



LICEO SCIENTIFICO STATALE

" MORGAGNI "

00152 Roma - Via Fonteiana, 125 - Tel. 06/5894887 - Fax 06/5810204

sito internet: www.liceomorgagni.it

Progetto "Lauree scientifiche" **Università "Tor Vergata"** **"Dalla logica naturale alla logica formale"**

Primo Incontro

Le Proposizioni

Nel linguaggio naturale – quotidiano - ci imbattiamo sempre in frasi alle quali attribuiamo un significato, individuiamo errori, rispondiamo, ...

Esaminando le seguenti "frasi", quali commenti puoi fare?

- $7 - 5 = 2$
- il leone legge il libro
- oggi è il 15 dicembre 1340
- $x + 5 = 7$
- $a+b = b+a$
- il leone piove il libro
- il ragazzo è letto dal libro
- oggi o mangiato
- $8 + 2 = 10$
- $8 + 2 = 5$

...e ancora

- il Portogallo è bagnato dal mar Adriatico
- x è il presidente della repubblica
- cosa pensi del problema della "mucca pazza"?
- ti ordino di studiare
- Michele ha visto i quadri più belli che si trovano presso i Musei Vaticani
- Domani sarà una bella giornata?
- Penso di riuscire a partire per Milano
-

Possiamo quindi affermare che alcune frasi sono:

- ❖ sintatticamente scorrette
- ❖ interrogative, esclamative o esprimono opinioni
- ❖ "aperte"
- ❖ sintatticamente corrette e vere (universalmente)
- ❖ sintatticamente corrette ma false (universalmente)

In matematica con il termine proposizione si individuano quelle affermazioni, sintatticamente corrette; per le quali è possibile, universalmente, affermarne la verità aut falsità.

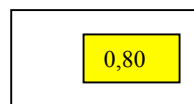
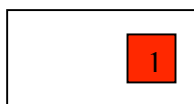
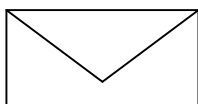
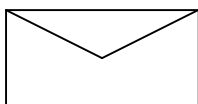
Restano pertanto escluse tutte quelle che esprimono opinioni, imperativi, domande,...

Le frasi "aperte", purché sintatticamente corrette, sono suscettibili di differenti valori di verità...

... e adesso due "giochi"

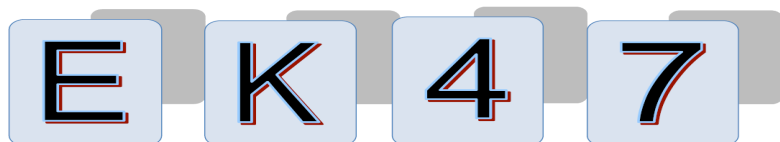
All'ufficio postale...

- Per inviare una lettera in busta chiusa occorre un francobollo da 1euro, mentre in busta aperta un francobollo da 80centesimi di euro.
- Immagina di lavorare in un ufficio postale e dover verificare che le lettere seguenti non abbiano un'affrancatura inferiore a quella dovuta.
- Delle prime due lettere vedi il retro: la prima è aperta e la seconda è chiusa
- Volta le buste che ritieni necessarie e sufficienti per la verifica.



Il gioco delle 4 carte

Quattro carte sono poste su un tavolo come segue:



Si sa che le carte hanno un numero su un lato e una lettera sull'altro, e che seguono la seguente regola:

Se una carta ha su una faccia una vocale, allora avrà sull'altra un numero pari

Girando solo due carte si deve verificare se la regola è rispettata. Quali carte gireresti?

Proviamo a rispondere

- Se sei promosso allora ti compro il motorino
- Ti compro il motorino

quindi.....

- Se le batterie non sono cariche il mio i-pod non si accende
- Le batterie sono cariche

quindi.....

- Se sei fortunato andrai bene all'interrogazione
- Sei andato bene all'interrogazione

quindi.....

- Se riesco ad entrare ad "Amici" divento famoso
- Non riesco ad entrare ad "Amici"

quindi.....

- Se ho il patentino allora ho compiuto 14 anni
- Non ho ancora compiuto 14 anni

quindi.....

- Se domenica c'è cattivo tempo rimandano la partita di calcio
- domenica non c'è cattivo tempo

quindi.....

E adesso lavoriamo con la **scheda 1...**

Negli esempi trattati, avete individuato qualche « struttura » nei ragionamenti effettuati?

Ma cosa significa « ragionamento »? Come possiamo capire se un ragionamento è corretto?

Per **ragionamento** si intende l'insieme dei processi attraverso cui vengono elaborate nuove conoscenze a partire da conoscenze date. Le conoscenze date sono **le premesse**, quelle inferite sono **le conclusioni** del processo di ragionamento. Si chiama **inferenza** la conclusione, o anche tutto il processo

Tutti quelli visti fino ad ora si chiamano **SILLOGISMI IPOTETICI** (o condizionali) Quale struttura hanno?

Sono scritti su 3 righe

Nelle prime due righe ci sono le affermazioni assunte come vere (le premesse)

Nell'ultima riga è scritta (separata dalla linea) la conclusione del ragionamento

- La prima è un enunciato ipotetico (implicazione) del tipo
“**se P... allora Q**” e si chiama **premessa maggiore**
- La seconda è un enunciato e si chiama **premessa minore**
(la seconda può essere la proposizione P in forma affermativa o negativa o la proposizione Q in forma affermativa o negativa)

Chiameremo la proposizione P “**antecedente**” e la proposizione Q “**conseguente**”

Nell'ultima riga è scritta (separata dalla linea) **la conclusione** del ragionamento che può essere la proposizione P scritta in forma affermativa o negativa o la proposizione Q in forma affermativa o negativa.

- Se la benzina finisce allora la macchina si ferma. (**premessa maggiore**)
 - La benzina finisce (**premessa minore**)
-
- Quindi la macchina si ferma (**conclusione del ragionamento: proposizione Q in forma affermativa**)

E adesso lavoriamo con la **scheda 2**...

.....ma **esistono** delle regole per stabilire se un sillogismo è corretto????

Ecco le regole!

Modus Ponens	Modus Tollens	Negazione dell'antecedente	Affermazione del conseguente
Se P allora Q P <hr/> Q	Se P allora Q $\neg Q$ <hr/> $\neg P$	Se P allora Q $\neg P$ <hr/> nulla ne consegue	Se P allora Q Q <hr/> nulla ne consegue

E adesso usiamo lo schema risolutiva per la **scheda 3**

Schema di ragionamento “valido”:

Uno schema di ragionamento è valido quando, ogni volta che le sue premesse sono vere, lo è necessariamente la conclusione. Quali sono quindi gli schemi validi?

- Il Modus Ponens è uno schema valido
- Il Modus Tollens è uno schema valido
- L'affermazione del conseguente non è uno schema valido
- La negazione dell'antecedente non è uno schema valido

Diciamo che un ragionamento è **corretto** se utilizza uno schema valido, quindi se, quando sono vere le premesse, è vera anche la conclusione. **Tutto ciò indipendentemente dal contenuto e dal significato delle premesse!**

- | | |
|---|------------------|
| ▪ Se mio nonno avesse le ruote allora sarebbe un carretto | (se P, allora Q) |
| ▪ Mio nonno ha le ruote | P |
| <hr/> | |
| ▪ Quindi mio nonno è un carretto | Q |

Ecco un sillogismo truffaldino:

- Se non giochi non vinci
- Giochi
- Quindi.....

Soluzione dei giochi iniziali

1. ...francobolli...controlla la tabella...e gli schemi validi

P: la busta è chiusa

Q: il francobollo è da 1 euro

Quindi dovrò girare la busta busta chiusa (seconda) e quella con il francobollo da 80 centesimi di euro (quarta)

2. ... e il gioco delle 4 carte...

Devo girare le carte E e 7. Infatti devo verificare la regola quindi giro la vocale per controllare che ci sia dietro un numero pari (modus ponens) e giro il 7 per verificare che dietro NON ci sia una vocale, altrimenti la regola sarebbe violata (modus tollens).

Non ha senso girare il K perché la regola non pone limiti sulle consonanti (negazione dell'antecedente) e neanche il 4 (negazione del conseguente) poiché se dietro c'è una vocale allora la regola è rispettata, se c'è una consonante allora la regola non pone limiti su quale numero debba starci dietro.

Approfondimento