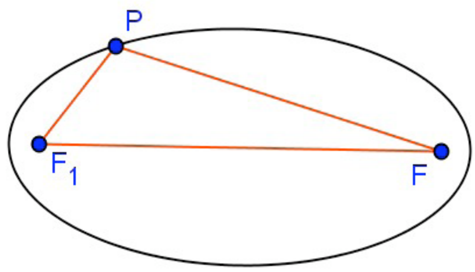
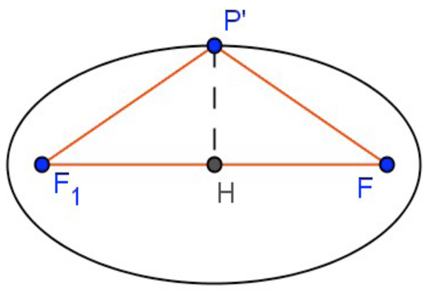
Teorema 1
Tra tutti i triangoli isoperimetrici di base fissata quello isoscele ha area massima

Dimostrazione
Consideriamo il triangolo PF F1, fissata la base F F1, tutti i triangoli isoperimetrici hanno il terzo vertice P appartenente al luogo geometrico dei punti che hanno la somma delle distanze da F F1 costante, cioè il punto P descrive, al suo variare, l'ellisse di fuochi F F1.



Considerati i triangoli isoperimetrici, di base fissata F F1, quello di area massima dovrà avere altezza massima; si otterrà dunque il triangolo isoscele P' F F1.



Teorema 2
Tra tutti i triangoli isoperimetrici quello equilatero ha area massima.

Dimostrazione.
Diamo la dimostrazione di questo teorema supponendo che esista un triangolo di perimetro p e area massima. Sia ***A*** l'insieme di tutti i triangoli di perimetro p fissato e sia **T** il triangolo equilatero di perimetro p. Supponiamo per assurdo che non sia **T** il triangolo di area massima ma sia $\mathbf{T_0}$ (stiamo quindi assumendo che **esista** un triangolo di area massima). Se $\mathbf{T_0}$ è diverso da **T** allora avrà due lati, diciamo AB e AC, di diversa lunghezza. Possiamo allora costruire un nuovo triangolo $\mathbf{T}_1$=A'BC di perimetro p, con base BC, con i lati A'B=A'C e di area maggiore di $\mathbf{T_0}$. Questo è assurdo perché avevamo supposto che fosse $\mathbf{T_0}$ il triangolo di area massima.