

Euclide e le sue opere



Raffaello – “La scuola di Atene”

Quando nel 323 a.C. Alessandro Magno morì i generali dell'esercito greco si spartirono il territorio su cui aveva governato. Dopo anni di lotte intestine, nel 306 a.c. il controllo della parte egiziana dell'impero era nelle mani di Tolomeo I. Questo monarca illuminato istituì ad Alessandria una scuola nota come il Museo e la Biblioteca che divennero i principali centri di studio e di ricerca del mondo ellenistico. Euclide, della cui vita si sa pochissimo, operò durante il regno di Tolomeo; la testimonianza più importante su cui si basa la storiografia che lo riguarda viene da Proclo (V sec d.C.)

« Non molto più giovane di loro Ermostico di Colofone e Filippo di Medma è Euclide; egli raccolse gli "Elementi", ne ordinò in sistema molti di Eudosso, ne perfezionò molti di Teeteto, e ridusse a dimostrazioni inconfutabili quelli che i suoi predecessori avevano poco rigorosamente dimostrato. Visse al tempo del primo Tolomeo, perché Archimede, che visse subito dopo Tolomeo primo, cita Euclide; e anche si racconta che Tolomeo gli chiese una volta se non ci fosse una via più breve degli Elementi per apprendere la geometria; ed egli rispose che per la geometria non esistevano vie fatte per i re. Euclide era dunque più giovane dei discepoli di Platone, ma più anziano di Eratostene e di Archimede che erano fra

loro contemporanei, come afferma in qualche luogo Eratostene. Per le idee Euclide era platonico e aveva molto familiare questa filosofia, tanto che si propose come scopo finale di tutta la raccolta degli Elementi la costruzione delle figure chiamate platoniche »
(Proclo, Comm. Eucl., II, 68)

Le opere

Il nome di Euclide viene sempre associato agli *Elementi* tanto che gli venne attribuito l'epiteto di στοιχειωτής (compositore degli Elementi). Egli in realtà scrive una dozzina di trattati su vari argomenti, dall'ottica all'astronomia, dalla musica alla meccanica e alle sezioni coniche. Le opere pervenute fino a noi sono cinque: gli *Elementi*, i *Dati*, la *Divisione delle figure*, i *Fenomeni* e l'*Ottica*. L'opera che tratteremo in questo laboratorio, la *Catottrica*, attribuita ad Euclide è forse dovuta a Teone di Alessandria vissuto nel IV secolo d.C.

- *Elementi*

Si trattava chiaramente di un manuale, anche se non il primo; infatti si conoscono almeno tre opere precedenti dello stesso genere, compresi gli *Elementi* di Ippocrate di Chio; ma di questi, o di altri trattati che potessero rivaleggiare nell'antichità con gli *Elementi* di Euclide, non ci è rimasta alcuna traccia; quello di Euclide si lasciò indietro ogni altro rivale al punto di rimanere l'unico superstite. Gli *Elementi* non erano un compendio di tutte le conoscenze geometriche del tempo; era invece un manuale introduttivo che abbracciava tutta la matematica "elementare", cioè l'aritmetica (la teoria dei numeri), la geometria sintetica (dei punti, delle linee, dei piani, dei cerchi e delle sfere) e l'algebra (non nel senso moderno dell'algebra simbolica, ma di un equivalente in termini geometrici). L'arte del calcolo non è inclusa: questa, infatti, non faceva parte dell'educazione superiore. E neppure lo studio delle coniche o delle curve piane superiori fa parte del libro, poiché costituiva una branca più avanzata della matematica. Così com'è, il trattato euclideo si limita a presentare una sobria esposizione, logicamente strutturata, degli elementi fondamentali della matematica elementare. Gli *Elementi* di Euclide non sono solo la maggiore e più antica opera matematica greca che ci sia pervenuta, ma costituiscono anche il più autorevole manuale di matematica di tutti i tempi. L'opera fu composta verso il 300 a.C. e da allora fu copiata ripetutamente. Fu inevitabile che vi si introducessero errori e variazioni e alcuni editori di epoca più tarda, in particolare Teone di Alessandria (IV sec. d.C.) cercarono di perfezionare l'originale. Tuttavia, fu possibile farsi un'idea abbastanza precisa del contenuto dell'originale versione euclidea attraverso il confronto tra più copie manoscritte greche risalenti per lo più al periodo che va dal X al XII secolo. Aggiunte posteriori forniscono ulteriori informazioni, spesso di natura storica, e nella maggior parte dei casi sono facilmente distinguibili dall'originale. Copie degli *Elementi* sono pervenute fino a noi attraverso traduzioni arabe, che in seguito vennero tradotte in latino nel XII secolo. La prima edizione a stampa degli *Elementi* uscì a Venezia nel 1482 e fu uno dei primi libri matematici stampati.

- *Dati*

Ci è pervenuta sia nella sua versione greca originale sia in una traduzione araba. Sembra che tale opera sia stata composta per essere usata al Museo di Alessandria come volume sussidiario ai primi sei libri degli *Elementi*. Doveva servire come guida all'analisi di problemi di geometria al fine di scoprire le dimostrazioni. Si apre con quindici definizioni concernenti grandezze e luoghi. Il testo comprende novantacinque proposizioni riguardanti le implicazioni di condizioni e grandezze che possono essere date in un problema. I *Data* sono la prima in ordine tra le opere propedeutiche all'acquisizione di abilità atte a risolvere problemi geometrici con la tecnica dell'analisi. Pappo ne parla nella sua presentazione del *corpus* analitico all'inizio del libro VII della *Collectio*.

- *Divisione delle figure*

Il testo originale greco è andato perduto, ma prima della sua scomparsa ne fu fatta una traduzione araba (che trascurava alcune delle dimostrazioni originali “perché le dimostrazioni sono facili”), la quale fu a sua volta tradotta in latino ed infine nelle principali lingue moderne, come del resto è avvenuto per altre opere antiche. La *Divisione delle figure* comprende una raccolta di trentasei proposizioni concernenti la divisione di figure piane. L'opera è menzionata da Proclo.

Fenomeni

I *Fenomeni* di Euclide era un'opera simile alla *Sfera* di Autolico, ossia un'opera di geometria sferica ad uso degli astronomi. Un confronto tra i due trattati mostra come i due autori derivassero gran parte del loro materiale dalla tradizione manualistica nota alla loro generazione. Come in Autolico l'opera di Euclide non è introdotta da assunzioni esplicitamente formulate, ma da un'esposizione discorsiva in cui viene descritto il moto del cielo delle stelle fisse, si portano argomenti in favore della sfericità di quest'ultimo e sono descritte in dettaglio le porzioni in cui esso risulta diviso in conseguenza del suo moto e dell'obliquità dell'equatore celeste. Sono poi definiti termini quali ‘orizzonte’, ‘meridiano’, ‘tropici’. Una lettura anche veloce delle proposizioni mostra chiaramente che l'elemento fenomenico è ancora ben presente, comportando il ricorso a schemi deduttivi di carattere non strettamente matematico: il modello non è costruito all'interno del formalismo geometrico; le tecniche e terminologie geometriche sono applicate a schemi argomentativi saldamente ancorati al concreto. I *Fenomeni* costituiscono però un primo tentativo di istituire un modello geometrico di certi fenomeni.

- *Ottica*

E' interessante in quanto è uno dei primi trattati sulla prospettiva, ossia la geometria della visione diretta. Gli antichi avevano diviso lo studio dei fenomeni ottici in tre parti: l'ottica, o geometria della visione diretta; la catottrica, o la geometria dei raggi

riflessi; la diottrica, o la geometria dei raggi rifratti. L' *Ottica* di Euclide è notevole per l'esposizione di una teoria "emissiva" della visione secondo la quale l'occhio emette raggi che attraversano lo spazio fino a giungere agli oggetti; tale teoria si contrapponeva alla dottrina di Aristotele secondo la quale una sorta di azione si trasmetteva attraverso un mezzo in linea retta dall'oggetto all'occhio. Si noti che i concetti matematici della prospettiva (diversamente dalla descrizione fisica) sono gli stessi qualunque sia la teoria adottata. Uno degli obiettivi dell'*Ottica* era quello di combattere il concetto epicureo secondo il quale le dimensioni di un oggetto erano quelle che apparivano alla vista, senza tenere conto dell'impicciolimento dovuto alla prospettiva.

Più della metà di ciò che scrisse Euclide è andato perduto, comprese alcune delle sue opere più importanti, come un trattato sulle *Coniche*. Sia il trattato di Euclide che quello di Aristeo (*I Luoghi Solidi*) furono irrimediabilmente persi forse perché furono rimpiazzati dalla più ampia opera sulle coniche di Apollonio. Fra le altre opere andate perdute ce n'è una *Sui luoghi superficiali*, un'altra sugli *Pseudaria* e una terza sui *Porismi*; dalle testimonianze antiche non risulta chiaro neanche quale fosse il loro contenuto. La perdita dei *Porismi* euclidei è particolarmente grave, perché tale opera dava forse l'idea di quanto in quel tempo Euclide si era avvicinato alla geometria analitica. Pappo più tardi riferiva che un porisma era qualcosa di mezzo tra un teorema, in cui si propone la dimostrazione di qualcosa, e un problema, in cui si propone la costruzione di qualcosa. Altri hanno descritto il porisma come una proposizione in cui si determina una relazione tra quantità note e quantità variabili o indeterminate, ciò che forse nell'antichità si avvicinava di più al concetto di funzione.