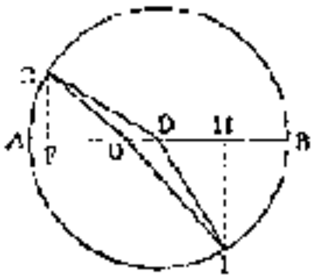
P. Fermat, *OEuvres* , III, p. 156

Sia ACBI un cerchio il cui diametro AFDB separi due mezzi di natura diversa, il mezzo meno denso stando dalla parte ACB e quello più denso dalla parte AIB (cfr. fig).



Sia D il centro del cerchio e CD un raggio incidente che cade su questo centro da un dato punto C; si richiede di trovare il raggio rifratto DI, o altrimenti il punto I attraverso il quale il raggio passa dopo la rifrazione.

Facciamo cadere le perpendicolari CF, IH sul diametro. Poiché il punto C è dato, così come pure il diametro AB ed il centro D, il punto F e la linea FB sono anche date. Supponiamo che il rapporto della resistenza del mezzo più denso rispetto a quella del mezzo meno denso sia uguale al rapporto della linea retta data DF ad un'altra linea m disegnata fuori della figura. Dovremmo avere $m < DF$, poiché la resistenza del mezzo meno denso dovrebbe essere minore di quella del mezzo più denso, per un assioma che è naturale adottare.

Dobbiamo adesso misurare per mezzo delle linee m e DF, i moti lungo le linee CD e DI; possiamo dunque rappresentare proporzionalmente l'intero moto lungo queste due linee per mezzo della somma dei due prodotti: $DC\ m + DI\ DF$.

Il problema si riduce pertanto a quello di dividere il diametro AB nel punto H in modo tale che se in questo punto tiriamo una perpendicolare HI e poi uniamo DI, l'area $CD\ m + DI\ DF$ deve essere un minimo.

Per compiere ciò dobbiamo impiegare il nostro metodo che è già diffuso tra i matematici e fu presentato circa 20 anni fa da Herigone nel suo *Cursus Mathematicus*. Usiamo n per rappresentare il raggio CD o il suo equivalente DI, b per rappresentare la linea DF e poniamo $DH = a$. La quantità $nm + nb$ dovrebbe essere un minimo.

Per l'incognita e prendiamo una linea arbitraria DO; uniamo CO con OI. In notazione analitica abbiamo $CO^2 = n^2 + e^2 - 2be$ e $OI^2 = n^2 + e^2 + 2ae$; allora

$$CO * m = \sqrt{m^2 n^2 + m^2 e^2 - 2m^2}$$

$$IO * b = \sqrt{b^2 n^2 + b^2 e^2 + 2b^2 ae}$$

La somma di questi due radicali dovrebbe essere posta uguale, in accordo alle regole dell'arte, alla somma mn + bn.

Per eliminare i radicali, eleviamo al quadrato entrambi i membri dell'equazione, cancelliamo i termini comuni, e trasponiamo in modo che su un lato dell'equazione sia lasciato solo il radicale che rimane; poi eleviamo al quadrato di nuovo entrambi i membri; dopo un'altra cancellazione di termini comuni su entrambi i membri, dividendo tutti i termini per e ed eliminando tutti quelli in cui ancora rimane, in accordo alle regole del nostro metodo, che è già generalmente noto da un certo tempo, raggiungeremo infine, cancellando i fattori comuni, la più semplice equazione possibile tra a e m, cioè a dire, quando ci saremo sbarazzati delle difficoltà date dai radicali, troveremo che la linea DH della figura è uguale alla linea m.

Ne segue che per cercare il punto di rifrazione dobbiamo, quando abbiamo tirato le linee CD e CF, prendere le linee DF e DH nel rapporto della resistenza del mezzo più denso a quella del mezzo meno denso, oppure nel rapporto di b a m. Alziamo allora in H la linea HI perpendicolare al diametro; essa taglierà il cerchio in I, punto per il quale passerà il raggio rifratto; così procedendo, il raggio, passando da un mezzo meno denso ad uno più denso, sarà deviato verso la perpendicolare.

Questo risultato è in perfetto accordo e senza eccezione al teorema scoperto da Descartes: la precedente analisi basata sul nostro principio dà pertanto a questo teorema una dimostrazione che è rigorosamente esatta.