**Milano 1930-31, Palermo 1933, Bologna 1942**

**1945** - Tullio Viola e Emma Castelnuovo fondano l' ***Istituto Romano di Cultura Matematica***, ...

# Eredità



## Qualche riferimento bibliografico

- A. Brigaglia, C. Ciliberto 1995, *Italian Algebraic Geometry between the two World Wars*, Queen's Papers in Pure and Applied Mathematics, vol. 100. Kingston, Ontario: Queen's University
- L. Campedelli 1973, *Un cinquantennio. Federigo Enriques nell'insegnamento*, Accademia N. dei Lincei, Quaderno N. 184, 75-90
- P. Gario 2004. "Guido Castelnuovo e il problema della formazione dei docenti di matematica". *Supplemento ai Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 2, 74, 103-121
- P. Gario 2006, *I corsi di Guido Castelnuovo per la Formazione degli Insegnanti* in L. Giacardi (ed.) *Da Casati a Gentile...Centro Studi Enriques*, La Spezia, 239-268
- L. Giacardi 2003, *Educare alla scoperta. Le lezioni di C. Segre alla Scuola di Magistero*, Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, s.8, VI-A, 141-164.
- L. Giacardi (ed.) 2006-2010, *Documenti per la storia dell'insegnamento della matematica in Italia*, <http://www.subalpinamathesis.unito.it/storiains/it/documenti.php>
- A. Guerraggio, Nastasi P. 1993, *Gentile e i matematici italiani. Lettere 1907-1943*. Torino, Bollati Boringhieri
- L. Giacardi 2010 "The Italian School of Algebraic Geometry and Mathematics Teaching in Secondary Schools. Methodological Approaches, Institutional and Publishing Initiatives", International Journal for the History of Mathematics Education 5, 1, 1-19

- L. Giacardi 2012**, *Federigo Enriques (1871-1946) and the training of mathematics teachers in Italy*. In S. Coen (Ed.). *Mathematicians in Bologna 1861-1960*, Basel, Springer, pp. 209-275
- G. Israel 1984**, *Le due vie della matematica italiana contemporanea*, pp. 253-287, in *La ristrutturazione delle scienze tra le due guerre mondiali*. Vol. I: L'Europa, G. Battimelli, M. De Maria and A. Rossi, eds. Rome, La Goliardica
- G. Israel 1992**, *F. Enriques e il ruolo dell'intuizione nella geometria e nel suo insegnamento*, Prefazione a F. Enriques, *Elementi di geometria*, IX-XXI
- P. Nastasi 2002**, *La Mathesis e il problema della formazione degli insegnanti*, in **G. Bolondi**, *La Mathesis*, PRISTEM/Storia 5. Milano, Springer, 59-119
- M. Moretti** 2003. “Insegnamento dinamico”. Appunti sull’opera scolastica di Federigo Enriques (1900–1923). pp. 15–91 in Enriques, F. 2003. *Insegnamento dinamico*. Centro Studi Enriques. La Spezia: Agorà.
- L. Nurzia 1979**, *Relazioni tra le concezioni geometriche di Federigo Enriques e la matematica intuizionistica tedesca*, Physis, 21, 157-193

**Federigo Enriques, Edizione Nazionale delle Opere**

<http://enriques.mat.uniroma2.it/italiano/home.html>

(con ampia bibliografia)

# Appendici

# **Guido Castelnuovo (1865- 1952) and the involvement in education as a social duty**



Period in Torino: 1887-1891  
Scientific collaboration with Segre

Castelnuovo's commitment to education manifested itself in various forms:

- ▶ in his activities
  - as a **delegate to the ICMI** (International Commission on Mathematical Instruction, created in Rome in 1908, with Klein as president) he built up an **international network** and promoted the exchange of information on new movements for reform in Europe, in particular the reform proposed by Klein, whose methodological approach he wholeheartedly endorsed.
  - as **president of Mathesis** (an Italian association of mathematics teachers) from 1911 to 1914;
- ▶ in the **courses** he taught at university, some of which were devoted to teacher training;
- ▶ in the various **articles** he dedicated to issues relating to mathematics teaching;
- ▶ and in the **programmes** he designed (1911) for the *Liceo moderno*

[Gario 2003, 2006a,b; Brigaglia 2006; Giacardi, 2009]

▪ **Castelnuovo's interest in the educational issues arose out of social concerns:**

*“Nous demandons parfois si le temps que nous consacrons aux questions d’enseignement n’aurait pas été mieux employé dans la recherche scientifique. Eh bien, nous répondons que s’est un devoir social qui nous force à traiter ces problèmes [...] Ne devons-nous pas faciliter à nos semblables l’acquisition du savoir, qui est à la fois une puissance et un bonheur?”*

[Castelnuovo 1914, p. 191]

His approach grew out of a **lucid critique of the Italian school system:**

- the teaching of mathematics was too abstract;
- all reference to practical application was neglected;
- excessive specialization of different areas;
- a distorted cultural perspective.



## **“At whom is middle school education aimed?”**

Schools should cater above all for **young people aiming to go into one of the so-called “free” professions**, “*both because they constitute the majority of school pupils and because the progressive development of the country will rest mainly on their shoulders*”.

## **“What should be the final end of schooling?”**

The primary aim of middle schools should be to **“form the future member of civil society”**, because **“education cannot be truly effective if it is not aimed at average levels of intelligence and if it is unable to create that refined democracy which forms the basis of every modern nation”**.

## **“What skills should teaching develop?”**

The qualities which teachers must foster and cultivate in their pupils are the **creative imagination**, the **spirit of observation** and the **logical faculties**. “Intellectual acrobatics” and excessive rigour are to be avoided.

*“Secondary schools should not furnish their pupils with knowledge, as much as with a **desire and a need for knowledge**. They cannot seek to provide an encyclopedic knowledge of everything, but can only offer a clear, although necessarily very limited, idea of the principal questions of the various branches of knowledge, and of some of the methods which have been employed in tackling them. [...] Of course, this kind of teaching will not be sufficient to provide middle school students with preparation specific to one or another of the faculties of the university. However, this is not the aim of secondary schools. They serve simply to provide students with the aptitude to move on to more advanced studies [Castelnuovo 1910].*

## ***Il valore didattico della matematica e della fisica (1907)*** **a manifesto of Castelnuovo's thinking on education**

- ◆ the importance of **observation** and **experiment**, the usefulness of constantly **confronting abstraction with reality** because “*it in fact makes it possible to clarify the two different meanings given to the adjective exact in the theory and in the practice ... and that theoretical, or absolute exactness, is a purely abstract notion, which does not have, and cannot have a counterpart in applications*”;
- ◆ the importance of **practical applications** as a means of “*shedding light on the value of science*”;
- ◆ the importance of the **history of science** in order to make young people understand “*the relative and provisional nature of every theory*”.
- ◆ the importance of favouring **heuristic procedures** for two reasons: “*the first reason, is that this type of reasoning is the best way to attain to truth, not just in experimental sciences, but also in mathematics itself*”; the second is that heuristic procedures are “*the only kind of logical procedure that is applicable in everyday life and in all the knowledge involved with it*”.

[Brigaglia 2006, Gario 2006]

I corso 1913 - 14

## Matematica di precisione e matematica di approssimazione

1

I risultati teorici e le loro verifica  
sperimentale

### **“Rehabilitate the senses”**

- \* 1) Risultati che si esprimono per numeri interi (es. analitici)
- \* 2) Risultati geometrici che devono essere verificati con approssimazione (es. geometria non euclidea)

**“Break down the wall separating schools  
from the real world”**

verifica sperimentale (es. segmenti incommensurabili)

4) I numeri irrazionali (secondo Cantor)

5) Aggregati di punti; potenza di un aggregato. Aggregato numerabile. Es. di aggregati numerabili (numeri razionali, numeri algebrici)

**“Teaching should proceed hand in hand  
with nature and with life.”**

del continuo. L'insieme di punti di un aggregato, che esiste in ogni parte del continuo, non è necessariamente connetto di dimensione

7) Punto limite di un insieme. Aggregati densi, perfetti.

# The curricula of the *Liceo moderno* (1911-1913)

[[BUPI 1913, pp. 2791-2795](#)]



Castelnuovo drew up the mathematics syllabus, putting a number of Klein's proposals into practice by introducing the **notion of function and the concepts of derivative and integral** into the Italian curricula and attaching a greater importance to **numerical approximations**.

*“In this way the pupil [...] will acquire a more correct and balanced idea of the exact sciences nowadays [...]. If, instead, the pupil’s mind is more disposed towards other subjects, he will at least find mathematics to be, instead of a logical drudge, a set of tools and results which can be easily applied to concrete problems”* [Castelnuovo 1919, p. 5].

Castelnuovo to Klein, 10 March 1915, UBG, *F. Klein 51*.

# Enriques e la riforma universitaria

[Enriques 1908]

## Difetti del sistema universitario italiano dell' epoca

- Facoltà chiuse, frammentazione e separazione delle discipline  
*“Guai a passare da un laboratorio ad un altro, a interrompere la produzione per meditare o studiare, o peggio ancora per tentare ricerche che oltrapassino i limiti stabiliti nella definizione delle cattedre! Il temerario che si sarà avventurato sopra un terreno nuovo, indagando i rapporti fra due discipline diverse, sa bene quale sorte l'attenda”* (p. 99)
- programmi obbligatori e troppo pesanti
- preminenza di certi settori per la tendenza dei professori a “propagare ciascuno la propria disciplina”

## Influenze sulla ricerca, sul mondo del lavoro e sull' insegnamento

- Isterilimento della ricerca: preminenza a settori consolidati a danno di quelli inesplorati o interdisciplinari
- per la matematica e la fisica rischio di eccessiva tendenza al tecnicismo e all' astrazione
- i futuri lavoratori saranno “fiacchi, ... pronti a rifugiarsi ogni momento nelle scuse della procedura e nell' osservanza della forma” (p. 120)
- *“ Ora tutte queste deficienze ed angustie si rispecchiano direttamente nell'insegnamento medio, ... Le esagerazioni del rigore - sotto forma di minuzie e di pedanterie senza scopo - nelle scuole di Matematica, l'empirismo dell'insegnamento fisico ..., l'erudizione morfologica che soffoca i corsi di scienze naturali ..., tutti questi difetti - spesso lamentati - sono in correlazione diretta colle condizioni della preparazione universitaria dei docenti delle scuole medie”* (p. 94)

# Proposte

- unificare tutti gli studi teorici in una Facoltà filosofica
- istituzioni di tipo applicativo avrebbero dovuto preparare i giovani all' esercizio delle varie professioni (politecnici per gli ingegneri, policlinici per i medici, scuole di Magistero per gli insegnanti ...)
- libertà di scelta dei corsi da parte dello studente entro un numero minimo (controllo della serietà e coerenza)
- diverso modo di verifica delle conoscenze e della capacità di sapersene servire  
(più verifiche non fatte dal docente del corso, ...)
- “ridurre al minimo la scienza da imparare”

## In sintesi

*“La riforma dell'Università italiana*

- 1) deve corrispondere alle esigenze sintetiche della rinnovata coscienza filosofica e della vita pratica, avverso il particolarismo scientifico - didattico dell'epoca precedente;*
- 2) deve ravvivare lo spirito d'iniziativa dei nostri Atenei, promuovendone la libera differenziazione;*
- 3) deve sancire il principio della libertà degli studii ed, emancipando i giovani dal peso di un'erudizione formale, prepararli alle professioni ed alla vita con un esercizio più attivo delle loro facoltà”* (p. 114)