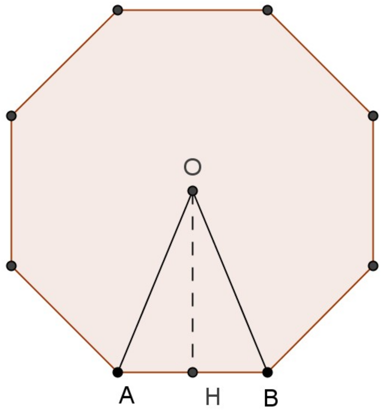
Teorema

Tra i poligoni regolari isoperimetrici, hanno area maggiore quelli che hanno un numero di lati maggiore.

Dimostrazione
Sia P_n un poligono regolare di n lati di misura *l*, l'area di P_n sarà data dalla somma delle aree degli n triangoli equivalenti a AOB.



L'area del triangolo AOB sarà $A = \frac{AB * OH}{2} = \frac{l * \frac{l}{2} * \cot g\left(\frac{2\pi}{2n}\right)}{2} =$ si ha dunque:

$A(P_n) = n * \frac{l^2}{4tg\left(\frac{\pi}{n}\right)}$, detto *p* il semiperimetro si ha: $p = n * \frac{l}{2}$ e quindi si ottiene

$$A(P_n) = \frac{p^2}{n * tg\left(\frac{\pi}{n}\right)}$$

Per dimostrare che i poligoni regolari isoperimetrici di n+1 lati hanno area maggiore di quelli di n lati,ossia che la funzione $A(P_n)$ cresce al crescere di n, si può:

1. **Utilizzare il Teorema 12 dell'Ottica di Euclide:**
   la visione rimpicciolisce i rapporti cioè
   $$0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{2} \quad \text{allora} \quad \frac{\alpha}{\beta} < \frac{\tan(\alpha)}{\tan(\beta)} \quad \text{oppure} \quad \frac{\tan(\beta)}{\beta} < \frac{\tan(\alpha)}{\alpha}$$
   cioè la funzione tan(α)/α è crescente.

   Ora (ponendo poi t = π/n), si ha che
   $$A(n) = \frac{1}{F(n)} \quad \text{è crescente} \iff F(n) = n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \text{ è decrescente} \iff \frac{\tan(t)}{t} \text{ è crescente}$$

2. **Disegnare il grafico della funzione y = tan (π/x)** e verificare che tale funzione, per x → ∞, decresce