

Sulle nuove indicazioni nazionali di matematica.

Paolo Francini (comitato Direttivo del Centro)

Il passo in avanti delle nuove indicazioni, sia rispetto ai vecchi programmi d'ordinamento dei licei (in sostanza risalenti quantomeno al 1945), sia rispetto alle "indicazioni nazionali" del d.lgs. 226/2005 (Moratti), mi pare nell'insieme notevole. Avremo dei buoni programmi d'insegnamento: in un linguaggio chiaro e sobrio, con una buona organicità, focalizzati sui temi fondamentali della disciplina, ragionevolmente attuali.

Riguardo i contenuti previsti, si tratta a dire il vero di una messa a sistema di quello che già adesso (argomento più, argomento meno) è nei fatti il curriculum standard, esplicitamente o implicitamente: almeno nei test d'accesso e nei precorsi delle università, in gran parte dei paesi europei (e non), nel senso comune di insegnanti e studenti. Non ci sono e credo non potessero esserci grandi sorprese: si va nel senso della ricucitura di un tessuto che già esiste, prima ancora di portare chissà quali innovazioni. Mi sento di affermare che si tratta in questo momento dell'approccio giusto, dopo i molti "strattoni" dell'ultimo decennio, spesso alquanto poveri nei contenuti. In quanto segue, mi riferirò specificamente alle indicazioni del liceo scientifico; in ogni caso le indicazioni per i diversi corsi di studio hanno carattere unitario, quindi le considerazioni che farò saranno applicabili quasi sempre in generale.

1. L'annotazione forse centrale è che il documento, più ancora che indicare obiettivi finali o risultati attesi da raggiungere, si sofferma in una descrizione alquanto dettagliata del processo stesso di insegnamento. E' una scelta per molti versi ragionevole, in direzione ortogonale a quanto visto nell'ultimo decennio. Va chiarito che, con le attuali "indicazioni nazionali", nella scuola italiana tornano a pieno titolo dei programmi nazionali di insegnamento, abbandonando la tendenza ad elencare astrattamente una serie di obiettivi finali, quasi si trattasse di produrre scatoloni o merendine, generando così una sempre più chiara tendenza ad un insegnamento addestrativo in vista degli esami finali (e finendo per lasciare l'insegnante, specie quello meno autonomo, in balia dei libri di testo o delle più varie suggestioni, se non dei vecchi appunti di quando era studente; in ogni caso lasciandolo privo di strumenti efficaci per la costruzione di un valido curriculum e per la sua condivisione su larga scala).
2. Appare chiaro l'intento di coniugare l'insegnamento della matematica in un'ottica che sia culturalmente significativa, che rompa l'isolamento e l'appiattimento nella dimensione tecnico-addestrativa, che ne mostri la storicità e le interazioni con altre forme di sapere (tecnologia, scienze, riflessione filosofica). Obiettivo importante e ambizioso, realizzarlo a partire dalla situazione presente non sarà facile: ma è una direzione verso cui vale la pena muovere. Su questo versante in particolare saranno indispensabili interventi di formazione in servizio di elevata qualità. Non è neppure del tutto chiaro chi potrebbe effettuare tali interventi: mancano strutture apposite istituzionalmente deputate a ciò nel nostro sistema scolastico. Un'esperienza come quella promossa dal Centro di Ricerca e Formazione di Tor Vergata potrà indicare delle vie e fare da riferimento per un ripensamento virtuoso del rapporto tra scuola e università: non più in chiave paternalistica, ma di fruttuosa e autentica cooperazione.

3. A mio avviso, sarebbe da rafforzare e da chiarire in maniera più esplicita l'importanza della dimostrazione e dell'esplorazione dei nessi deduttivi nello svolgimento dei contenuti. La matematica è dimostrazione (che non significa il "rituale" dimostrativo), non si comprende e non si sviluppa senza dimostrazione. Si tratta di un punto talmente essenziale e talmente equivocato che a parer mio vale la pena metterlo meglio in risalto. Altrimenti, nella vastità dei programmi, facilmente si presenterà nella pratica il rischio di una "rassegna" superficiale e scollegata dalle diverse tematiche.
4. Ottimo l'inserimento dell'algoritmo euclideo tra i temi comuni a tutti i licei. La speranza è che possa condurre a uno sforzo più autentico di comprensione circa la struttura degli interi, invece di accantonare definitivamente lo studio dell'aritmetica dopo la prima media. E potrà aprire la via ad una maggiore consapevolezza della storia e dell'evoluzione dei problemi della matematica, da Pitagora ed Euclide in avanti.
5. Altra osservazione: la matematica discreta presente è ancora poca, troppo poca. Vi è un fugace accenno al "calcolo" combinatorio (in relazione alla probabilità), ma poco o nulla che rimandi ad un "pensiero" combinatorio. Laddove nel profilo generale si prevede "la conoscenza elementare di alcuni sviluppi caratteristici della matematica moderna, in particolare degli elementi del calcolo delle probabilità e dell'analisi statistica" potrebbe essere opportuna un'aggiunta del tipo "e della matematica discreta". Le applicazioni attuali (e senza dubbio future) della matematica, il suo impatto nel descrivere e nell'influire sulla realtà hanno e probabilmente avranno sempre più a che fare con la dimensione del discreto (si pensi al digitale che rimpiazza l'analogico in tutte le forme di trattamento dell'informazione). Gli esempi abbondano, tutti sanno del DVD, degli algoritmi di codifica e compressione, la crittografia, la sicurezza e la trasmissione dei dati, degli effetti speciali nel cinema, dei telefonini, etc. Naturalmente non si tratta di fare a scuola alcuna di queste cose, ma di gettare alcune basi culturali e concettuali per orientarsi senza smarrimenti o passività, per poter pensare e intervenire sui processi e non limitarsi all'utilizzazione di applicativi e strumenti predisposti altrove, senza poterne seguire i fili. La combinatoria è connaturata allo sviluppo del pensiero algoritmico, farne a meno significa faticare a pensare quello che abbiamo di fronte riguardo le capacità descrittive e informative della matematica: a lungo andare può rivelarsi una menomazione, un limite culturale. Mi pare che rischi di essere un po' limitativa, ottocentesca, l'idea di una matematica che, nei suoi rapporti con "la realtà", si pensi quasi esclusivamente in relazione alle scienze fisiche o in analogia con esse. Tutta matematica imprescindibile, il nesso matematica-fisica rimane cruciale e generativo. Ma ho l'impressione che non basti e non basterà più. Non basta neppure l'immissione di alcuni elementi statistico-probabilistici (non mi pare che il punto stia lì, o almeno non è solo lì). Tra l'altro, gli studenti si appassionano abbastanza spontaneamente a problemi di tipo combinatorico, e lavorandovi imparano rapidamente a esplorare situazioni piuttosto complesse e significative. Mi rendo conto che, nei tempi a disposizione e con la messe di cose che "devono" star dentro ad un curriculum scolastico standard, i margini per aggiunte sono scarsi o nulli. Oltretutto il rischio di scadere nella rassegna espositiva è un pericolo mortale, da evitare assolutamente: le cose che si fanno vanno fatte e pensate a fondo, lasciando perdere le "infarinature". Tuttavia sarebbe stato opportuno prevedere nel profilo generale almeno un richiamo al discreto, per esempio di questo tenore: **<<orientarsi, sviluppando concetti e metodi appropriati, anche in situazioni aventi carattere discreto: ad esempio in problemi di tipo enumerativo o di strategia combinatoria, in questioni legate**

**all'aritmetica, in procedure algoritmiche o ricorsive**>>. Quanto ai contenuti, faccio alcuni esempi:

- a. uno sviluppo più compiuto dell'aritmetica di base, fino alle congruenze e ai caratteri delle operazioni "mod  $n$ " (comprese almeno le progressioni aritmetiche e geometriche "mod  $n$ "), e qualche equazione diofantea;
- b. qualche elemento e qualche problema sui grafi o esprimibile attraverso dei grafi (almeno i grafi percorribili e i grafi planari, quantomeno comprendendo la relazione di Eulero);
- c. saper discutere proprietà di successioni definite ricorsivamente o per via combinatoria (per esempio: un'analisi più approfondita del triangolo di Tartaglia, o di alcune successioni "storiche" come quella di Fibonacci o i numeri figurati);
- d. saper risolvere problemi con l'uso del principio dei cassetti o attraverso invarianti combinatorici.

Se non in un curriculum di base, perlomeno in un curriculum mirante all'eccellenza questi argomenti dovrebbero essere presenti.

Mi pare poi opportuna la presenza del principio d'induzione. Per renderne l'impiego significativo e ricco di stimoli e di esempi rilevanti (e scongiurare il bieco tecnicismo), è appunto importante che vi sia familiarità con problemi di tipo discreto o combinatorico. Importante anche l'intento di "acquisire concettualmente" tale principio (molte volte, per esempio nei corsi di analisi nelle università, esso finisce appunto per ridursi a bieco rituale tecnico). L'intera tematica è alquanto delicata, ma ciò non è un buon motivo per rinunciarvi. Andrebbe forse eliminato il riferimento all'induzione fisica, che mi pare possa generare confusione o fraintendimenti.

6. A mio avviso un riferimento esplicito al teorema del resto (cosiddetto "di Ruffini") sarebbe opportuno. E' un fatto così importante, così cruciale, al punto che occorre evitare ogni rischio di sottovalutazione. Non si esagera dicendo che esso è il vero risultato fondante di tutta l'algebra e che tutto il percorso scolastico altro non è, per quanto riguarda l'algebra, che un processo di comprensione e di applicazione di quel risultato. Per esempio potrebbe essere inserita un'indicazione di questo tenore: <<**Il teorema del resto costituirà il risultato essenziale per esprimere la connessione tra fattorizzazione di un polinomio e andamento di una funzione polinomiale, come anche tra radici e coefficienti di un polinomio.**>>
7. Mi pare giusta l'introduzione di seno, coseno e tangente al primo biennio. Questo potrà sminuire l'ingiustificata aura che aleggia nella nostra scuola attorno alle nozioni trigonometriche, oltre l'interminabile addestramento ai calcoli che ne caratterizza la trattazione. Gli studenti vanno familiarizzati da subito a qualcosa che nulla ha di ostico, riportandolo alla sua sede naturale e al suo effettivo significato: che è semplicemente la similitudine. Al 2° biennio avrebbe invece senso riprendere un po' più dettagliatamente le relazioni tra funzioni trigonometriche, il loro studio appunto come funzioni reali, quindi anche le formule trigonometriche (vale a dire l'algebra delle rotazioni) e le applicazioni ai triangoli qualsiasi.
8. Mantengo alcuni dubbi circa l'estensione assunta dalla parte statistico-probabilistica. Senz'altro si tratta di tematiche di rilievo e concordo che l'acquisizione di tali concetti e tale

linguaggio possa essere importante sul piano delle cosiddette “competenze di cittadinanza”. Ma, in assenza di una comprensione salda del curricolo di base (al quale tuttavia si sottrae tempo scarso e prezioso), ho il timore che anche tali competenze possano rivelarsi superficiali e poco fruttuose. Ho il dubbio che un loro inserimento obbligato e in quantità di tutto rilievo possa risultare in una forzatura rispetto al curricolo di base, che c’è il rischio di tendere all’accumulazione di informazioni frammentate.

9. Mentre le indicazioni per lo scientifico sono nell’insieme realistiche rispetto ai quadri orari (e a quel che si fa in altri paesi), quelle per gli altri licei lo sono molto di meno. Condivisibile l’intento di fornire indicazioni di carattere unitario tra i diversi corsi di studio. Ma le ore di lezione per matematica sono circa in rapporto 2 a 1 tra scientifici e classici. Due ore a settimana (triennio del liceo classico) è quasi come dire zero. Se mettiamo nel conto anche la presenza degli “elementi di informatica”, il quadro si fa ancora più problematico. Con così poco tempo, si rischia, a inseguire l’estensione, di disperdersi in tanti piccoli rivoli intravisti sommariamente. Bisognerebbe prenderne atto, mettere a fuoco alcune priorità e procedere a scelte e rinunce (per quanto dolorose), sebbene i temi presenti possano parere tutti quanti singolarmente “irrinunciabili”. Per esempio (provo a lanciare qualche ipotesi):
- a. si potrebbe ridurre la parte statistico-probabilistica, specialmente al 2° biennio (distribuzioni doppie, correlazione, regressione) e nell’anno finale (limitandosi a comprendere bene la distribuzione binomiale, che è un “grande crocevia” dove tanti temi s’intersecano);
  - b. si potrebbe risistemare (abbassando il tiro) l’algebra indicata per il 2° biennio, laddove nella stesura attuale compaiono riferimenti ai numeri trascendenti, alla formalizzazione dei reali, all’infinito matematico, al calcolo approssimato: troppo;
  - c. si può alleggerire la geometria del 2° biennio (per le coniche una descrizione più generale; la loro trattazione algebrica può anche limitarsi alla circonferenza centrata nell’origine e la parabola).

Aggiungerei poi il completamento del quadrato che è una di quelle tecniche importanti, in grado di generare nello studente una certa autonomia (nell’algebra, nella geometria analitica, nelle disuguaglianze, etc.).

Condivisibile, nella ristrettezza dei tempi disponibili, il taglio alla parte di trigonometria nei licei classici: magari avendo cura però di definire le principali funzioni circolari (nel biennio iniziale), se non altro a livello terminologico (data la loro frequente ricorrenza). E’ chiaro che si tratta in realtà di cose che sarebbero tutte quante importanti, ma meglio offrire a docenti e studenti curricoli realistici e solidi piuttosto che obiettivi non verosimili, dove si finirà in molti casi per limitarsi a una rassegna sommaria oppure si finirà per lasciare carta bianca al caso o alle contingenze, e si finirà per pescare i temi da svolgere in maniera occasionale, senza criteri o priorità consapevolmente delineate (spesso in condizioni di confusione, magari tra avvicendamenti di docenti, o sotto la pressione di questo o quel fattore locale, e così via).

10. Nella nostra scuola vi è un problema di insufficiente definizione di quali siano i risultati attesi ai fini della valutazione nelle varie discipline, intesi come soglie di sufficienza o di eccellenza. Il metro di giudizio è tutto rimesso all’opinione del docente, senza cercare un ancoraggio a qualche insieme di elementi descrittivi. Un tentativo “ragionevole” in questo senso potrebbe invece essere condotto, in modo da contrastare le notevoli disparità già adesso riscontrabili

tra insegnanti o scuole o aree territoriali diverse (le quali facilmente emergono anche sul piano statistico: basta vedere gli esiti degli esami di Stato, le prove INVALSI, etc.). Nelle scuole è esperienza comune trovarsi di fronte a insegnanti che si rifanno a criteri e metri di giudizio disparati. A patirne sono spesso proprio gli insegnanti più coscienti, che possono rimanere disorientati e sono spesso soggetti a pressioni da parte di questo o quel fattore, o magari del dirigente, senza neppure poter disporre di strumenti o di indicazioni di legge alle quali potersi riferire (almeno in linea di principio). Anche sul versante della valutazione, si potrebbero, appunto, fornire delle “indicazioni”, si potrebbe un “quadro di riferimento” generale che poi toccherà all’insegnante (e ai dipartimenti disciplinari) seguire con il naturale e inevitabile margine di autonomia. Delle indicazioni che portino a chiarire almeno gli elementi basilari della valutazione scolastica, sul piano dei contenuti e dei risultati attesi, e favoriscano l’adozione di scale più omogenee (“l’ideale” sarebbe che, per ogni disciplina, a ciascuno studente venisse attribuita la medesima votazione da qualsiasi docente; ovviamente è una situazione “limite”, da non pensarsi neanche con eccessiva rigidità, ma andrebbe tenuta presente come obiettivo). Se i titoli di studio mantengono valore legale ed i voti o punteggi ottenuti a scuola sono a tutti gli effetti comparabili, è doveroso che anche i criteri di attribuzione tendano a convergere, o almeno a riferirsi ad elementi riconoscibili, senza nascondersi dietro la completa arbitrarietà dell’autonomia professionale. Ciò se si vuole che tale valore “legale” possa rimanere effettivo e non invece corrompersi, perdere sempre più di credibilità, come invece sta succedendo. I docenti potrebbero grandemente apprezzare un supporto di questo genere. Non si tratta di apparecchiare mostruosi macchinari “docimologici” e arzigogoli vari. Si tratta prima di tutto di consolidare una più chiara e condivisa consapevolezza della corrispondenza tra risultati ottenuti e valutazione: quali possano essere i tratti caratteristici di un livello sufficiente, buono o eccellente. E’ un processo più che altro culturale, da alimentarsi anche grazie a un confronto attivo tra i docenti. Si potrebbe cogliere l’opportunità delle nuove indicazioni curriculari per creare le condizioni di un tale processo virtuoso, almeno per alcune linee d’avvio. Per esempio:

- a. si potrebbe approfittare della prevista attivazione dei dipartimenti nelle scuole per istituire almeno prove comuni di valutazione degli studenti a livello di Istituto, se non altro utili a contrastare l’arbitrio in molti casi esistente tra la sezione X e la sezione Y o tra il prof. K e il prof. Z;
- b. si potrebbe tracciare, molto sinteticamente, una sorta di profilo in uscita dai bienni che tratteggi a grandi linee un profilo di massima dello studente al quale spetti una votazione elevata oppure buona o sufficiente;
- c. si potrebbe cogliere l’occasione per rivedere la fisionomia delle prove d’esame ed elaborare documenti che illustrino i caratteri delle prove d’esame di Stato (non solo di matematica), chiarendone i criteri di valutazione in maniera più uniforme. Per esempio si potrebbe assegnare già nel testo della prova d’esame un valore numerico per ciascun problema o quesito, cosa che finora da noi è del tutto mancata (un unicum nel mondo intero: ovunque i temi d’esame finale di matematica contengono dei punteggi riportati in corrispondenza di ciascuno degli esercizi proposti). Ciò potrebbe aiutare molti insegnanti ad orientarsi meglio;
- d. in quanto disciplina presente in tutti gli anni di tutti i corsi di studio, sarebbe opportuno che la matematica fosse materia di prova scritta in tutti i corsi, non solo nel liceo scientifico: forse andrebbero ripensate le modalità di svolgimento della 3° prova rendendo anch’essa nazionale, ed includendovi delle prove comuni per tutti di matematica, lingua inglese, lettura e una 4° specifica per ogni corso di studio (le prove cucinate dalle singole commissioni hanno dato esiti per nulla soddisfacenti, e poco

confacenti ad un esame che è -o dovrebbe essere- “di Stato”).