

UN ESEMPIO DI PERCORSO DI MATEMATICA PER IL PRIMO BIENNIO DI UNA SCUOLA SECONDARIA DI II GRADO CON UNA DISPONIBILITÀ ORARIA SETTIMANALE DI 3 ORE

Nel rispetto degli obiettivi specifici di apprendimento previsti dalle *INDICAZIONI NAZIONALI*

Premessa

Quanto proposto dal nostro gruppo di lavoro rappresenta solo un esempio, tra i *molte* possibili, di un percorso didattico di matematica attuabile nel Primo Biennio di una Scuola Secondaria di II grado con il monte orario sopra indicato. Questa proposta, che non vuole in alcun modo essere prescrittiva, si pone come obiettivo principale quello di indicare ai docenti un modo per soddisfare quanto richiesto nelle *Indicazioni Nazionali riguardanti gli obiettivi specifici di apprendimento* anche con un monte ore così limitato, senza per questo penalizzare alcuno degli ambiti di contenuto, cioè: *Aritmetica e algebra, Geometria, Relazioni e funzioni, Dati e previsioni*, previsti nelle Indicazioni. Anche per questo motivo il gruppo ha cercato di evidenziare il più possibile i collegamenti tra i vari ambiti nella convinzione che presentare allo studente uno stesso concetto sotto diversi possibili punti di vista consenta di cogliere l'aspetto di sostanziale unità della matematica e nel contempo di approfondire i procedimenti caratteristici del pensiero matematico.

In ogni caso è opportuno sottolineare che, dato il gran numero di argomenti affrontati secondo quanto espresso dalle Indicazioni Nazionali, non tutti potranno avere una trattazione approfondita; per alcuni ci si dovrà limitare a una trattazione intuitiva, cercando di utilizzare quanto appreso dallo studente nel Ciclo scolare precedente e, in particolare, nella Scuola Secondaria di I Grado. Oltre che ad attenersi ai contenuti presenti nelle Indicazioni Nazionali, il gruppo ha ritenuto opportuno dare anche delle indicazioni metodologiche sia per ottimizzare i tempi sia per una comune impostazione culturale acquisita all'interno dell'UMI-CIIM in questo ultimo decennio.

Come ulteriore aiuto per il docente per ogni blocco di argomenti, di cui verrà indicato *grosso modo* il numero di ore che l'insegnante dovrà dedicargli, saranno suggerite una o più attività facilmente reperibili in rete nei siti indicati. È chiaro che anche l'indicazione del numero di ore non è prescrittiva: sarà l'insegnante, dopo aver valutato la situazione della classe in cui attuare il percorso, a decidere il numero di ore da dedicare a un dato argomento, senza per questo stravolgere il monte ore previsto.

Un ultimo problema (spesso di non facile soluzione!) è quello della valutazione degli studenti. È chiaro che un percorso come quello che andiamo a delineare presuppone un uso non episodico di una didattica *laboratoriale* in cui la funzione del docente è soprattutto quella di stimolare discussioni, coordinare, proporre, ... con momenti conclusivi di sistemazione e messa a punto di quanto appreso. È all'interno di questa pratica che l'insegnante dovrà trovare l'occasione per una prima valutazione delle conoscenze e competenze apprese, ferme restando le usuali prove di verifica. Per consentire un tempo adeguato alla valutazione il percorso è articolato su un numero di ore inferiore al monte ore formalmente previsto (99 ore per ogni anno scolastico).

Quello che segue, come già sottolineato, è uno dei possibili percorsi. Nella versione più estesa di questo documento sarà possibile trovare altre indicazioni e molti materiali per approfondire ulteriormente l'approccio metodologico proposto o per ampliare il percorso al fine di adattarlo ad altri indirizzi con una disponibilità oraria maggiore; si veda in particolare la Bibliografia e i siti indicati.

**Schema della proposta di suddivisione oraria per il percorso di Matematica I biennio
(Indirizzi di studio con 3 ore settimanali)**

I anno

<p>Aritmetica e algebra 15 h (A1): Aritmetica (fino ai numeri razionali). Algebra (uso delle lettere fino ai prodotti notevoli)</p> <p>Relazioni e funzioni 5h (R1): Introduzione al concetto di funzione.</p>	<p>Raggruppamenti comuni</p> <p>10h* (C1): Equazioni e disequazioni di I grado (in comune tra <i>Aritmetica e algebra</i> e <i>Relazioni e funzioni</i>)</p> <p>10 h* (C2): Lettura tabelle, rappresentazione grafica di dati e grafico di funzioni (in comune tra <i>Relazioni e funzioni</i>, <i>Geometria</i> e <i>Dati e previsioni</i>).</p> <p>5h* (C3): analisi di diverse funzioni (in comune tra <i>Relazioni e funzioni</i> e <i>Dati e previsioni</i>)</p>	<p>Geometria 20 h (G1): Recupero, consolidamento e approfondimento delle conoscenze pregresse sulle figure del piano. Proprietà essenziali di triangoli e poligoni attraverso procedimenti costruttivi e argomentativi.</p> <p>Dati e previsioni 15 h (D1): Indagine statistica (con tutti i possibili collegamenti con gli altri ambiti)</p>
--	---	---

II anno

<p>Aritmetica e algebra 10 h (A2): Introduzione intuitiva dei numeri reali e delle loro rappresentazioni. Operazioni coi numeri irrazionali.</p> <p>Relazioni e funzioni 15 h (R2): Consolidamento del concetto di funzione. Analisi delle funzioni lineari e delle funzioni $f(x) = x$, $f(x) = a/x$, $f(x) = x^2$.</p>	<p>Raggruppamenti comuni</p> <p>5 h* (C4): Applicazioni della similitudine (in collegamento tra <i>Geometria</i> e <i>Aritmetica e algebra</i>). Rette nel piano cartesiano, rappresentazione di oggetti algebrici (In collegamento tra <i>Geometria</i>, <i>Aritmetica e algebra</i> e <i>Relazioni e funzioni</i>).</p> <p>5h*(C5): Approfondimenti di statistica (in collegamento tra <i>Dati e previsioni</i> e <i>Geometria</i>).</p> <p>10 h*(C6): Approfondimenti su Equazioni e Disequazioni (in collegamento tra <i>Relazioni e funzioni</i>, <i>Aritmetica e algebra</i> e <i>Geometria</i>).</p>	<p>Geometria 20h (G2): Il ruolo del teorema di Pitagora, approfondimenti su un numero limitato di temi per arrivare alla dimostrazione attraverso l'argomentazione. Equivalenza nel piano e misura di superfici. La similitudine nel piano, il teorema di Talete (in modo intuitivo).</p> <p>Dati e previsioni 15 h (D2): Studio di alcuni elementi fondamentali di calcolo delle probabilità fino alla prima introduzione della probabilità condizionata (con tutti i possibili collegamenti con gli altri ambiti).</p>
---	---	--

NOTA. Come si deduce dallo schema, i raggruppamenti orari compaiono alcuni senza asterisco e altri con l'asterisco: i primi si intendono specifici per l'ambito in cui compaiono, i secondi evidenziano i possibili collegamenti tra i diversi ambiti e verranno richiamati in ognuno degli ambiti coinvolti.

Aritmetica e algebra

Premessa

Dalle *Indicazioni Nazionali*: “Il primo biennio sarà dedicato al passaggio dal calcolo aritmetico a quello algebrico”, e, più avanti: “Lo studente acquisirà la capacità di eseguire calcoli con le espressioni letterali sia per rappresentare un problema (mediante un’equazione, disequazioni o sistemi) e risolverlo, sia per dimostrare risultati generali, in particolare in aritmetica”. Ciò suggerisce che l’uso delle lettere non debba ridursi al solito calcolo algebrico, ma anzi lo preceda, e serva ad esprimere proprietà dei numeri e a rappresentare adeguatamente congetture sui numeri, fornendo anche, quando possibile, la relativa dimostrazione. In quest’ottica, il calcolo algebrico va integrato al calcolo numerico, di cui è il naturale sviluppo.

Questo è quanto propone il percorso presentato: l’utilizzo delle lettere precede l’usuale calcolo algebrico, ed è inizialmente finalizzato a generalizzare proprietà numeriche, ad esprimere in modo adeguato, a dimostrarle. Solo in un secondo tempo si passerà allo studio esplicito delle tecniche di calcolo.

Questo consentirà di consolidare gradualmente nel tempo la competenza nel calcolo numerico, e di giungere ad una competenza algebrica adeguata nell’arco del primo biennio.

È importante mantenere forte, soprattutto nelle prime manipolazioni algebriche, il significato delle formule e far capire all’allievo che il calcolo algebrico non è fine a se stesso. Nell’affrontare le tecniche di calcolo algebrico sarà opportuno individuare il giusto equilibrio fra la ricerca del valore semantico (il ‘senso’ di una formula in un certo contesto) e l’abilità sintattica (cioè di calcolo formale) che è in parte legata all’addestramento. Gli esercizi dovranno essere scelti per la loro valenza operativa e non dovranno costituire compito eccessivamente ripetitivo; per fare un esempio, gli esercizi di sviluppo possono essere alternati con gli esercizi di fattorizzazione, per favorire quella ‘reversibilità’ indispensabile per una completa comprensione.

I ANNO

15 h (A1): Questo raggruppamento è dedicato all’aritmetica (fino ai numeri razionali) e all’introduzione dell’Algebra, nell’ottica espressa in premessa, arrivando fino ai prodotti notevoli, senza superare il 3° grado.

Tale raggruppamento potrebbe iniziare con una fase di raccordo con il Ciclo scolare precedente, avendo cura di presentare *anche* le differenti caratteristiche di uno stesso numero, legate al modo di scriverlo oppure all’appartenenza a un determinato insieme.

Lavorando con i numeri gli studenti impareranno a eseguire operazioni tra i numeri conosciuti a mente oppure utilizzando gli usuali algoritmi scritti, le calcolatrici e i fogli di calcolo e valutando quale strumento può essere più opportuno, a seconda della situazione e degli obiettivi, a confrontare i numeri anche se espressi in vario modo (frazioni, numeri decimali, ...) individuando la loro corretta posizione sulla retta numerica. Nello stesso tempo, sfruttando la facilità con cui i ragazzi riescono a osservare situazioni di regolarità nei numeri, si possono invitare gli allievi ad analizzare tabelle di valori e a esprimere con parole e con formule le regolarità osservate (eventualmente anche mediante rappresentazioni grafiche), a fare previsioni,... è un primo approccio all’introduzione delle lettere e alla dimostrazione.

In questi casi, un utile strumento di lavoro è il foglio elettronico o la costruzione di alcuni semplici algoritmi implementabili sul calcolatore: sfruttando le potenzialità del foglio elettronico si possono costruire con gli studenti sequenze di numeri (numeri pari, dispari, triangolari, ...). La possibilità di lavorare su una tavola numerica costruita attraverso il computer permette allo studente di anticipare formule, di fare previsioni, validarle ed eventualmente confutarle.

Interessanti potrebbero essere i cammini storici per la ricerca di formule generatrici di numeri primi, o ancora l’algoritmo di Euclide per la ricerca dei numeri primi.

Nel contempo l'uso del foglio elettronico prevede la scrittura di formule con una sintassi molto rigorosa; è uno strumento per risolvere problemi, permette di realizzare tabelle, consente di ottenere rapidamente grafici di vario tipo: è quindi una risorsa preziosa per la costruzione del pensiero algebrico nei suoi diversi aspetti, ma non solo algebrico.

L'uso consapevole delle operazioni numeriche e delle loro operazioni inverse e l'utilizzo ragionato delle lettere per generalizzare proprietà numeriche e la costruzione di formule sono argomenti in comune con *Relazioni e funzioni*: sfruttando questi momenti di lavoro, la ricerca della rappresentazione simbolica delle funzioni si inserisce nella più generale ricerca di formule algebriche.

Fin dalle prime attività il docente dovrebbe porre attenzione al passaggio graduale dal “linguaggio naturale al linguaggio matematico” spingendo gli studenti a un uso di linguaggi progressivamente formalizzati. Il calcolo numerico dovrebbe essere ripreso anche per descrivere con un'espressione numerica la sequenza di operazioni che risolve un problema, per usare consapevolmente le parentesi, le convenzioni sulla precedenza delle operazioni, le proprietà delle operazioni stesse, in modo da mostrare che le regole di calcolo simbolico sono le proprietà che valgono negli insiemi numerici, applicate in un contesto più generale.

Ovviamente sono necessari anche esercizi di “addestramento” sulle tecniche di calcolo simbolico, che prevede la presentazione, nel primo anno, dei prodotti notevoli. Si sconsiglia caldamente di scegliere lunghe espressioni.

In questo caso manipolazioni con il calcolatore possono accompagnare e aiutare nell'apprendimento in particolare l'uso di software adatti alla visualizzazione di grafici o software di Geometria Dinamica che permettono di visualizzare contemporaneamente gli aspetti grafici, algebrici e le tabelle di valori. Per utilizzare tali software non è necessario che gli studenti li conoscano approfonditamente: inizialmente il docente può fornire loro schede-guida molto dettagliate su come operare dal punto di vista prettamente tecnico. Via via che il lavoro sul calcolatore si ripete le indicazioni tecniche saranno sempre meno necessarie.

Attività consigliata: Si consiglia di utilizzare l'attività m@t.abel *L'aritmetica aiuta l'algebra, l'algebra aiuta l'aritmetica* il cui obiettivo è far comprendere che le regole di calcolo simbolico sono le proprietà che valgono negli insiemi numerici, applicate in un contesto più generale e permettere agli allievi di manipolare in modo consapevole formule algebriche, per ricavare nuove informazioni sui problemi ai quali le formule stesse sono applicate. L'attività si articola in percorsi per arrivare a regole di base del calcolo simbolico in stretta connessione con le proprietà del calcolo numerico, delle quali sono la generalizzazione, senza però tralasciare l'interpretazione geometrica delle regole di calcolo.

[Si vedano i collegamenti con *Relazioni e funzioni*]

II ANNO

10 h (A2): Questo raggruppamento inizia con un'introduzione dei numeri reali.

L'introduzione dei numeri reali inizialmente dovrebbe essere intuitiva, l'insegnante dovrebbe porre attenzione alle loro rappresentazioni, con forti riferimenti alla retta numerica per individuare correttamente la posizione dei numeri e confrontare i numeri anche se espressi in modo differente (frazioni, radici, numeri decimali, ...). La comprensione e la dimostrazione dell'esistenza di grandezze incommensurabili porta alla costruzione dell'insieme dei numeri reali.

Un discorso a parte merita l'approssimazione dei numeri, l'operare consapevolmente con i valori approssimati, e valutare l'attendibilità del risultato o di informazioni numeriche relative a situazioni reali.

Attività consigliata: Si consiglia di utilizzare l'attività m@t.abel *Il foglio A4*, soprattutto per il nodo cruciale preso in esame: i numeri razionali, anzi i soli decimali finiti, sono ampiamente sufficienti per tutte le questioni della vita pratica e anche per studi scientifici e di carattere sperimentale che riguardano i tanti aspetti del mondo fisico. L'esigenza che ha portato ad estendere l'insieme **Q** dei numeri razionali è stata avvertita ben 2500 anni fa, quando la scuola pitagorica scoprì

l'incommensurabilità fra lato e diagonale del quadrato. L'introduzione dei numeri reali nella Scuola secondaria di II grado è tanto importante quanto delicata; spesso comporta, per insegnante ed alunni, notevoli difficoltà. L'attività propone un percorso che conduce ad un approccio intuitivo ai numeri reali con il metodo degli allineamenti decimali. Questo sembra essere l'approccio più naturale: quello che, da un lato, ha storicamente portato ai grandi risultati dell'analisi, dall'altro quello che meglio utilizza i modelli mentali già in possesso degli alunni ed è sufficientemente operativo per consentire di affrontare i concetti fondamentali con concretezza. È, infine, interessante perché illustra il metodo usato da Cantor nella sua dimostrazione della “non numerabilità” dell'insieme dei reali.

[Si vedano i collegamenti con *Geometria, Relazioni e funzioni*]

Geometria

Premessa

Si consiglia prima di tutto di non trascurare la Geometria, ma di dedicare ad essa un tempo equilibrato. Anche se non si potrà, con 3 ore settimanali, dedicare un tempo molto esteso ad essa, è sconsigliato ridurla a una presenza poco significativa, perché la Geometria è una parte fondamentale del curricolo di matematica ed offre la base intuitiva per una visualizzazione di molti dei concetti matematici che si riscontrano sia nel mondo reale che negli altri ambiti di contenuto (*Aritmetica e algebra, Relazioni e funzioni, Dati e previsioni*).

Nelle *Indicazioni nazionali* si afferma “Il primo biennio avrà come obiettivo la conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano”.

Un ruolo significativo in tutti gli ambiti della Scuola secondaria di II grado, e in particolare in Geometria, deve essere assegnato all’argomentazione e alla congettura, per arrivare gradualmente al significato di dimostrazione e, con molta prudenza, di teoria in matematica. Questo è dovuto al fatto storico che la geometria, con gli *Elementi* di Euclide, è stata una delle prime parti della matematica occidentale che è stata sistematizzata.

A questo livello, di I biennio della Scuola secondaria di II grado, non si potrà assolutamente impostare la Geometria in modo assiomatico e deduttivo, ma si svilupperanno progressivamente, a partire da quanto gli allievi conoscono a livello intuitivo, alcune “limitate catene di deduzioni”, che si possono anche chiamare “isole deduttive”. A questo proposito nelle *Indicazioni nazionali* si dice “In coerenza con il modo in cui si è presentato storicamente, l’approccio euclideo non sarà ridotto a una formulazione puramente assiomatica”.

Particolarmente delicata, per l’insegnante, è quindi la scelta didattica di quali argomenti, in Geometria, rivedere in modo rapido e di quali invece meritano di essere ripresi con maggiore approfondimento rispetto a quanto è stato già svolto nella Scuola secondaria di I grado.

Un ruolo particolare nell’apprendimento e insegnamento della Geometria – oltre che degli altri ambiti – può essere giocato dalle tecnologie, in particolare i software di Geometria Dinamica, che permettono di fare esperienze molto efficaci.

La Geometria ha un suo specifico contenuto, ma andrà collegata in modo sistematico agli altri ambiti, senza introdurre artificiali separazioni tra di essi. Si deve trasmettere agli allievi che la Geometria non è una parte isolata della matematica. Gli esempi sono infiniti e basta pensare al metodo delle coordinate cartesiane, a proposito del quale nelle *Indicazioni nazionali* si scrive: “L’intervento dell’algebra nella rappresentazione degli oggetti geometrici non sarà disgiunto dall’approfondimento della portata concettuale e tecnica di questa branca della matematica”.

Nel seguito si proporranno alcuni temi per i quali questo collegamento si presenta spontaneo ed, in un certo senso, obbligato.

I ANNO

20 h (G1): In questo raggruppamento, dato il limitato tempo a disposizione, è molto importante partire da quello che gli allievi già conoscono dalla Scuola secondaria di I grado per guadarli a una maggiore consapevolezza argomentativa. Oltre agli strumenti tradizionali (riga, compasso, goniometro,...) è vivamente consigliato usare strumenti come i software di Geometria Dinamica, che offrono grandi possibilità didattiche per la scoperta di proprietà e di congetture su tutti i temi previsti. Inizialmente si procederà con un recupero ed approfondimento della conoscenza della figure del piano. Si proseguirà con la ripresa delle proprietà essenziali dei triangoli (disuguaglianza triangolare e somma degli angoli interni) e dei poligoni attraverso procedimenti costruttivi e argomentativi. Perpendicolarità e parallelismo nel piano (recupero di nozioni già viste nella scuola secondaria di I grado). Proprietà e classificazione dei triangoli e dei quadrilateri (già viste nella scuola secondaria di I grado). Costruzioni geometriche elementari.

Isometrie del piano: traslazioni, rotazioni, simmetrie,... in contesti ricchi e motivanti: natura; arte; fregi; tassellazioni; Invarianti delle isometrie. Uguaglianza di triangoli: criteri. Proprietà delle

figure geometriche e riconoscimento di semplici simmetrie nel piano cartesiano; il piano cartesiano; il teorema di Pitagora e distanza tra due punti.

Attività consigliate: Si consiglia di utilizzare le seguenti attività (dal Piano m@t.abel e altri materiali in rete):

- *Esplorazione di figure piane: dalle congetture alla dimostrazione.* È un'attività che si propone di realizzare costruzioni geometriche elementari utilizzando anche strumenti informatici e comprendere dimostrazioni e sviluppare semplici catene deduttive.
- *Tangram e tassellazioni.* L'attività ricorre al tangram e alle tassellazioni ponendoli in un contesto di gioco per affrontare questioni inerenti a equiestensione ed equivalenza di figure piane che si ottengono giustapponendo più moduli diversi che possono variare per forma e dimensione, questioni riguardanti equiestensione e isoperimetria, costruzione e lettura di semplici formule letterali per esprimere le misure dell'area e del perimetro di figure geometriche composte, in relazione alla lunghezza di alcuni loro elementi lineari, proprietà delle similitudini come “teoremi in atto” per risolvere le situazioni problematiche proposte, applicazioni del teorema di Pitagora per ricavare relazioni tra lati di triangoli al fine di risolvere i problemi di cui ai punti precedenti.

Queste attività possono dare delle indicazioni concrete per svolgere gli argomenti indicati in forma laboratoriale.

[Si vedano i collegamenti con *Relazioni e funzioni*]

II ANNO

20 h (G2): Anche al II anno, dato il limitato tempo a disposizione, è molto importante partire da quello che gli allievi già conoscono dalla Scuola secondaria di I grado. L'insegnante deve scegliere con cura alcuni argomenti da approfondire. Nelle *Indicazioni nazionali* si cita il ruolo del teorema di Pitagora “sia per gli aspetti geometrici che per le implicazioni nella teoria dei numeri (introduzione dei numeri irrazionali)”, delle principali trasformazioni geometriche del piano (comprese le similitudini e il teorema di Talete) e delle costruzioni geometriche elementari.

Il percorso potrebbe quindi proporre rapidamente alcuni temi già noti agli allievi ed approfondire alcuni snodi – in numero limitato – relativi alla argomentazione e alla dimostrazione dei temi proposti. A partire da evidenze immediate o acquisite in modo intuitivo, si possono dimostrare alcune proprietà scelte per la loro significatività.

Equivalenza nel piano e misura di superfici. Teorema di Pitagora (proporne una dimostrazione). Applicazioni.

La similitudine nel piano, attraverso procedimenti esplorativi e costruttivi, utilizzando un software di geometria dinamica; il teorema di Talete (in modo intuitivo) e sue applicazioni; similitudine dei triangoli. Invarianti delle similitudini. Applicazioni della similitudine nei problemi.

Il piano cartesiano; punti e rette nel piano cartesiano; rette parallele e rette perpendicolari.

Attività consigliate: Si consiglia di utilizzare le seguenti attività (dal Piano m@.abel e altri materiali in rete):

- *Il teorema di Pitagora tra leggenda e storia* che lavorando sulla geometria euclidea si propone di realizzare costruzioni geometriche elementari utilizzando anche strumenti informatici, comprendere dimostrazioni e sviluppare semplici catene deduttive e analizzare e risolvere problemi del piano e dello spazio utilizzando le proprietà delle figure geometriche oppure le proprietà di opportune isometrie.
- *Ombre e proporzionalità:* questa unità ha lo scopo di introdurre gli studenti allo studio delle similitudini, mediante l'analisi di situazioni reali, arrivando ad un approccio al teorema di Talete e alle sue conseguenze nel piano, per scoprire il ruolo fondamentale che gioca nella geometria del piano.

Queste attività, tra le diverse disponibili in rete, possono fornire concrete indicazioni didattiche per svolgere in forma laboratoriale gli argomenti indicati.

5 h* (C4): Questo raggruppamento prevede diversi collegamenti:

- Costruzioni geometriche elementari come applicazioni della similitudine (argomento da svolgere in collegamento con *Aritmetica e algebra*).
- Piano cartesiano; rette nel piano cartesiano; l'intervento dell'Algebra nella rappresentazione degli oggetti geometrici e viceversa, della Geometria nella rappresentazione di oggetti algebrici; rette per l'origine e proporzionalità diretta; parallelismo e perpendicolarità nel piano cartesiano tra rette; il metodo delle coordinate (argomento da svolgere in collegamento con *Aritmetica e algebra* e *Relazioni e funzioni*).

[Si vedano i collegamenti con *Aritmetica e algebra*, *Relazioni e funzioni*, *Dati e previsioni*]

Relazioni e funzioni

Premessa

Tra i procedimenti caratteristici del pensiero matematico un ruolo fondamentale hanno le “rappresentazioni”, che nel caso delle relazioni tra grandezze favoriscono l’acquisizione da parte degli alunni di un “pensiero funzionale”. Le funzioni sono strumenti matematici particolarmente adatti alla descrizione di fenomeni (non solo del mondo fisico) e alla costruzione di semplici modelli matematici per effettuare scelte e avanzare previsioni. È esplicito il consiglio al riguardo di questa impostazione nelle *Indicazioni Nazionali riguardanti gli obiettivi specifici di apprendimento*, che riportano testualmente: “Obiettivo di studio sarà il linguaggio degli insiemi e delle funzioni, anche per costruire semplici rappresentazioni di fenomeni e come primo passo all’introduzione del concetto di modello matematico”.

Non è difficile che si torni a parlare di questioni sulle operazioni numeriche proprio mentre si cerca di trovare le relazioni fra grandezze o si discute sul significato di operazioni inverse nella ricerca dell’invertibilità delle funzioni. Con queste scelte di integrazione tra gli ambiti di contenuto, lo studente diventa più consapevole delle potenzialità del calcolo numerico e letterale. Per quanto riguarda l’uso delle lettere è probabile che proprio le attività proposte per sviluppare il concetto di funzione possano contribuire a formare o a consolidare l’uso delle lettere come variabili (incognite o parametri in una formula). Non bisogna avere timore di affrontare, anche nei primi mesi di scuola, attività che introducono al concetto di funzione e lavorano nel discreto con operazioni note su numeri noti. Da evitare l’introduzione al concetto di funzione con la rappresentazione sagittale della corrispondenza tra due insiemi, è utile solo dopo avere messo insieme una vasta gamma di situazioni (empiriche e algebriche) dove si sono cercate e capite le relazioni che intercorrono tra le grandezze in gioco.

L’argomento equazioni e disequazioni (che si consiglia di non separare) deve essere affrontato abbastanza presto. Gli studenti devono acquisire padronanza consapevole e non solo meccanica di metodi risolutivi scegliendo registri e ambiti operativi e mantenendo il controllo dei risultati.

Si possono anche scegliere semplici problemi che ormai fanno parte della storia della matematica come quelli di Fibonacci.

I ANNO

5 h (R1): Questo raggruppamento sarà utilizzato per la trattazione di argomenti specifici dell’ambito: in una prima situazione di recupero di abilità e conoscenze pregresse va dedicata particolare attenzione alle grandezze direttamente proporzionali e inversamente proporzionali, perché sono un passaggio obbligato nel momento in cui si parla di funzioni.

L’introduzione al concetto di funzione deve avvenire attraverso esempi di situazioni molto diverse tra loro (utilizzate per le indagini statistiche, costruite a partire da relazioni geometriche, che si riferiscono a situazioni di vita reale, basate su proprietà tratte dall’aritmetica, ecc..) e l’uso delle rappresentazioni (numerica, simbolica, grafica) deve essere sempre accompagnato dall’analisi dei vantaggi e dei limiti che ognuna di esse comporta. In particolare si dovranno far cogliere agli studenti gli aspetti qualitativi dei grafici (è opportuno utilizzare anche il linguaggio naturale) ponendo, sin dai primi esempi, quesiti del tipo: “Prova a descrivere l’andamento del grafico, è costante? Cresce? Dove cresce? Come cresce? Decresce? Come decresce? Ci sono valori massimi? Ci sono valori minimi?, ecc.”. L’uso di un software opportuno è consigliato per compilare tabelle e realizzare grafici. Si utilizzano funzioni per costruire modelli di semplici situazioni e poter effettuare scelte e fare previsioni.

Attività consigliata: Si consiglia di utilizzare l’attività m@tabel *Introduzione al concetto di funzione*. Risulta chiaro in tale attività anche una indicazione sul metodo laboratoriale che, proprio per la costruzione di un concetto, offre agli studenti la possibilità di procedere per “errori e tentativi” senza frustrazioni per gli eventuali “fallimenti”. Si propongono diversi approcci alle funzioni con modalità e tempi che possono essere adeguati alle diverse situazioni di classe.

10 h* (C2): Questo raggruppamento prevede argomenti in comune con gli altri ambiti per trattare le relazioni tra variabili di diversa natura e le loro rappresentazioni: a parole utilizzando il linguaggio comune, per elencazione, inseriti in tabelle, mediante grafi, con formule... Tali argomenti possono essere presentati in comune all'ambito *Dati e previsioni*.

Successivamente il docente dovrà presentare il concetto di coppie ordinate e il prodotto cartesiano, il metodo delle coordinate e in particolare il piano cartesiano per giungere alla rappresentazione grafica delle funzioni.

In questa fase può essere utile far riferimento a software opportuni per costruire tabelle e realizzare grafici, partendo dalla elaborazione e gestione di un foglio elettronico per rappresentare in forma tabellare e grafica dati e funzioni fino ad arrivare, in seguito, a software di geometria dinamica che consentono di rappresentare funzioni date le loro espressioni algebriche.

Argomenti in comune con *Aritmetica e algebra* sono l'uso consapevole delle operazioni numeriche e delle loro operazioni inverse, ma anche l'utilizzo ragionato delle lettere per generalizzare proprietà numeriche e la costruzione di formule.

Sfruttando questi momenti di lavoro, la ricerca della rappresentazione simbolica delle funzioni si inserisce nella più generale ricerca di formule algebriche.

In comune con l'ambito *Geometria* si possono presentare le proprietà delle figure geometriche (geometria sintetica) che vengono utilizzate quando si lavora sul piano cartesiano, per esempio la distanza fra due punti dove è necessario l'uso del Teorema di Pitagora (anche se non si è ancora arrivati ad una sua rigorosa dimostrazione lo si può utilizzare in maniera intuitiva).

Anche le isometrie, che sono ottimi esempi di funzioni, meritano uno spazio adeguato anche per la portata del loro impatto sui grafici delle funzioni: lo studio delle funzioni lineari e quadratiche sarà agevolato dall'osservazione del cambiamento dei loro grafici per effetto di trasformazioni geometriche elementari (traslazioni, opportune simmetrie centrali e assiali). È necessario quindi che, sia sul piano euclideo che sul piano cartesiano, gli alunni siano in grado di riconoscere e applicare semplici isometrie.

5 h* (C3): In questo raggruppamento si introducono diverse funzioni utilizzate per le indagini statistiche (in collegamento con *Dati e previsioni*), per esempio l'andamento degli iscritti in una determinata classe di una scuola in funzione degli anni, o che si possono costruire partendo da note relazione geometriche (in collegamento con *Geometria*), per esempio lato e perimetro o lato e aerea nel quadrato.

Attività consigliata: Si consiglia di utilizzare un repertorio di proposte di lavoro da scegliere secondo il tempo a disposizione tra quelle in *Funzioni (1) e (2)* presenti sul sito di Ma.Co.Sa.

10 h* (C1): In questo raggruppamento si prendono in esame *Equazioni e disequazioni* (in abbinamento con *Aritmetica e algebra*).

È opportuno parlare di proposizioni vere, false, e aperte con un intermezzo di elementi di logica (si sconsiglia di trattare la logica come un capitolo a sé stante, seguendo una pratica consolidata presente in molti libri di testo) e delle proprietà del predicato "essere uguale" (e analogamente dei predicati "essere maggiore", "essere minore") ma anche introdurre l'argomento perché si deve affrontare e risolvere un problema. È fondamentale l'idea dell'equivalenza tra equazioni supportata da una conoscenza adeguata delle procedure per produrre equazioni equivalenti e delle tecniche risolutive per giungere alle soluzioni.

Non appena gli studenti hanno familiarità con i grafici delle funzioni è però necessario parlare di zeri della funzione e di segno della funzione, con il vantaggio di avere introdotto un modo di lavorare che continuerà ad essere efficace per le equazioni e disequazioni di grado superiore al primo.

Si dovranno risolvere problemi che implicano l'uso di equazioni e disequazioni anche per via grafica, come primo passo verso la modellizzazione matematica.

La trattazione potrà prevedere anche ambiti di contenuto presenti in altre discipline e far riferimento a situazioni di vita reale, in tal caso un discorso a parte dovrebbe essere fatto per l'esistenza – o meno – delle soluzioni.

Attività consigliata: Si consiglia di utilizzare l'attività m@t.abel *Equazioni e disequazioni di primo grado*. In questa attività c'è una particolare attenzione alle rappresentazioni funzionali e un percorso per approfondire la consapevolezza dei procedimenti utilizzati ma anche alcuni accorgimenti per il recupero, nel caso di studenti con particolari difficoltà.

[Si vedano i collegamenti con *Aritmetica e algebra, Dati e previsioni*]

II ANNO

15 h (R2): Questo raggruppamento sarà dedicato alla trattazione delle seguenti funzioni: funzioni lineari, $f(x) = |x|$, $f(x) = a/x$, $f(x) = x^2$. Una situazione/problema che si formalizza con una funzione lineare può essere un buon approccio all'argomento (per semplificare si può anche recuperare un caso già noto di proporzionalità diretta). Si proseguirà con l'analisi qualitativa del grafico delle funzioni lineari (crescenza/decrescenza, intersezione con l'asse y) per arrivare a caratterizzare il ruolo dei parametri nella rappresentazione simbolica canonica. Sarà evidente il vantaggio di utilizzare un software di geometria dinamica (si parla di "esplorazione" del grafico) se si vuole arrivare gradualmente a scoprire a che cosa corrisponde (nella rappresentazione algebrica) una variazione della pendenza e della quota nella retta, grafico della funzione. Si ritorna a parlare di soluzioni grafiche ma anche numeriche (attraverso le tabelle) delle equazioni e delle disequazioni di primo grado e dei sistemi lineari. Il passaggio da un registro all'altro (numerico, grafico, simbolico) è consigliabile tutte le volte che se ne presenta l'occasione. Non è la retta, come oggetto della geometria analitica, la protagonista nello studio della funzione lineare ma il modello lineare e la sua potenzialità. Lo stesso metodo di indagine utilizzato per le funzioni lineari si applicherà allo studio delle altre funzioni $f(x) = |x|$, $f(x) = a/x$, $f(x) = x^2$ utilizzando sempre i software più opportuni per le rappresentazioni con tabelle e grafici. Si tenderà sempre a utilizzare il più possibile le funzioni studiate per la descrizione e soluzione di problemi.

Attività consigliate: Si consiglia di utilizzare le seguenti attività m@t.abel:

- 1) *Allineamenti. Esploriamo le funzioni lineari.* In questa attività il metodo con cui gradualmente si affrontano i nodi cruciali dell'argomento rispetta i tempi di tutti gli studenti, anche di quelli più in difficoltà.
- 2) *Diete II.* L'attività costituisce un esempio di come sia possibile consolidare la conoscenza del concetto di funzione attraverso la costruzione di un modello per affrontare problemi relativi a diete alimentari; è anche un esempio di un problema che si sviluppa in un contesto di ricerca operativa.

Anche in questa ultima attività, come in molti altri casi, è opportuno *non tenere separate l'algebra e la geometria* e quindi, si può utilizzare questa attività anche per rivedere e cercare di capire meglio la definizione di *angolo convesso* e di *poligono convesso* alla luce della loro descrizione analitica.

L'uso del software di geometria dinamica qui interviene per esplorare una situazione in cui, effettivamente, il movimento di un punto e di una retta hanno un significato chiave per arrivare alla soluzione del problema, ma che non è l'unico modo possibile di affrontare la questione.

10 h* (C6): Quest'altro raggruppamento è dedicato ad approfondimenti su Equazioni e Disequazioni (in collegamento con *Aritmetica e algebra* e con *Geometria*). Il docente dovrebbe riprendere il discorso già iniziato l'anno precedente sulle proposizioni vere, false e aperte e sul significato del termine soluzione. In questa fase bisognerebbe consolidare la familiarità degli allievi con i grafici delle funzioni, in particolare quelle lineari, con i termini zeri della funzione e con il segno della funzione. Successivamente si potrebbe approfondire la ricerca di relazioni significative tra grandezze in situazioni problematiche: tali relazioni si possono individuare leggendo un grafico, una tabella numerica o un'espressione algebrica che esprima in formula la situazione problematica di partenza. Anche qui si dovranno risolvere problemi che implicano l'uso di equazioni, disequazioni, di massimo e minimo anche per via grafica, un ulteriore passo verso la modellizzazione. La trattazione potrà prevedere anche ambiti di contenuto presenti in altre discipline e far riferimento a situazioni di vita reale.

[Si vedano i collegamenti con *Geometria*]

Dati e previsioni

Premessa

Dalle *Indicazioni Nazionali*: “Lo studente sarà in grado di rappresentare e analizzare in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee. Saprà distinguere tra caratteri qualitativi, quantitativi discreti e quantitativi continui, operare con distribuzioni di frequenze e rappresentarle. Saranno studiate le definizioni e le proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità, nonché l’uso strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche. Lo studio sarà svolto il più possibile in collegamento con le altre discipline anche in ambiti entro cui i dati siano raccolti direttamente dagli studenti.

Lo studente apprenderà la nozione di probabilità, con esempi tratti da contesti classici e con l’introduzione di nozioni di statistica.

Lo studente studierà alcuni esempi di modelli matematici in diversi ambiti, apprenderà a descriverne le caratteristiche principali e distinguerne gli aspetti specifici.”

L’ambito *Dati e previsioni*, ossia statistica e probabilità, offre l’opportunità di avvicinare lo studio della matematica alla realtà quotidiana, creando curiosità nello studente verso informazioni quantitative che egli stesso può raccogliere sul mondo che lo circonda, portandolo ad analizzare dati, misure, tabelle e loro elaborazioni, grafici che aiutano a comprendere fenomeni complessi. Valorizzando il contatto col mondo reale, lo studente può essere gradualmente guidato ad affrontare gli esiti di eventi incerti e la misura della verosimiglianza del loro verificarsi. Non è solo la vita quotidiana a poter richiedere la raccolta di informazioni quantitative, la loro organizzazione e analisi ma anche le attività sperimentali proprie delle scienze: fisiche, biologiche, mediche, ecc. Ciò fornisce l’opportunità di fare affrontare agli studenti problemi di misurazione e gestione degli errori, coinvolgendo argomenti di statistica, probabilità e di altre discipline sperimentali, mostrando la valenza interdisciplinare del nucleo.

È indispensabile saper cogliere i vantaggi che l’insegnamento/apprendimento di questi argomenti ha per le altre parti della matematica. Infatti uno sviluppo adeguato di statistica e probabilità è utile per passare in modo semplice dal linguaggio naturale a quello simbolico e per rafforzare le conoscenze legate agli altri ambiti quali *Aritmetica e algebra*, *Geometria e Relazioni e funzioni*. Tra l’altro la statistica offre la possibilità di far entrare contesti reali in classe, di affrontare gli argomenti con strategie di problem solving, anche avvalendosi dell’uso di fogli di calcolo di grande diffusione. Il momento della comunicazione, competenza di cui la società moderna fa largo uso, dà modo di esporre conclusioni basate su numeri, che sono il risultato dell’elaborazione di dati.

La probabilità, coniugata con la statistica, offre poi strategie da perseguire per affrontare al meglio (e correttamente) l’incertezza; il chiedersi cosa potrà accadere e il poterlo verificare attraverso esperimenti o simulazioni sarà un elemento decisivo per superare alcune degli innumerevoli misconcetti che, in ambito statistico e probabilistico, sono troppo spesso presenti anche negli adulti. Per la conduzione delle attività in classe viene suggerita soprattutto la tecnica del lavoro in gruppi che favorisce la cooperazione fra studenti e l’interazione continua con il docente.

Si ribadisce l’importanza dell’uso delle tecnologie informatiche che, semplificando alcuni aspetti operativi come elaborazioni, modellizzazioni e simulazioni, permette di focalizzare l’attenzione sulla parte più strettamente concettuale dei contenuti.

Le attività di dati e previsioni possono essere utilizzate anche come supporto allo studio delle altre tematiche in quanto i collegamenti sono molti, suggestivi e basati su informazioni quantitative interessanti e coinvolgenti [tali collegamenti saranno evidenziati all’interno del percorso].

Le attività di probabilità vanno svolte dando agli studenti il tempo adeguato per appropriarsi di concetti e dei metodi di base della teoria, concetti e metodi i quali, nonostante l’apparente semplicità, si prestano spesso ad errori o misconcezioni.

I ANNO

15 h (D1): Questo raggruppamento sarà dedicato principalmente allo svolgimento di un'indagine statistica (con tutti i possibili collegamenti con gli altri ambiti). Altri argomenti specifici dell'ambito da prendere in esame sono:

I dati, loro organizzazione e rappresentazione. Definire l'unità statistica, la popolazione e un collettivo; definire i caratteri in base alle loro modalità.

Distribuzioni delle frequenze a seconda del tipo di carattere. Frequenza assoluta (conteggio) ed intensità (misura). Frequenza relativa e frequenza percentuale.

Condurre un'indagine statistica, che non ha bisogno di prerequisiti particolari e può essere condotta in qualsiasi momento dell'anno scolastico, offre agli studenti e agli insegnanti la possibilità di far matematica a partire da dati relativi a fenomeni reali provenienti dall'esperienza diretta degli studenti o dallo studio di altre discipline scolastiche; permette inoltre di formulare congetture, risolvere problemi o verificare ipotesi mediante l'osservazione dei dati. Offre al docente la possibilità, a partire dai dati rilevati, di passare dal linguaggio naturale a quello simbolico; permette di affrontare tematiche appartenenti ad altri ambiti (insiemi e operazioni fra essi; frazioni e numeri decimali, percentuali; funzioni e loro rappresentazioni ...).

Attraverso la discussione con l'insegnante e i compagni l'alunno dovrà imparare a saper progettare e condurre semplici indagini statistiche, raccogliere ed organizzare una serie di dati relativi ad un fenomeno oggetto di studio anche attraverso l'uso di un questionario, individuare l'unità statistica, il collettivo, i caratteri da analizzare e loro classificazione, rappresentare i dati raccolti, costruire distribuzioni di frequenza associate a caratteri qualitativi o quantitativi anche ripartiti in classi, con le informazioni necessarie per la lettura.

Attività consigliata: Si consiglia di utilizzare l'attività m@t.abel *I giovani e la musica*. L'attività, che parte da una tematica cara a molti studenti, è finalizzata a saper organizzare una indagine statistica nelle sue fasi principali: definizione dell'obiettivo, rilevazione dei dati, loro tabulazione e rappresentazione grafica.

5 h* (C3): Questo raggruppamento è dedicato a *Dati, loro organizzazione e rappresentazione* (in abbinamento con *Relazioni e funzioni*). In particolare verranno trattate le distribuzioni delle frequenze a seconda del tipo di carattere e principali rappresentazioni grafiche: grafici a barre, a settori circolari, per punti (o per ordinate), l'istogramma.

Si ritiene fondamentale una riflessione ampia e approfondita sull'uso di tabelle e grafici per rappresentare i dati e sulla corretta lettura dei grafici stessi. Dedicare tempo a tale riflessione è importante, sia perché è bene che l'alunno gradualmente impari a fare uso di tabelle e grafici nella presentazione di informazioni, sia perché grafici e tabelle vengono usati molto spesso dalla stampa e dai mezzi di comunicazione, e a volte in modo scorretto. Questo problema può diventare una risorsa per la didattica, stimolando utili discussioni in classe.

Sempre in relazione ai grafici statistici, si può introdurre la riflessione sul concetto di *modello matematico* collegando il concetto di grafico in statistica con i grafici di funzioni definite da una legge matematica.

Attività consigliata: Si consiglia di utilizzare l'attività m@t.abel *I grafici ... questi sconosciuti*.

Partendo dall'analisi di tabelle tratte da un testo di storia, l'attività vuole mostrare come opportune rappresentazioni grafiche possano favorire l'analisi e la comprensione di fenomeni. Poiché esistono diverse tipologie di rappresentazioni grafiche è necessario scegliere di volta in volta quella più idonea a rappresentare il problema oggetto di studio, in relazione al carattere studiato e all'informazione che si vuole estrarre dalla tabella da rappresentare.

[Si vedano i collegamenti con Relazioni e funzioni]

II ANNO

20 h (D2): Questo raggruppamento sarà dedicato all'esame di alcuni elementi fondamentali di calcolo delle probabilità (con tutti i possibili collegamenti con gli altri ambiti). La trattazione sarà articolata come segue:

- a) *Esperimenti*: Conoscere le caratteristiche di un esperimento, definire l'insieme dei possibili esiti di un esperimento.
- b) *Evento impossibile, ed evento certo; eventi contrari, eventi incompatibili ed eventi compatibili*: conoscere le diverse tipologie di eventi casuali associati ad un esperimento aleatorio (elementari e non, incompatibili, compatibili)
- c) *Probabilità di un evento*: Conoscere l'interpretazione classica nell'assegnazione della probabilità di un evento casuale. Conoscere la probabilità dell'evento casuale certo e dell'evento impossibile; conoscere la probabilità di un evento casuale e del suo complementare.
- d) *Probabilità degli eventi compatibili ed incompatibili*.

Conoscere le modalità di calcolo della probabilità dell'unione di eventi casuali compatibili ed incompatibili.

- e) *Eventi indipendenti ed eventi dipendenti*:

probabilità condizionata: Riconoscere quando due eventi casuali sono indipendenti e quando sono dipendenti. Conoscere le modalità di calcolo della probabilità dell'intersezione di eventi casuali dipendenti ed indipendenti; Saper riconoscere i diversi tipi di eventi casuali. Saper riconoscere eventi casuali certi, possibili ed impossibili. Saper riconoscere eventi casuali contrari. Saper riconoscere e distinguere eventi casuali compatibili ed incompatibili. Saper rappresentare gli esiti di un esperimento casuale con modalità diverse (insiemi, tabelle, grafi ad albero, prodotto cartesiano).

Attività consigliata: Si consiglia di utilizzare l'attività m@t.abel *Un gioco con tre dadi*.

L'attività ha lo scopo di indurre ad una individuazione corretta dello spazio degli eventi, in modo che gli studenti sappiano distinguere tra evento (inteso generalmente come evento composto; ad es. qui l'uscita di un certo risultato nel lancio di più dadi) ed evento elementare (ovvero un evento non più ulteriormente suddivisibile in altri eventi).

L'obiettivo è condurre gli studenti alla scoperta che non tutti gli eventi hanno la stessa probabilità e che la probabilità dipende dal modo in cui l'esperimento è definito.

5 h*(C5): Questo raggruppamento prende in esame i valori di sintesi in Statistica (in collegamento con *Geometria e Relazioni e funzioni*). Verranno studiate le *definizioni e le proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità*: valori medi, la media aritmetica, la moda e la mediana: proprietà della media aritmetica; altre medie analitiche utilizzate anche nelle scienze sperimentali (geometrica, armonica, quadratica). Il campo di variazione, la varianza e lo scarto quadratrico medio. Si propone di trattare al secondo anno il problema dei valori di sintesi in statistica (e probabilità). Si approfondirà in particolare il concetto di valor medio, mentre si utilizzeranno strumenti informatici per l'introduzione degli indici di variabilità. In particolare si chiarirà che esistono vari tipi di media, dei quali si cercherà di individuare gli ambiti di applicazione. Questo potrà portare a collegamenti con l'algebra (calcolo di medie e proprietà, interpretazione algebrica della diseguaglianza tra media aritmetica e media geometrica di due valori), la geometria (applicazioni della media aritmetica, geometrica, quadratica in geometria, dimostrazione "visuale" della diseguaglianza tra media aritmetica e media geometrica di due valori) e la fisica (media armonica e applicazioni alla velocità).

Attività consigliata: Si consiglia di utilizzare l'attività m@t.abel *Di media non ce n'è una sola*.

L'attività, che parte dall'analisi di situazioni problematiche significative, è finalizzata alla conoscenza dei principali valori medi per caratteri quantitativi e delle loro proprietà, alla capacità di saperli calcolare e alla competenza di saper scegliere fra i diversi valori medi quello più opportuno per il problema da affrontare.

[Si vedano i collegamenti con *Relazioni e funzioni*]

Proponiamo infine uno dei tanti possibili esempi di programmazione didattica finalizzati al conseguimento degli obiettivi essenziali, in termini di conoscenze e abilità, per tutti gli indirizzi di studio.

I anno

15 h: Indagine statistica (esempio attività mat.@bel *I giovani e la musica*).

10 h: Numeri naturali, interi e razionali: proprietà e operazioni.

5 h: Introduzione al concetto di funzione (esempio attività mat.@bel *Introduzione al concetto di funzione*).

10 h: Recupero, consolidamento e approfondimento delle conoscenze pregresse sulle figure dello spazio e del piano: proprietà essenziali dei triangoli e dei quadrilateri, parallelismo e perpendicolarità. Si consiglia di privilegiare l'aspetto costruttivo e argomentativo, utilizzando anche software di geometria dinamica. (Esempio attività m@t.abel *Esplorazione di figure piane: dalle congetture alla dimostrazione*).

10 h: Equazioni e disequazioni di I grado (attività m@t.abel *Equazioni e disequazioni di primo grado*).

5 h: Lettura tabelle, rappresentazione grafica di dati e grafico di funzioni

10 h: Isometrie del piano (esempio attività mat.@bel *Tangram e tassellazioni*)

5 h: Lettura tabelle, rappresentazione grafica di dati e grafico di funzioni

5 h: Analisi di diverse funzioni (si consiglia di far riferimento al sito Ma.Co.Sa, andando alle voci *Funzioni (1) e (2)*).

5 h: Calcolo simbolico fino ai prodotti notevoli (esempio attività mat.@bel *L'aritmetica aiuta l'algebra, l'algebra aiuta l'aritmetica*)

II anno

10 h: Approfondimenti su equazioni e disequazioni

10 h: Il ruolo del teorema di Pitagora, approfondimenti su un numero limitato di temi per arrivare alla dimostrazione attraverso l'argomentazione. Equivalenza nel piano e misura di superfici. (attività m@t.abel: *Il teorema di Pitagora tra leggenda e storia*)

10 h: Introduzione intuitiva dei numeri reali e delle loro rappresentazioni. Operazioni coi numeri irrazionali.

5 h: Approfondimenti di statistica (attività mat.@bel *Di media non ce n'è una sola*)

15 h: Consolidamento del concetto di funzione. Analisi delle funzioni lineari e delle funzioni $f(x) = |x|$, $f(x) = a/x$, $f(x) = x^2$ (attività m@t.abel: 1) *Allineamenti. Esploriamo le funzioni lineari*; 2) *Diete II.*)

15 h: Studio di alcuni elementi fondamentali di calcolo delle probabilità fino alla prima introduzione della probabilità condizionata (con tutti i possibili collegamenti con gli altri ambiti). (attività mat.@bel *Un gioco con tre dadi*)

10 h: La similitudine nel piano, il teorema di Talete (in modo intuitivo). (attività m@t.abel: *Ombre e proporzionalità*)

5 h: Applicazioni della similitudine. Rette nel piano cartesiano, rappresentazione di oggetti algebrici.