TAVOLA C

Il modus ponens

Passo logico ↔ Deduzione ↔ Dimostrazione

Regola del modus ponens: Se $P \Rightarrow Q$ è una proposizione vera e se, presa a sé stante, è vera la premessa P, si può allora dedurre e considerare vera la conseguenza Q.

In simboli: $\left.\begin{array}{r} P \Rightarrow Q \\ P \end{array}\right\} \rightarrow \quad Q$

Esercizio 1.

In questo esercizio P, Q, R, S, T sono proposizioni qualunque. Supponiamo che valgano i seguenti assiomi:

Assioma 1: $P \Rightarrow Q$

Assioma 2: $R \Rightarrow S$

Assioma 3: $P \Rightarrow (S \Rightarrow T)$

Facciamo inoltre l'ipotesi che siano vere le proposizioni P e R, che possono essere quindi utilizzate come assiomi aggiuntivi. Se le ipotesi P e R sono vere si può dimostrare T, seguendo i passi indicati. Completa sulla destra la dimostrazione qui solo iniziata:

I	Scrivi l'assioma 1:	$P \Rightarrow Q$
II	Scrivi l'ipotesi 1:	P
III	Applica il modus ponens tra I e II:	.....
IV	Scrivi l'assioma 3:	.....
V	Applica il modus ponens tra II e IV:	.....
VI	Scrivi l'assioma 2:	.....
VII	Scrivi l'ipotesi 2:	.....
VIII	Applica il modus ponens tra VI e VII:	.....
IX	Applica il modus ponens tra V e VIII:	.....

Esercizio 2.

Dimostra, seguendo la traccia, che:

$\left.\begin{array}{l} \text{Assioma 1: } P \Rightarrow Q \\ \text{Assioma 2: } Q \Rightarrow R \end{array}\right\} \rightarrow \quad (P \Rightarrow R)$

I vi l'assioma 1:

.....

II Scrivi l'ipotesi 1:

.....

III Applica il modus ponens tra I e II:

.....

IV Scrivi l'assioma 2:

.....

V Applica il modus ponens tra III e IV:

.....

Abbiamo così dimostrato che:

$\left.\begin{array}{l} P \Rightarrow Q \\ \\ \\ \end{array}\right\} \Rightarrow R$

Q ⇒ R e quindi .....

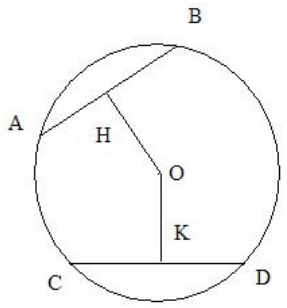
P

Il prototipo di una dimostrazione è il **ragionamento deduttivo**. E' questo tipo di ragionamento che è fondamentale in geometria, anche nel ragionamento per assurdo. Il funzionamento di un passo di deduzione è ben noto. E' definito dalla regola fondamentale del ***modus ponens***, detta anche **regola del distacco**. Uno schema ternario, o regola del distacco, è composto da tre elementi: **premessa, termine medio e conclusione**. Per premessa si intende ciò che assume lo statuto teorico di teorema e le conclusioni rappresentano la conseguenza della premessa a mezzo del termine medio.
Un passo di deduzione si organizza in funzione dello **statuto operativo** delle preposizioni. Questo statuto non dipende dal **contenuto** delle preposizioni, da ciò che esse enunciano e significano, ma dallo **statuto teorico** che viene loro fissato preliminarmente: ipotesi, teorema, definizioni, ecc. Le premesse non possono essere che delle ipotesi date in partenza o delle conclusioni ottenute in un passo anteriore. I termini medi non possono essere presi che in un corpo teorico determinato di definizioni e di teoremi già costruito teoricamente. Un **valore epistemico** è legato allo statuto teorico di ogni proposizione. Si vede allora che l'organizzazione del passo di deduzione impone il distacco, come conclusione del termine medio. Ciò che viene distaccato come conclusione acquisisce il valore epistemico della necessità (**apoditticità**).
In un passo di deduzione la relazione della giustificazione è dunque costituita da una operazione di distacco effettuata su proposizioni considerate dal punto di vista del loro statuto e non da quello del loro contenuto.

Esercizio 3.

Considera il seguente teorema, apartire dallo statuto teorico delle proposizioni, costruisci il grafo della dimostrazione.

Enunciato: In una circonferenza corde congruenti hanno la stessa distanza dal centro.



Ipotesi-Premesse:

1. I punti A, B, C e D appartengono alla circonferenza ***C*** di centro O;
2. AB e CD sono due corde congruenti;
3. OH rappresenta la distanza della corda AB dal centro O;
4. OK rappresenta la distanza della corda CD dal centro O.

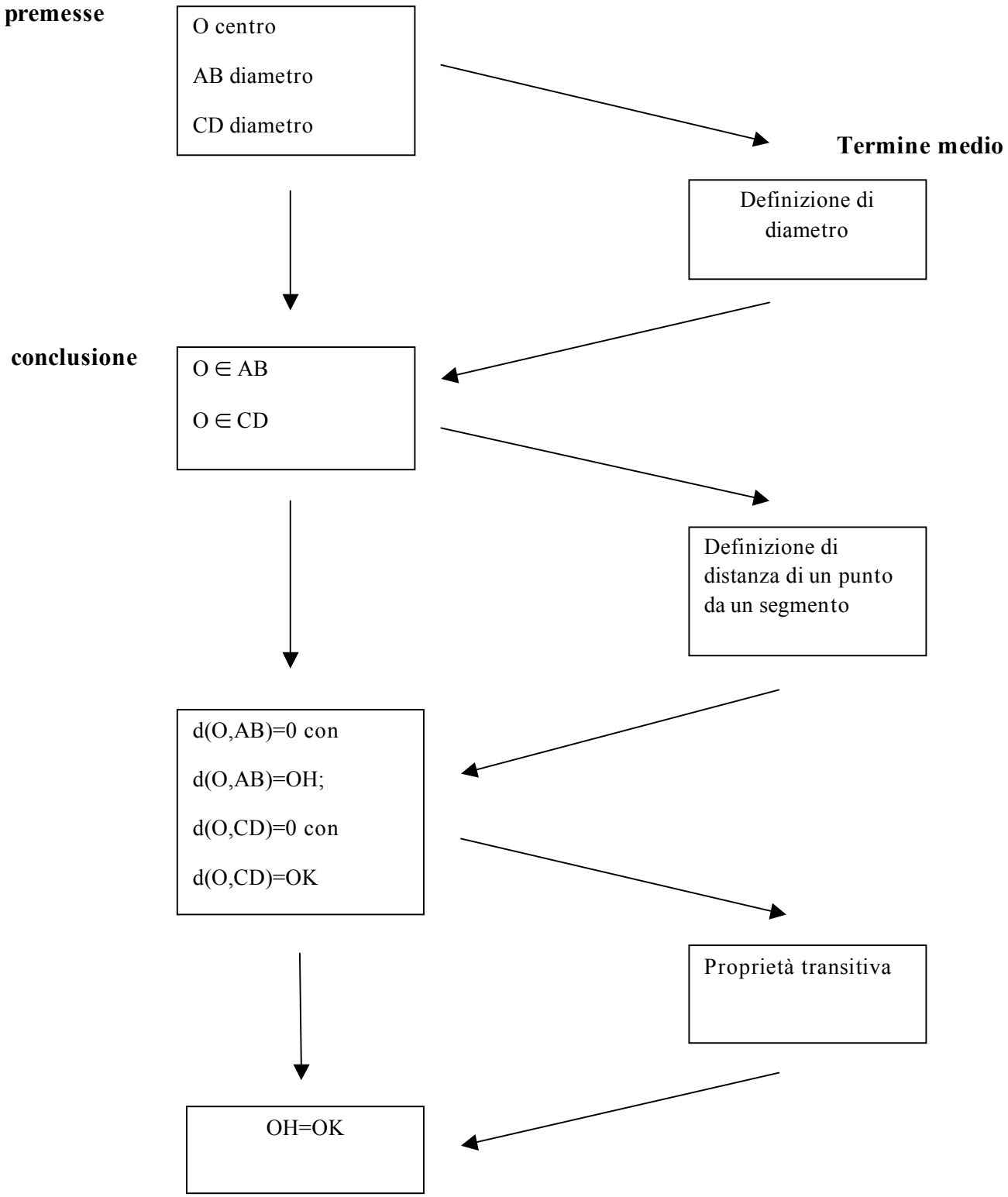
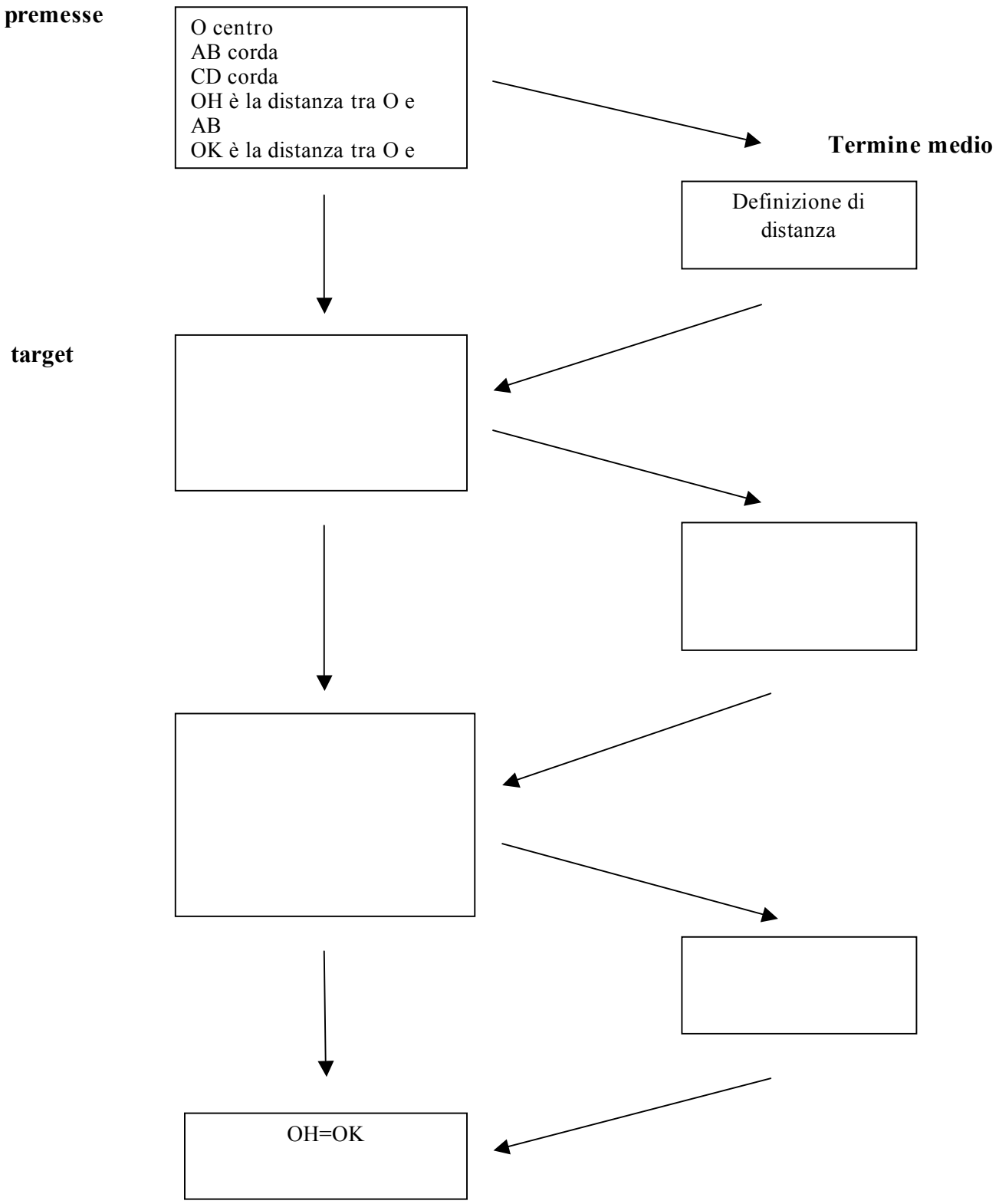
Tesi:

OH=OK

Esistono due casi:

1. Le corde sono pari al diametro
2. Le corde sono diverse dal diametro

Osserva il grafo costruito per il 1° caso:



Completa il seguente grafo che si riferisce al 2º caso della dimostrazione, considerando i termini medi presi dal corpo teorico: