



## Tavola n. 4.6 Insegnanti Le potenze in $\mathbb{Z}_5$

Ricorda la tavola del prodotto modulo 5:

$\times$	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

Consideriamo, per  $m$  intero positivo, la funzione  $f_m: \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5$  tale che  $f_m: x \mapsto x^m$

Vogliamo scoprire per quale valore di  $m$  la funzione  $f_m$  è una funzione di cifratura.

**Completa la tabella dei valori corrispondenti delle potenze di  $x$ .**

Per calcolare velocemente le potenze di un elemento, ricorda che

$$x^m x^n = x^{m+n}$$

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

	$x$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$x^5$	$x^6$	$x^7$	$x^8$	$x^9$	$x^{10}$
0	0									
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	4	3	1	2	4	3	1	2	4
3	3	4	2	1	3	4	2	1	3	4
4	4	1	4	1	4	1	4	1	4	1

- L'elevamento al quadrato è una cifratura? E se uso un esponente pari?
- I valori di  $m$  per i quali la funzione  $f_m$  è una funzione di cifratura sono:
- Ci due esponenti diversi  $m$  e  $k$  per i quali le funzioni  $f_m$  e  $f_k$  coincidono? Se sì, quali?
- Saresti in grado di completare la tabella seguente senza fare conti?

	$x^{11}$	$x^{12}$	$x^{13}$	$x^{14}$	$x^{15}$
0					
1	1	1	1	1	1
2	3	1	2	4	3
3	2	1	3	4	2
4	4	1	4	1	4

Dopo quanti passi le funzioni si ripetono?  
E se consideriamo esponenti negativi?