

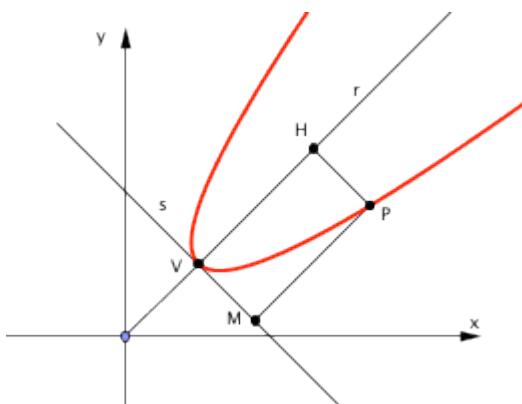
Tavola III.8

Equazioni di parabole storte

Esercizio 1

Seguendo i ragionamenti sviluppati in questo paragrafo scrivere l'equazione della parabola che ha il vertice nel punto $(1,1)$ come asse la bisettrice del I quadrante e lato retto p .

Soluzione.



L'asse r della parabola ha equazione

$$x-y=0$$

la sua perpendicolare s passante per $V=(1,1)$ ha equazione

$$x+y-2=0$$

Se $P=(x,y)$ è un punto generico del piano, P appartiene alla parabola se e solo se

$$\text{dis}(P, r)^2 = p \text{ dis}(P, s)$$

cioè

$$\frac{(x-y)^2}{2} = p \left| \frac{x+y-2}{\sqrt{2}} \right|$$

Il segno del modulo a secondo membro va scelto in modo che, come richiesto, la parabola sia nel primo quadrante. Poiché il primo membro è positivo si dovrà prendere per il modulo il segno +. L'equazione cercata è dunque

$$(x-y)^2 = p\sqrt{2}(x+y-2)$$

In questo caso abbiamo $a=1, b=-1, A=p\sqrt{2}, B=p\sqrt{2}$.

Esercizio 2

Determinare il vertice, l'asse e il lato retto della parabola

$$y^2 = x - y + 1$$

Soluzione.

In questo caso abbiamo $a=0$, $b=1$, $A=1$, $B=-1$, $C=1$. Sia $V=(x_0, y_0)$ le coordinate del vertice e p il lato retto l'equazione della parabola è allora

$$(y-y_0)^2 = p(x-x_0)$$

cioè $y^2 - 2yy_0 + y_0^2 = px - px_0$, $y^2 = px + 2yy_0 - (px_0 + y_0^2)$ e quindi

$$p=1, 2y_0=-1, px_0+y_0^2=-1$$

$$V=(x_0, y_0)=(-5/4, -1/4)$$

Possiamo a questo punto fare il grafico della curva.

